

1

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



PREPARAR EL EXAMEN DE CINÉMATICA DE 1º DE BACHILLERATO.

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

1. Dos móviles A y B están separados 6 km. El móvil A se dirige hacia B a 6 m/s y el móvil B se dirige hacia A 4 m/s.

- ¿En qué instante se encuentran?
- ¿En qué punto se encuentran?
- ¿En qué instante se encuentran separados 200 m?
- Si el móvil B inicia su movimiento medio minuto más tarde, repite los apartados a y b.
- Si el móvil B, en lugar de moverse hacia A, se mueve en sentido contrario, ¿en qué punto se encontrarán, si el móvil A sale 6 minutos más tarde?

VER VÍDEO <https://youtu.be/wJsYubKCXWg>

- $t = 600$ s
- a 3600 m de A y a 2400 m de B.
- $t = 580$ s y $t = 620$ s.
- $t = 612$ s y a 3672 km de A y 2328 km de B
- A 22320 km de A y a 16320 km de B.

2. Calcular las componentes intrínsecas de la aceleración en el instante inicial de una partícula que tiene por vector de posición en el sistema internacional de unidades $r(t) = (2t + 1)i + t^2j$.

VER VÍDEO <https://youtu.be/o--vDNto-C4>

3. Un móvil que viaja a 108 km/h se detiene tras recorrer 200 m. Calcular

2

- Aceleración de frenado.
- Tiempo que tarda en detenerse.
- Espacio recorrido en el último segundo.
- Tiempo que tarda en recorrer los últimos 50 m.
- Velocidad y espacio recorrido tras cuatro segundos de movimiento.

VER VÍDEO <https://youtu.be/A2mgSjA8hs8>

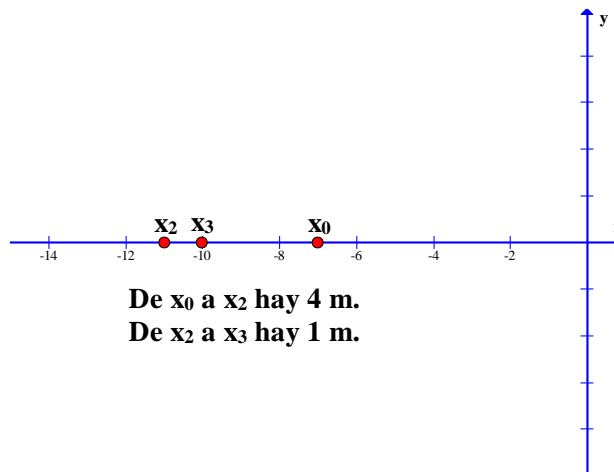
- $-2,25 \text{ m/s}^2$
- 13,33 s
- 1,13 m
- 6,66 s
- $v = 21 \text{ m/s}$ y $x = 102 \text{ m}$

4. Una partícula que viaja en línea recta posee una ecuación de movimiento $x = t^2 - 4t - 7$. Determina:
- Instante de tiempo en el cual la velocidad es nula.
 - Distancia recorrida por la partícula durante los 3 primeros segundos de movimiento.

VER VIDEO <https://youtu.be/ITMmcFbDx4Q>

$$x = t^2 - 4t - 7 \rightarrow v = \frac{dx}{dt} = 2t - 4 = 0 \rightarrow t = 2 \text{ s.}$$

$$\begin{cases} x_0 = -7 \text{ m.} \\ x_2 = -11 \text{ m.} \\ x_3 = -10 \text{ m.} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Espacio recorrido} = 4 + 1 = 5 \text{ m.} \\ \text{Desplazamiento, de posición inicial a la final.} = 3 \text{ m.} \end{cases}$$



5. Un hombre se encuentra a 40 m. de un taxi, corre con una velocidad constante de 3,5 m/s. intentando cogerlo. Cuando pasan 2,5 segundos otro hombre, que se encuentra a 25 m. del taxi, se pone en marcha con una aceleración de $0,5 \text{ m/s}^2$.

- ¿Quién llegará 1º al taxi?
- Realizar una propuesta para que los dos lleguen al mismo tiempo, manteniendo las mismas distancias y las mismas diferencias de tiempo entre ellos.

VER VIDEO https://youtu.be/NEa_zmVcmZQ

3

$$\left\{ \begin{array}{l} s = 40 \text{ m.} \\ v = 3,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow s = v \cdot t; t = 11,43 \text{ s} \\ s = 25 \text{ m.} \\ a = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2; 25 = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot (t - 2,5)^2; t = 12,5 \text{ s.} \\ v_0 = 0 \end{array} \right.$$

El primer hombre llega primero.

b. Cambiaremos la aceleración del 2º hombre para que tarde lo mismo en llegar al taxi que ha tardado el 1º.

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2; 25 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (11,43 - 2,5)^2 \rightarrow a = 0,63 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

6. Una moto va a 180 km/h., frena durante 8 s, con una aceleración de 6 m/s^2 . ¿Se parará?, en caso negativo ¿Qué tiempo le faltará para pararse si continuase con la misma desaceleración?

VER VÍDEO <https://youtu.be/2AYEvZ66oAc>

$$\begin{array}{l} v_0 = 180 \text{ Km/h} = 50 \text{ m/s} \\ t = 8 \text{ s.} \\ a = -6 \text{ m/s}^2 \end{array}$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v = 50 - 6 \cdot 8 = 2 \text{ m/s.}$$

No se para.

$$\begin{array}{l} v_0 = 180 \text{ Km/h} = 50 \text{ m/s} \\ v = 0 \text{ m/s.} \\ a = -6 \text{ m/s}^2 \end{array}$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$0 = 50 - 6 \cdot t \rightarrow t = 8,33 \text{ s.}$$

Le faltan 0,33 s.

7. De dos puntos A y B que distan entre sí 200 m. salen simultáneamente dos móviles. El que sale de A tiene una velocidad de 5 m/s. y va hacia B con una aceleración constante de 1 m/s^2 . El que sale de B va hacia A con movimiento uniforme a 12 m/s. ¿En qué punto se cruzarán?

VER VÍDEO <https://youtu.be/uZ6D3CctJJ0>

$$s_A = 5 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t^2$$

$$s_B = 200 - 12 \cdot t$$

$$s_A = s_B \rightarrow 5 \cdot t + \frac{1}{2} t^2 = 200 - 12 \cdot t \rightarrow t = 9'25 \text{ s.}$$

$$s_B = 200 - 12 \cdot 9'25 = 89 \text{ m.}$$

8. A la entrada de un pueblo pasa un motorista con una velocidad de 60 km/h., el límite de velocidad en este tramo es de 50 km/h. En el mismo instante en que el motorista pasa por este tramo un policía que está escondido sale en su persecución con una $a = 2,5 \text{ m/s}^2$. ¿Qué tiempo tardará el policía en alcanzar al motorista? ¿A qué distancia de la entrada al pueblo lo alcanzará? ¿qué velocidad llevará el policía en ese momento?

VER VÍDEO <https://youtu.be/aRdOw-Yuvz4>

$$v_M = 60 \text{ Km/h} = 16'67 \text{ m/s.}$$

$$S_M = 16'67 \cdot t$$

$$S_P = \frac{1}{2} \cdot 2'5 \cdot t^2$$

$$S_M = S_P \rightarrow 16'67 \cdot t = 1'25 \cdot t^2 \rightarrow t = 13'34 \text{ s.} \rightarrow S_M = 16'67 \cdot 13'34 = 222'38 \text{ m.}$$

9. Un móvil parte del reposo con una $a = 2 \text{ m/s}^2$, hasta alcanzar una velocidad de 100 km/h. Mantiene esta velocidad durante 5 s., posteriormente frena y se detiene al cabo de 8 s. Calcular:

a.- El tiempo total invertido en el recorrido.

b.- El espacio total recorrido.

VER VÍDEO <https://youtu.be/CPqsxtMoCYk>

$$\text{Tramo I: } \begin{cases} v_0 = 0 \\ a = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \\ v = 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} = 27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 27,78 = 2 \cdot t \rightarrow t = 13,89 \text{ s.} \\ s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 192,93 \text{ m.} \end{cases}$$

$$\text{Tramo II: } \begin{cases} v = 27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ t = 5 \text{ s.} \end{cases} \rightarrow s = v \cdot t = 138,9 \text{ m.}$$

$$\text{Tramo III: } \begin{cases} v_0 = 27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ t = 8 \text{ s.} \\ v = 0. \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 0 = 27,78 + a \cdot 8 \rightarrow a = -3,47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \\ s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 111,2 \text{ m.} \end{cases}$$

$$t_{\text{total}} = 13,89 + 5 + 8 = 26,89 \text{ s.}$$

$$S_{\text{total}} = 192,93 + 138,9 + 111,2 = 443,03 \text{ m.}$$

10. Un conductor que viaja de noche en un automóvil a 100 km/h., ve de repente las luces de señalización de una valla que se encuentra a 40 m. en medio de la calzada. Si tarda 0,75 s en pisar el pedal de los frenos y la deceleración máxima del automóvil es de 10 m/s². ¿Chocará con la valla? Si es así, ¿a qué velocidad?

VER VÍDEO <https://youtu.be/WUPMcdsiXOE>

$$V_0 = 100 \text{ Km/h} = 27'78 \text{ m/s.}$$

$$\text{Antes de pisar el freno recorre: } s = v \cdot t = 20'84 \text{ s.}$$

$$\text{Pisa el freno cuando se encuentra a } 40 - 20'84 = 19'16 \text{ m. de la valla.}$$

$$\text{Después de pisar el freno, la velocidad con que llega a la valla es de: } v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s$$

$$\rightarrow v = \sqrt{388'53} = 19'71 \text{ m/s. choca con la valla a esta velocidad. Si hubiera dado raíz de un número negativo diríamos que no choca con la valla.}$$

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

11. Lanzamos verticalmente desde 25 m. de altura, hacia arriba, un objeto a 20 m/s. Calcular:

- Tiempo que está subiendo.
- Altura máxima.
- Tiempo total y tiempo que está bajando.
- Velocidad al llegar al suelo.
- Velocidad a 10 m. de altura.
- Altura a la que está cuando lleva una velocidad de 22 m/s.

VER VIDEO <https://youtu.be/ORd6V2ipQjk>

$$\text{Ecuaciones } \begin{cases} y = 25 + 20t - 5t^2 \\ v = 20 - 10t \end{cases}$$

- Sube hasta que se detiene, por tanto, $v = 0 \rightarrow 0 = 20 - 10 \cdot t \rightarrow t = 2 \text{ s.}$
- Sustituyo el tiempo subiendo en la y . $y = 25 + 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 45 \text{ m.}$
- Tiempo total es hasta que llega al suelo, $y = 0$. $\rightarrow 0 = 25 + 20t - 5t^2 \rightarrow$
 $\rightarrow t = 5 \text{ s.} \rightarrow t_{\text{bajando}} = t_{\text{total}} - t_{\text{subiendo}} = 3 \text{ s.}$
- Sustituyo el tiempo total en v . $v = 20 - 10 \cdot 5 = -30 \text{ m/s.}$
- Sustituyo $y = 10 \rightarrow 10 = 25 + 20t - 5t^2 \rightarrow t = 4,65 \text{ s.} \rightarrow v = 20 - 10 \cdot 4,65 =$
 $-25,57 \text{ m/s.}$
- Esta velocidad es mayor que la inicial, significa que el cuerpo está bajando. Sustituyo $v = -22 \rightarrow -22 = 20 - 10 \cdot t \rightarrow t = 4,4 \text{ s.} \rightarrow$ Sustituyo en y ,
 $y = 18,14 \text{ m.}$

12. Un globo sube con una velocidad constante de 2 m/s., cuando se encuentra a 15 m. de altura respecto del suelo soltamos una piedra. Calcular:

- El tiempo que tardará en llegar al suelo.
- La altura del globo cuando la piedra llega al suelo.
- El espacio recorrido por la piedra.

VER VIDEO <https://youtu.be/IAwtf0qt-tc>

13. Desde una altura de 80 m se deja caer un objeto. Dos segundos más tarde se lanza otro desde el suelo hacia arriba en la misma vertical con una velocidad de 20 m/s. ¿A qué altura se cruzan?

VER VIDEO https://youtu.be/rYpsDDyNw_w

$$\begin{cases} y_1 = 80 - 5 \cdot t^2 \\ y_2 = 20 \cdot (t - 2) - 5 \cdot (t - 2)^2 \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow 80 - 5 \cdot t^2 = 20 \cdot (t - 2) - 5 \cdot (t - 2)^2$$

$$t = 3,53 \text{ s.}$$

$$y_1 = 80 - 4,9 \cdot 3,53^2 = 18,94 \text{ m.}$$

14. ¿Desde qué altura dejaremos caer un objeto para que en el último segundo recorra la mitad de esta?

VER VÍDEO <https://youtu.be/pwDFPNQSaAY>

Ecuación del movimiento: $y = h - 5 \cdot t^2$

6

En el suelo $y = 0 \rightarrow$ la ecuación es $0 = h - 5 \cdot t^2$

Un segundo antes y a $h/2$ de altura la ecuación es: $h/2 = h - 5 \cdot (t-1)^2$

Resolviendo el sistema formado por las dos ecuaciones anteriores tenemos:

$t = 3'41$ s. y $h = 58'28$ m.

15. Un malabarista lanza en la misma vertical y hacia arriba dos pelotas con velocidades de 30 m/s y con un intervalo de tiempo de dos segundos. Calcular:

a. Instante de tiempo en el cual se cruzan ambas pelotas.

b. Velocidad de una de las pelotas un segundo antes de regresar a la mano del malabarista.

VER VIDEO <https://youtu.be/eukcDVLqc-w>

$$\begin{cases} y = y_0 \pm v_0 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \\ v = \pm v_0 - 9,8 \cdot t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_1 = 30 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \\ y_2 = 30 \cdot (t - 2) - 4,9 \cdot (t - 2)^2 \end{cases}$$

$$y_1 = y_2; 30 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 = 30 \cdot (t - 2) - 4,9 \cdot (t - 2)^2; 0 = -60 + 19,6 \cdot t - 19,6$$

$$t = 4,06 \text{ s.}$$

$$y_1 = 30 \cdot t - 4,9 \cdot t^2; 0 = 30 \cdot t - 4,9 \cdot t^2; t = 6,12 \text{ s;}$$

$$v_{5,12 \text{ s}} = \pm v_0 - 9,8 \cdot t = -20,18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

16. Un paracaidista partiendo del reposo cae 50 m. en caída libre. Cuando se abre el paracaídas aparece una aceleración de frenado de 2 m/s^2 . Llega al suelo con una velocidad de 3 m/s.

a. ¿Cuánto tiempo dura el paracaidista en el aire

b. ¿Desde qué altura saltó?

VER VIDEO <https://youtu.be/vNhh5aFyiyI>

$$1^{\circ} \text{ tramo } \begin{cases} v_0 = 0 \\ s = 50 \text{ m.} \\ a = 9,8 \text{ m/s}^2 \end{cases} \begin{cases} v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s \rightarrow v^2 = 2 \cdot 9,8 \cdot 50 \rightarrow v = 31,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 31,3 = 0 + 9,8 \cdot t \rightarrow t = 3,19 \text{ s.} \end{cases}$$

$$2^{\circ} \text{ tramo } \begin{cases} v_0 = 31,3 \text{ m/s} \\ v = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{cases} \begin{cases} v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s \rightarrow 3^2 = 31,3^2 + 2 \cdot (-2) \cdot s \rightarrow s = 242,67 \text{ m.} \\ v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 3 = 31,3 - 2 \cdot t \rightarrow t = 14,15 \text{ s.} \end{cases}$$

$$t_{\text{total}} = 3,19 + 14,15 = 17,34 \text{ s.}$$

$$s_{\text{total}} = 50 + 242,67 = 292,67 \text{ m.}$$

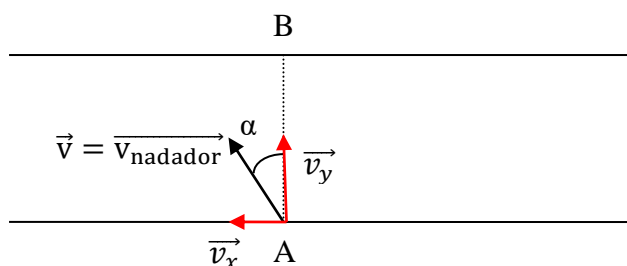
17. Un nadador quiere cruzar un río de 300 m. de ancho. Si el río baja a 3 m/s. y el nadador nada perpendicular a la orilla a 4 m/s. ¿Qué distancia se desviará sobre la perpendicular? ¿Qué ángulo se habrá

7

desviado? ¿Cómo debe cruzar el río para no desviarse y llegar a la otra orilla en el punto perpendicular al de salida?

VER VIDEO <https://youtu.be/YbLYSdev194>

$$\begin{cases} x = 3 \cdot t \\ y = 4 \cdot t \end{cases} \rightarrow 300 = 4 \cdot t \rightarrow t = 75 \text{ s.} \rightarrow \\ \rightarrow x = 3 \cdot 75 = 225 \text{ m.} \\ \alpha = \arctan 225/300 = 36,87^\circ$$



Se debe cumplir que $\vec{v}_x = \vec{v} \text{sen} \alpha$ se anule con la velocidad del río. $4 \cdot \text{sen} \alpha = 3 \rightarrow \alpha = 48'6''$

18. Desde 45 m. de altura lanzamos bajo un ángulo de 30° un móvil a 35 m/s. Calcular

- Tiempo que está subiendo.
- Altura máxima.
- Tiempo total y tiempo que está bajando.
- Alcance
- Velocidad al llegar al suelo.
- Velocidad a 10 m. de altura.
- ¿A qué altura la velocidad es 40 m/s?
- Si a 150 m. hay un árbol de 10 m. de altura, ¿Chocara el móvil contra él?

VER VÍDEO <https://youtu.be/QLWUcDGJ7uo>

$$\text{Ecuaciones} \begin{cases} x = 35 \cdot \cos 30 \cdot t \\ y = 45 + 35 \cdot \text{sen} 30 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 35 \cdot \cos \alpha \\ v_y = 35 \cdot \text{sen} \alpha - 10 \cdot t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 30,31 \cdot t \\ y = 45 + 17,5 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 30'31 \\ v_y = 17,5 - 10 \cdot t \end{cases}$$

a) Sube hasta que $v_y = 0 \rightarrow 0 = 17,5 - 10 \cdot t \rightarrow t = 1,75 \text{ s.}$

b) Sustituyo el tiempo subiendo en la y. $y = 45 + 17,5 \cdot 1,75 - 5 \cdot 1,75^2 = 60,31 \text{ m.}$

c) Tiempo total es hasta que llega al suelo, $y = 0. \rightarrow 0 = 45 + 17,5 \cdot t - 5 \cdot t^2$
 $\rightarrow t_{\text{total}} = 5,22 \text{ s.} \rightarrow t_{\text{bajando}} = t_{\text{total}} - t_{\text{subiendo}} = 5'22 - 1,75 = 3,47 \text{ s.}$

d) El alcance es la x cuando la y es cero. $x = 30,31 \cdot 5,22 = 158,22 \text{ m.}$

e) Sustituyo el tiempo total en v.

$$\begin{cases} v_x = 30'31 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_y = 17,5 - 10 \cdot 5,22 = -34,7 \text{ m/s} \end{cases} \rightarrow \vec{v} = 30,31 \cdot \vec{i} - 34,7 \cdot \vec{j}$$

f) Sustituyo $y = 10 \rightarrow 10 = 45 + 17,5t - 5t^2 \rightarrow t = 4,92 \text{ s.}$

8

$$\begin{cases} v_x = 30,31 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_y = 17,5 - 10 \cdot 4,65 = -31,7 \text{ m/s} \end{cases} \rightarrow \vec{v} = 30,31 \cdot \vec{i} - 31,7 \cdot \vec{j} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

g. $y =$

h. Hacemos $x = 150 \rightarrow 150 = 30,31 \cdot t \rightarrow t = 4,95 \text{ s.} \rightarrow y = 9,11 \text{ m.} < 10 \rightarrow$
chocará el móvil con el árbol.

19. Desde una torre de 50 m de altura lanzamos horizontalmente un objeto con una velocidad inicial de 25 m/s. Calcular:

a) Celeridad en el momento de llegar al suelo.

b) Tiempo necesario para que el objeto se encuentre a 10 m del suelo.

c) Si a 60 m. se encuentra una pared de 14 m. de altura. ¿El objeto impacta con la pared?

VER VIDEO <https://youtu.be/FW0dfWFAE8w>

$$\text{Ecuaciones} \begin{cases} x = 25 \cdot \cos 0 \cdot t \\ y = 50 + 25 \cdot \text{sen} 0 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 25 \cdot \cos 0 \\ v_y = 25 \cdot \text{sen} 0 - 10 \cdot t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 25 \cdot t \\ y = 50 - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 25 \\ v_y = -10 \cdot t \end{cases}$$

a) Llegar al suelo $\rightarrow y = 0 \rightarrow 0 = 50 - 5 \cdot t^2 \rightarrow t = 3'16 \text{ s.}$

$$\begin{cases} v_x = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_y = -10 \cdot 3'16 = -31'6 \text{ m/s.} \end{cases} \rightarrow \vec{v} = 25 \text{ i} - 31'6 \text{ j} \rightarrow \vec{v} = \sqrt{25^2 + 31'6^2} = 40'29 \text{ m/s}$$

b) Basta sustituir la $y = 10 \rightarrow 10 = 50 - 5 \cdot t^2 \rightarrow t = 2'83 \text{ s.}$

c) Sustituyo $x = 60 \rightarrow 60 = 25 \cdot t \rightarrow t = 2'4 \text{ s.} \rightarrow y = 50 - 5 \cdot 2'4^2 = 21'2 \text{ m.} > 14 \text{ m.}$
por tanto, pasará por encima de la pared.

20. Calcular con qué ángulo debemos lanzar un objeto, desde el suelo, para que a 50 m. del punto de lanzamiento se encuentre a 25 metros de altura si lo hemos lanzado a 40 m/s.

VER VÍDEO https://youtu.be/3eC_BBsaY7A

La ecuación de la trayectoria del tiro parabólico es la fórmula adecuada para el cálculo del ángulo de lanzamiento:

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y = h + v_0 \cdot \text{sen} \alpha \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \\ y = h + v_0 \cdot \text{sen} \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} - 4,9 \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2 \end{cases}$$

$$y = h + \text{tag} \alpha \cdot x - \frac{4,9}{(v_0)^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot x^2 \rightarrow y = h + \text{tag} \alpha \cdot x - \frac{4,9}{v_0^2} (1 + \text{tag}^2 \alpha) \cdot x^2$$

Sustituyendo:

$$25 = 0 + \text{tag} \alpha \cdot 50 - \frac{4,9}{40^2} (1 + \text{tag}^2 \alpha) \cdot 50^2$$

$$25 = 50 \cdot \text{tag} \alpha - 7,66 \cdot (1 + \text{tag}^2 \alpha) \rightarrow -7,66 \cdot \text{tag}^2 \alpha + 50 \cdot \text{tag} \alpha - 32,66 = 0$$

$$\begin{cases} \text{tag} \alpha = 5,79 \rightarrow \alpha = 80,2^\circ \\ \text{tag} \alpha = 0,72 \rightarrow \alpha = 35,75^\circ \end{cases}$$

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

21. Desde una torre de 50 m de altura lanzamos horizontalmente un objeto que llega al suelo a 40 m/s a los 3,9 s. Calcular:

- La velocidad de lanzamiento.
- El alcance.
- Si a 60 m de distancia hay una azotea a 14 m de altura, ¿en qué punto impactará el móvil con la azotea?

VER VÍDEO https://youtu.be/KMUrAk2O_FA

- $V_0 = 24,95 \text{ m/s}$
- Alcance = 79,59 m.
- 7,61 m.

22. Desde una torre de h m de altura lanzamos bajo un ángulo de elevación de 15° un móvil a 30 m/s. Si impacta con el suelo a 100 m de distancia, calcular:

- La altura de la torre.
- La altura máxima que alcanza el móvil.

VER VÍDEO <https://youtu.be/FSkvzQ7uREE>

- $h = 31,53 \text{ m}$
- Altura máxima = 34,61 m.

23. Una rueda tiene 20 cm. de radio y tarda una centésima de segundo en dar una vuelta. Calcular:

- Periodo.
- Velocidad angular.
- Velocidad lineal de un punto de la periferia.
- Frecuencia.
- Aceleración normal.

VER VÍDEO <https://youtu.be/Q8aGR1WUYzQ>

- Tarda una centésima de segundo en dar una vuelta. $\rightarrow T = 0'01 \text{ s}$.
- $\omega = \frac{2\pi}{T} = 200 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 628'32 \text{ rad/s}$.
- $v = \omega \cdot R = 40 \cdot \pi \text{ m/s} = 125'66 \text{ m/s}$.
- $f = \frac{1}{T} = 100 \text{ hz}$.
- $a_{\text{normal}} = \omega^2 \cdot R = 78957 \text{ m/s}^2$

24. La rueda de un carro tiene 75 cm. de radio y el carro es tirado por un caballo que va a 9 km/h. Hallar:

- Velocidad angular.

b.- Las vueltas que da la rueda cada minuto.

VER VÍDEO <https://youtu.be/Q9WYDRz1oA0>

$$R = 75 \text{ cm.} = 0,75 \text{ m.}$$

$$v = 9 \text{ Km./h.} = 2,5 \text{ m/s.}$$

$$v = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \frac{v}{R} = 3,33 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\varphi = \omega \cdot t = 3,33 \cdot 60 = 199,8 \text{ rad.} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad.}} = 31,8 \text{ vueltas}$$

También se puede hacer $n^\circ = N \cdot t$ (ver video).

25. Un disco de 80 cm. de radio posee un período de dos segundos. Determinar:

a. Velocidad lineal de un punto de la periferia del disco.

b. Número de vueltas realizadas por el disco durante un tiempo de 10 s.

VER VIDEO <https://youtu.be/xQqxohgY0hg>

$$\left\{ \begin{array}{l} R = 80 \text{ cm.} = 0,8 \text{ m.} \\ T = 2 \text{ s.} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ v = \pi \cdot 0,8 = 2,51 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{array} \right.$$

$$n^\circ \text{ de vueltas} \left\{ \begin{array}{l} n^\circ \text{ de vueltas} = f \cdot t = \frac{1}{T} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5 \text{ vueltas} \\ \varphi = \omega \cdot t = 10 \cdot \pi \frac{\text{Rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad.}} = 5 \text{ vueltas.} \end{array} \right.$$

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS
CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO
DALE A ME GUSTA.

26. Los puntos de la periferia de una rueda, que está girando, tienen una velocidad lineal de 54 km/h. Si la rueda tiene un radio de 40 cm.

a. ¿Cuál es su velocidad angular en rev/min.?

b. ¿Cuántas vueltas da en 18 s.?

c. ¿Qué longitud recorre durante esos 18 segundos?

VER VÍDEO <https://youtu.be/jZ8DI0ofQfM>

$$v = 54 \text{ Km./h.} = 15 \text{ m/s.}$$

$$R = 40 \text{ cm.} = 0,4 \text{ m.}$$

$$v = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \frac{v}{R} = 37,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ revolución}}{2\pi \text{ rad.}} \cdot \frac{60 \text{ s.}}{1 \text{ minuto.}} = 358,1 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

$$\varphi = \omega \cdot t = 37,5 \cdot 18 = 675 \text{ rad.} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad.}} = 107,43 \text{ vueltas}$$

$$L = \varphi \cdot t = \omega \cdot R \cdot t = 37,5 \cdot 0,4 \cdot 18 = 270 \text{ m.}$$

27. Calcular la velocidad angular en rad/s. de las agujas horaria, minutera y segundera de un reloj.
VER VÍDEO <https://youtu.be/c99qE9JAR54>

Parece que no hay datos, en realidad sabemos que la aguja horaria da una vuelta cada 12 h. Por tanto, el periodo es 12 h. = 43200 s.

$$\omega_H = \frac{2\pi}{T} = 1,45 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_M = \frac{2\pi}{T} = 1,75 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_S = \frac{2\pi}{T} = 0,105 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

28. Un móvil que gira a 15 rad/s. acelera alcanzando los 30 rad/s. tras dar 50 vueltas. Calcular:

- Aceleración angular.
- Tiempo total.
- Número de vueltas que da en el último segundo.

VER VÍDEO <https://youtu.be/qj-wA3jLjOY>

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = 15 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \omega = 30 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \varphi = 50 \text{ vueltas} \cdot \frac{2\pi \text{ rad.}}{1 \text{ vuelta}} = 314,16 \text{ rad} \end{array} \right.$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\varphi \rightarrow \alpha = 1,07 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow t = 14,02 \text{ s.}$$

$$\varphi_{13,02} = \omega_0 t + 0,5\alpha t^2 = 286 \text{ rad.}$$

$$\text{En el último segundo } \varphi_{\text{total}} - \varphi_{13,02} = 28,16 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 4,48 \text{ vueltas.}$$

29. Un tocadiscos gira a 33 r.p.m. Se desconecta de la corriente y debido a la fuerza de rozamiento que actúa sobre el plato se produce una aceleración de parada de 3 rad/s². Calcular:

- Tiempo que tarda en pararse.
- Velocidad a los 0,5 s.
- Aceleración tangencial si R = 17 cm.
- Número de vueltas en el último segundo.

VER VÍDEO <https://youtu.be/KC8nv7xYx1A>

a)

$$\omega_0 = 33 \text{ r.p.m.} = 33 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s.}} \cdot \frac{2 \cdot \pi \text{ rad.}}{1 \text{ rev.}} = 3,46 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \rightarrow t = 1,15 \text{ s.}$$

b.-

12

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \rightarrow \omega = 1,96 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

c.-

$$a_t = \alpha R = -0,51 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

d

$$\varphi_{0,15} = \omega_0 t + 0,5 \alpha t^2 = 0,49 \text{ rad.}$$

$$\varphi_{1,15} = \omega_0 t + 0,5 \alpha t^2 = 2 \text{ rad.}$$

En el último segundo $\varphi_{\text{total}} - \varphi_{0,15} = 1,51 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 0,24 \text{ vueltas.}$

30. Un disco de 50 cm. de radio gira a 180 r.p.m. y se detiene en 20 segundos. Calcular:

a. Componentes intrínsecas de la aceleración a los 2 s. de haber empezado a frenar.

b. Tiempo necesario para que el disco gire 5 vueltas.

VER VIDEO <https://youtu.be/RUFzsYo25w8>

$$\left\{ \begin{array}{l} r = 50 \text{ cm.} = 0,5 \text{ m.} \\ \omega_0 = 180 \text{ r.p.m.} = 180 \frac{\text{rev}}{\text{min.}} \cdot \frac{2\pi \text{ vueltas}}{1 \text{ rev.}} \cdot \frac{1 \text{ min.}}{60 \text{ s.}} = 18,85 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ t = 20 \text{ s.} \\ \omega = 0 \end{array} \right.$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \rightarrow 0 = 18,85 + 20 \cdot \alpha \rightarrow \alpha = -0,94 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\omega_{2 \text{ s.}} = 18,85 - 0,94 \cdot 2 = 16,97 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow a_n = \omega^2 \cdot R = 16,97^2 \cdot 0,5 = 144 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_t = \alpha \cdot R = -0,94 \cdot 0,5 = -0,47 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\varphi = 5 \text{ vueltas} \cdot \frac{2\pi \text{ rad.}}{1 \text{ vuelta}} = 31,42 \text{ rad.} \left\{ \begin{array}{l} \varphi = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \\ 31,42 = 18,85 \cdot t - 0,47 \cdot t^2 \end{array} \right. \rightarrow t = 1,74 \text{ s.}$$

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

31. Un disco de 40 cm. de diámetro que parte del reposo gira durante 20 s. hasta alcanzar las 60 r.p.m. Transcurrido dicho tiempo, el disco gira durante 10 s. a velocidad constante, y posteriormente, inicia un frenado que lo hace detenerse en dos vueltas. Calcular:

a. Las aceleraciones angulares al acelerar y al frenar.

b. El número de vueltas totales realizadas por el disco desde que inicia el movimiento hasta que se detiene de nuevo.

VER VIDEO <https://youtu.be/eeUIptHhpjic>

Primer tramo.

13

$$\begin{cases} \omega_0 = 0 \\ t = 20 \text{ s.} \\ \omega = 60 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad.}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{1 \text{ min.}}{60 \text{ s.}} = 6,28 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \rightarrow 6,28 = \alpha \cdot 20 \rightarrow \alpha = 0,314 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}. \\ \varphi = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 = 0,5 \cdot 0,314 \cdot 20^2 = 62,8 \text{ rad.} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 10 \text{ vueltas} \end{cases}$$

Segundo tramo.

$$\{\varphi = \omega \cdot t = 6,28 \cdot 10 = 62,8 \text{ rad} = 10 \text{ vueltas.}$$

$$\begin{cases} \omega_0 = 6,28 \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \\ \varphi = 2 \text{ vueltas} \cdot \frac{2\pi \text{ rad.}}{1 \text{ vuelta}} = 12,57 \text{ rad.} \\ \omega = 0. \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \omega^2 = \omega_0^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \varphi \\ 0 = 6,28^2 + 2 \cdot \alpha \cdot 12,57 \rightarrow \alpha = 1,57 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}. \end{cases}$$

$$n^\circ \text{ total de vueltas} = 10 + 10 + 2 = 22 \text{ vueltas.}$$

32. Un m.v.a.s. tiene la siguiente ecuación del movimiento: $y(t) = 3 \cdot \text{sen}(\pi t - \pi/2)$. Calcular:

- La amplitud.
- La pulsación.
- La fase inicial.
- La fase.
- El periodo.
- La frecuencia.
- La ecuación de la velocidad.
- La ecuación de la aceleración.
- La velocidad cuando la posición es 1,5 m.
- Dos primeros instantes en que la velocidad es nula.
- Dos primeros instantes en que la velocidad es 5 m/s.
- Velocidad y aceleración máximas.
- La ecuación que relaciona la posición con la velocidad.

VER VIDEO <https://youtu.be/GBcIUmAe5do>

Comparando $y(t) = 3 \cdot \text{sen}(\pi t - \pi/2)$ con $y(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$

a. 3 m.

b. π rad/s.

c. $-\pi/2$ rad.

d. $(\pi t - \pi/2)$ rad.

e. $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ s.}$

f. $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ Hz.}$

g. $v(t) = 3\pi \cdot \cos(\pi t - \pi/2)$

$$h. a(t) = 3\pi^2 \cdot \text{sen}(\pi t - \pi/2) = \pi^2 \cdot y$$

$$i. 1,5 = 3 \cdot \text{sen}(\pi t - \pi/2) \rightarrow \text{sen}(\pi t - \pi/2) = 0,5 \rightarrow (\pi t - \pi/2) = \pi/6 \text{ rad.}$$

$$v(t) = 3\pi \cdot \text{cos}(\pi t - \pi/2) = v(t) = 3\pi \cdot \text{cos}(\pi/6) = 8,16 \text{ m/s.}$$

j. $v(t) = 3\pi \cdot \text{cos}(\pi t - \pi/2) \rightarrow 0 = 3\pi \cdot \text{cos}(\pi t - \pi/2) \rightarrow \text{cos}(\pi t - \pi/2) = 0 \rightarrow \pi t - \pi/2 = \pi/2 \rightarrow t = 1 \text{ s.}$ Para $t = 1 \text{ s.}$ el móvil tiene velocidad nula, situación que se repite siempre que la elongación es máxima, es decir, cada medio período. Si el período es de dos segundos será cada segundo. $t = 0, t = 1 \text{ s.}, t = 2 \text{ s.} \dots$

k. $v(t) = 3\pi \cdot \text{cos}(\pi t - \pi/2) \rightarrow 5 = 3\pi \cdot \text{cos}(\pi t - \pi/2) \rightarrow \text{cos}(\pi t - \pi/2) = 5/3\pi \rightarrow \pi t - \pi/2 = 1,012 \text{ rad} \rightarrow t = 0,82 \text{ s.}$ No sabemos cada cuanto tiempo el móvil adquiere la velocidad de 5 m/s. No lo podemos hacer, pues, como el apartado anterior, hecho por un método físico. Los siguientes tiempos los calcularemos por métodos matemáticos.

$$\pi t - \pi/2 = 2\pi - 1,012 \rightarrow t = 2,18 \text{ s.}$$

$$l. v_{\text{máx.}} = A \cdot \omega = 3\pi \text{ m/s. y } a_{\text{máx.}} = A \cdot \omega^2 = 3\pi^2 \text{ m/s}^2.$$

m.

$$\begin{cases} y(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ v(t) = A \cdot \omega \cdot \text{cos}(\omega \cdot t + \varphi_0) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (y(t))^2 = A^2 \cdot \text{sen}^2(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ (v(t))^2 = A^2 \cdot \omega^2 \cdot \text{cos}^2(\omega \cdot t + \varphi_0) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \text{sen}^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{(y(t))^2}{A^2} \\ \text{cos}^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{(v(t))^2}{A^2 \cdot \omega^2} \end{cases} \rightarrow \overbrace{\text{sen}^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \text{cos}^2(\omega \cdot t + \varphi_0)}^1 = \frac{(y(t))^2}{A^2} + \frac{(v(t))^2}{A^2 \cdot \omega^2}$$

$$\frac{(y(t))^2}{A^2} + \frac{(v(t))^2}{A^2 \cdot \omega^2} = 1 \rightarrow \omega^2 \cdot (y(t))^2 + (v(t))^2 = A^2 \cdot \omega^2$$

Podemos utilizar esta fórmula para resolver el apartado i.

$$\pi^2 \cdot 1,5^2 + (v(t))^2 = 9 \cdot \pi^2 \rightarrow (v(t))^2 = 6,75 \cdot \pi^2 \rightarrow v(t) = 8,16 \text{ m.}$$

33. Un móvil que se mueve con movimiento vibratorio armónico simple de amplitud 2 m. realiza 4 oscilaciones en 2 s.

a. Escribe la ecuación del movimiento de dicho móvil

b. Escribe la ecuación del movimiento de dicho móvil sabiendo que en el instante inicial su velocidad es 0 y su elongación positiva.

VER VIDEO <https://youtu.be/24RTEooKSU>

a. No tenemos datos para hallar φ_0 , supondremos que vale 0.

$$\begin{cases} A = 2 \text{ m.} \\ T = 0,5 \text{ s.} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi \text{ rad/s.} \end{cases} \rightarrow y(t) = 2 \cdot \text{sen}(4\pi t)$$

b. Sí tenemos datos para hallar φ_0 pues, tengo simultáneamente un instante y una posición o velocidad. Velocidad 0 y elongación positiva significa que $y = A$,

$$y = 2$$

$$\begin{cases} A = 2 \text{ m.} \\ T = 0,5 \text{ s.} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi \text{ rad/s.} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y(t) = 2 \cdot \text{sen}(4\pi t) \\ 2 = 2 \cdot \text{sen}(\varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{cases} \rightarrow$$

$$y(t) = 2 \cdot \text{sen}\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

34. Escribe la ecuación del m. v. a. s. en los casos siguientes.

a. Sabiendo que $v_{\text{máx}} = 2\pi \text{ m/s}$. y la frecuencia = 2 Hz.

b. Sabiendo que para $y = 2 \text{ m}$. la $a = -\pi^2/2 \text{ m/s}^2$. Y que $A = 2 \text{ m}$. Y que en el instante inicial la elongación es 1 m.

VER VIDEO <https://youtu.be/1EpZGuIERgI>

$$\begin{cases} f = 2 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \rightarrow y = 0,5 \cdot \text{sen}(4 \cdot \pi \cdot t) \\ v_{\text{máx.}} = A \cdot \omega \rightarrow A = 0,5 \text{ m.} \end{cases}$$

Al no tener datos para calcular φ_0 , suponemos que vale 0.

$$\begin{cases} a = -\omega^2 \cdot y \rightarrow \frac{-\pi^2}{2} = -\omega^2 \cdot 2 \rightarrow \omega = \frac{\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}} \cdot \rightarrow y = 2 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \varphi_0\right) \\ A = 2 \text{ m.} \end{cases}$$

$$y = 2 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \varphi_0\right) \rightarrow 1 = 2 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot 0 + \varphi_0\right) \rightarrow \text{sen}(\varphi_0) = \frac{1}{2} \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad.}$$

$$y = 2 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)$$

35. Un móvil que se mueve con movimiento vibratorio armónico simple tiene $v_{\text{máx.}} = 3\pi \text{ m/s}$ y una $a_{\text{máx.}} = 3\pi^2 \text{ m/s}^2$. Si a los 3 s su velocidad es 2 m/s, Hallar:

a. Ecuación del movimiento.

b. Hallar dos instantes consecutivos en los que $v = 1 \text{ m/s}$.

VER VÍDEO <https://youtu.be/YEiWPvGMkCs>

a. $y = 3 \cdot \text{sen}(\pi t - 8,07)$

b.