

1

**SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.**



**PREPARAR EL EXAMEN FINAL DE MATEMÁTICAS II 2024.**

**COMPARTE ESTA FICHA CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.**

1. Queremos contratar una empresa de gestión de entre las siguientes:

- La empresa A nos cobra 150 € de coste base, y adicionalmente 5 € por cada cliente y 3 € por cada factura que emite.
- La empresa B nos cobra 300 € de coste base, 10 € por cada cliente, y no cobra por emitir facturas.
- La empresa C nos cobra 100 € de coste base, no cobra en función del número de clientes, pero cobra 5 € por cada factura que emite.

a. ¿Si el año pasado tuviéramos 50 clientes y, en total, emiten 180 facturas, qué empresa nos hubiera costado menos contratar?

b. De cara al próximo año, tenemos una previsión de  $x$  clientes e  $y$  facturas. Con esta previsión, la empresa A nos costaría 1050 € y la empresa B nos costaría 900 €. Calcula el número de clientes  $x$  y el número de facturas  $y$  previstos.

c. Con  $x$  clientes e  $y$  facturas, ¿cuánto nos costaría la empresa C?

VER VÍDEO <https://youtu.be/57qFW2og2LY>

a.  $A = 940$  €,  $B = 800$  € y  $C = 1000$  €

b.  $x = 60$  e  $y = 200$

c.  $C = 1100$  €

2. Para estudiar la vida de las tortugas marinas, hemos recopilado la edad que tenían algunos ejemplares cuando murieron por causas naturales obteniendo la siguiente tabla:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$		$\bar{x}$
55	62	69	70	72	77	94	103		75,25

2

suponemos que estos datos siguen una distribución normal y que su desviación típica poblacional es de 20 años

a. Calcular el intervalo de confianza para la media poblacional con un 90% de confianza.

Suponemos ahora además que la media poblacional es de 75,25 años

b. Cuál es la probabilidad de que una tortuga Marina supere los 80 años de vida

c. Cuál es la probabilidad de que una tortuga Marina supere los 80 años de vida pero no los 100 años de vida?

VER VÍDEO <https://youtu.be/iYW0nSRDDVY>

a. (63,62; 86,88)

b. 0,4052

c. 0,2977

3. Un camión transporta una carga de exactamente 12 metros cúbicos de volumen y, como máximo, un peso de 18 toneladas. Puede transportar:

- Arena, que pesa 1.6 toneladas por metro cúbico, y que se factura a 80 € por metro cúbico.

- Grava, que pesa 1.8 toneladas por metro cúbico, y que se factura a 100 € por metro cúbico.

- Ceniza, que pesa 0.5 toneladas por metro cúbico, y que se factura a 25 € por metro cúbico.

Nos interesa calcular el precio más alto que podrá facturar en un viaje. Para ello, se pide:

a. Plantea la maximización de este precio como un problema de programación lineal con dos variables.

b. Dibuja la región factible, indicando las rectas y vértices que la delimitan.

c. Calcula el número de toneladas de cada material que se deben transportar con el fin de alcanzar el precio máximo, y determina también este precio máximo.

VER VÍDEO <https://youtu.be/4JChgCTbFZQ>

a.

$$\begin{cases} \text{Arena } x \\ \text{Grava } y \\ \text{Ceniza } z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 12; z = 12 - x - y \\ 1,6x + 1,8y + 0,5(12 - x - y) \leq 18 \end{cases} \begin{cases} \text{Arena } x \\ \text{Grava } y \\ \text{Ceniza } 12 - x - y \end{cases}$$

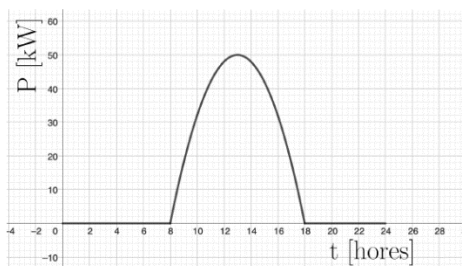
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 12 - x - y \geq 0 \\ 1,6x + 1,8y + 0,5(12 - x - y) \leq 18 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 12 \\ 1,1x + 1,3y \leq 12 \end{cases}$$

$$f(x, y) = 80x + 100y + 25 \cdot (12 - x - y) = 55x + 75y + 300.$$

b y c. El precio máximo es de 992,31 € con 0 m<sup>3</sup> de arena, 9,23 m<sup>3</sup> de grava y 2,77 m<sup>3</sup> de ceniza; que equivalen a 16,62 toneladas de grava y 1,30 toneladas de ceniza.

4. La potencia generada por una placa solar, P (expresado en kW) depende del tiempo, t (expresado en horas) transcurrido según la expresión siguiente:

$$P(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 8 \\ -2t^2 + 52t + c & 8 \leq t < 18 \\ 0 & 18 \leq t \leq 24 \end{cases}$$



Donde  $c$  es un parámetro real.

- Teniendo en cuenta que la función es continua, ¿cuál es el valor del parámetro  $c$ ?
- Teniendo en cuenta que el valor máximo se alcanza a las 13:00 h calcula, con la expresión dada, cuál es la potencia en este momento.
- ¿En qué intervalos la función es creciente? ¿y decreciente?

VER VÍDEO <https://youtu.be/Yi7S-9nM6AA>

- $c = -288$
- $P(t) = -2t^2 + 52t + c$ ;  $P(13) = -2 \cdot 13^2 + 52 \cdot 13 - 288$ ;  $P(13) = 50$  kW
- Crece en  $(8, 13)$  y decrece en  $(13, 18)$ . Los intervalos donde la función es constante son técnicamente crecientes (y también decrecientes) pero no estrictamente crecientes (ni estrictamente decrecientes).

5. Consideremos el peso de un adulto,  $p$  (en kg), y su metabolismo basal,  $m$  (en watts). Un investigador nos proporciona el modelo siguiente:  $p(m) = 0,1 \cdot m^{1,5}$   $m \in (0, +\infty)$ .

- Haz una gráfica esquemática de la función  $p(m)$ , indicando el dominio, el comportamiento en los extremos del dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos locales.
- Halla la función que da el metabolismo basal en función del peso  $m(p)$ , es decir aísla la variable  $m$ .

VER VÍDEO <https://youtu.be/FZUEVs2YLwA>

a. El dominio es  $(0, +\infty)$ . La derivada de la función es positiva, luego la función es creciente. El cero no pertenece al dominio, no tiene mínimos.

$\lim_{m \rightarrow \infty} p(m) = +\infty$  no tiene máximo.

b.  $m(p) = 4,64 \cdot p^{0,667}$

6. Consideremos las funciones  $f(x) = (x + 2)^3$  y  $g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x$ .

- Justifica, calculando, que  $f'(x) = g'(x)$
- ¿Es cierto que  $f(x) = g(x)$ ?
- Calcula  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$

VER VÍDEO <https://youtu.be/T0uPzmNODJU>

a.  $f'(x) = 3 \cdot (x + 2)^2 = 3 \cdot (x^2 + 4x + 4) = 3x^2 + 12x + 12 = g'(x)$

b. No, pues  $f(0) = 8$  y  $g(0) = 0$

c. Límite igual a 1.

7. Manuel elige al azar dos cifras entre 0 y 9, que podrían estar repetidas.

CARLOS ALCOVER GARAU. LICENCIADO EN CIENCIAS QUÍMICAS (U.L.B.) Y DIPLOMADO EN TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS (I.A.T.A.).

- a. Cuál es la probabilidad de que ambas cifras sean múltiplo de 3?  
 b. El producto de las dos cifras es un múltiplo de 3 si al menos 1 de las cifras es múltiplo de 3. ¿Cuál es la probabilidad de que el producto de las dos cifras sea múltiplo de 3?  
 c. Pepe te da su número de teléfono, que contiene 9 cifras entre 0 y 9 posiblemente repetidas y que supondremos que son cifras escogidas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que el producto de las 9 cifras sea múltiplo de 3?

VER VÍDEO [https://youtu.be/3zc2B86V\\_Vc](https://youtu.be/3zc2B86V_Vc)

- a.  $P(A \cap B) = 16/100$   
 b.  $P(A \cup B) = 64/100$   
 c.  $1 - (6/10)^9 = 0,990$

8. De un total de 80 alumnos, el 80% de los alumnos han aprobado un examen de matemáticas, y el 75% han aprobado un examen de física. Además, de los que han suspendido el examen de matemáticas, el 50% han aprobado el examen de física.

- a. De los que han suspendido el examen de física, ¿cuántos han aprobado el de matemáticas?  
 b. ¿Cuántos alumnos han aprobado alguno de los dos exámenes?  
 c. Aprobar el examen de física y aprobar el examen de matemáticas ¿son sucesos independientes?

VER VÍDEO <https://youtu.be/UDP308kuBuU>

- a.  $P(M/\bar{F}) = 0,6$   
 b.  $P(M \cup F) = 0,9$ ;  $0,9 \cdot 80 = 72$  alumnos.  
 c. No, pues  $P(M \cap F) \neq P(M) \cdot P(F)$