**SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.**

# PREPARAR EL EXAMEN FINAL DE MATEMÁTICAS II 2024.

**COMPARTE ESTA FICHA CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.**

**1. Sea el sistema:** $\begin{cases} \mathbf{mx + y - z = 1} \\ \mathbf{2x + my = 1} \\ \mathbf{x + mz = 0} \end{cases}$

**a. Discute el número de soluciones según los valores del parámetro m.**

**b. Resuelve el sistema en el caso m = 1.**

VER VÍDEO https://youtu.be/gHCjjfxZWTw

a. Si $m \neq 0$ y $m \neq 1$ y $m \neq -1$ RA = 3 = RA* = nº de imcógnitas, según el Teorema de Rouché, sistema compatible determinado, una sola solución.

Si m = 0 RA ≠ RA*, según el Teorema de Rouché, sistema incompatible, no tiene solución.

Si m = 1 RA = RA* = 2 < nº de incógnitas, según el Teorema de Rouché, sistema a compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones.

Si m = -1 RA ≠ RA*, según el Teorema de Rouché, sistema incompatible, no tiene solución.

b. $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases}$

**2. Sea A una matriz invertible nxn con coeficientes reales tal que cumple la igualdad $A^2 + A = I$**

**a. ¿Satisface la matriz M =** $\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{-1} \end{pmatrix}$ **las condiciones del enunciado?**

**b. Calcula la inversa de A.**

**c. Comprueba que se satisface la igualdad A(B + A) – I = A(B – I), siendo B una matriz cuadrada nxn con coeficientes reales.**

VER VÍDEO https://youtu.be/N8RB0ENvios

a. El determinante de m es distinto de cero, M tiene inversa y además cumple $M^2 + M = I$.

b. $A^2 + A = I$; $A^{-1}(A^2 + A) = A^{-1} I$; $A^{-1} = A + I$

c. $A(B + A) - I = AB + A^2 - I = AB + (I - A) - I = AB - A = A(B - I)$.

**3. Sean los puntos A = (1, 2, 0), B = (- 1, 0 , 1) , C = (0, 0, 1) y D = (3, 1, 2).**

**a. Determina la recta r que pasa por D y es perpendicular al plano que contiene a A,B y C.**

**b. Determina si los puntos dados son coplanarios o no.**

**c. Es D el punto de corte de la recta con el plano del apartado a.**

VER VÍDEO https://youtu.be/2PdPMuqunWo

a. $v_r = n_\pi = (0, 1, 2). r: \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

b. $\begin{vmatrix} \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AD} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0$. NO son coplanarios.

c. No, pues D no pertenece al plano ABC.

**4. Sea el plano π : 3x + y + z = 2 y los puntos P = (0, 1, 1) y Q = (2,−1,−3).**

**a. ¿Son P y Q puntos del plano π? Justifica la respuesta.**

**b. Calcula el punto S situado sobre la recta PQ que se encuentra a 3/4 partes de P y a 1/4 parte de Q.**

**c. Determina la ecuación implícita (también llamada cartesiana) de la recta que pasa por P y es perpendicular al pla π.**

VER VÍDEO https://youtu.be/DuvAaF7uGaQ

a. Si son puntos del plano. Basta sustituirlos en el plano y comprobar que cumplen la ecuación.

b. (3/2, - ½, - 2)

c. $\begin{cases} x - 3y + 3 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$

**5. La reproducción de un insecto a lo largo del tiempo sigue la función $f(x) = e^{-x}\cdot(2x+1)$ siendo $x \geq 0$ el tiempo en meses y f(x) el número de insectos en millones.**

**a. ¿Cuántos millones de insectos había en el instante inicial? ¿Hacia dónde tiende la cantidad de insectos a lo largo de los años? Interpreta los resultados.**

**b. ¿Cuál es el máximo número de insectos que llega a haber? ¿En qué instante de tiempo se alcanza este valor?**

**c. ¿Hay algún momento en que la población supera los 2 millones de insectos?**

VER VÍDEO https://youtu.be/ompQWHcvekE

a. Inicialmente $f(0) = 1$ millón de insectos. $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$, tiende a extinguirse.

b. Hay un máximo de 1,213 millones de insectos al cabo de medio mes.

c. No pues tenemos un máximo absoluto en 1,213 millones de insectos.

**6. Calcula la integral de la función f(x) = $\frac{x^4+2x-6}{x^2+x-2}$**
VER VÍDEO https://youtu.be/jX0h9fuwnC8

$$\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 3x - (\ln|x-1| + 2 \cdot \ln|x+2|) + C$$

**7. En una clase donde todos los alumnos practican algún deporte, el 60% de los alumnos juega al fútbol o básquet y el 10% practica los dos. Por otro lado, se sabe que hay un 60% de alumnos que no juega al fútbol.**

**a. Sea F ='juega al fútbol' y sea B ='juega a básquet', escribe, en términos de uniones, intersecciones y complementarios de estos dos eventos, las tres probabilidades que indica el enunciado.**

**b. Calcula la probabilidad de que, escogiendo al azar un alumno de la clase,**

**b.1 Juegue al fútbol.**
**b.2 Juegue a básquet.**
**b.3 Juegue a básquet y no al fútbol (solo juegue al básquet)**
**b.4 No juegue ni al fútbol ni a básquet.**

VER VÍDEO https://youtu.be/oAsXJ7MtHag

a. Sea F ='juega al fútbol' y sea B ='juega a básquet'. El enunciado nos dice que $P(F \cup B) = 0.6$, $P(F \cap B) = 0.1$, $P(\bar{F}) = 0.6$.

b1. $P(F) = 1 - P(\bar{F}) = 0{,}4$
b2. $P(B) = 0{,}3$
b3. $P(B \cap \bar{F}) = 0{,}2$
B4. $P(\bar{F} \cap \bar{B}) = 0{,}4$

**8. a. En un examen de tecnología, ¿cuál es la probabilidad de sacar una nota entre 5 y 7 si se sabe que las notas siguen una distribución normal de media 6 y desviación típica 2?**

**b. En un examen de filosofía, el 35% de los alumnos presentados obtuvieron una nota mayor que 6, mientras que el 51% obtuvieron una menor que 4. Suponiendo que las notas siguen una distribución normal, determina cuál es su media μ y su desviación típica σ.**

VER VÍDEO https://youtu.be/aYewlUHtusE

a. 0,383
b. $\mu = 3{,}861$ y $\sigma = 5{,}56$

**9. Considera la matriz M y el vector B,**

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & a \\ a+1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**a. Indica para qué valores de la matriz M es invertible.**
**b. Calcula, para todos los valores de a que sea posible, la inversa de M.**
**c. Calcula, para el caso a=0, el vector x tal que Mx=b.**

VER VÍDEO https://youtu.be/RR7PnWfQJC0

a. La matriz tiene inversa si $a \in R - \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

b. $M^{-1} = \frac{1}{a^2-2}\begin{pmatrix} -1 & -1+a & 1 \\ -a & 2-a & -2+a^2+a \\ a+1 & -1 & -a-1 \end{pmatrix}$

c. $x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

**10. Considera las matrices A = $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$**

**a. Calcula todas las matrices X tales que AX – X = B.**

**b. Halla una matriz Y distinta de 0 tal que (A – B)·Y = 0**

**c. Indica todas las matrices Z que cumplen A·Z = 0.**

VER VÍDEO https://youtu.be/ZBVfW0ZW9qs

a. $X = \begin{pmatrix} 5/4 & 3/4 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

b. $Y = \begin{pmatrix} 2c & 2d \\ c & d \end{pmatrix}$

c. Z = 0

**11. Considera el plano π: 2x + 3y + z – 6 = 0**

**a. Determina los vértices del triángulo determinado por los puntos de corte del plano con los ejes de coordenadas.**

**b. Calcular el área del triángulo.**

**c. Calcula la recta perpendicular al plano que pasa por A, siendo A el punto de corte del plano con el eje de abcisas (eje X).**

VER VÍDEO https://youtu.be/vBahtZS2mpc

a. Eje X, A = (3, 0, 0); eje Y, B = (0, 2, 0) y eje Z, C = (0, 0, 6)

b. $3 \cdot \sqrt{14}\ u^2$.

c. $r: \begin{cases} x = 3 + 2\alpha \\ y = 3\alpha \\ z = \alpha \end{cases}$

**12. Sean a y b dos constantes reales no nulas. Consideramos el plano π: x + ay – 2z = 3 y la recta r:**
$\begin{cases} \mathbf{x + bz = 1} \\ \mathbf{y = 0} \end{cases}$

**a. ¿Para qué valores de a y b la recta r es perpendicular al plano π? Para estos casos concretos calcula el punto de corte entre r y π, y calcula o justifica cuál es la distancia de la recta al plano.**

**b. ¿Para qué valores de a y b la recta r es paralela al plano π?**

**c. Existen algunos valores de a y b para los cuales la recta r está contenida en el plano π?**

VER VÍDEO https://youtu.be/XMYNZTaahbM

a. El parámetro a ≠ 0. No puede ser r perpendicular a π. Corte r y π (7/5, 0, -4/5). Distancia cero pues son secantes.

b. a cualquier valor real y b = - 2.

c. No existen los valores de a y b.

**13. La cantidad de toneladas de agua infectadas por una bacteria se espera que cumpla una función $f(x) = e^{-x} + 0{,}15 \cdot x + 1$ siendo $x \geq 0$ los días de infección y f(x) las toneladas de agua infectadas.**

**a. ¿Cuántas toneladas de agua había inicialmente? ¿Hacia qué valor tiende la cantidad de agua infectada?**

**b. ¿En qué momento hay menos cantidad de agua infectada? ¿Cuántas toneladas hay en este momento?**

**c. ¿Hay algún momento en que el agua no esté infectada?**

VER VÍDEO https://youtu.be/35cMgbpZbOw

a. 2 toneladas iniciales de agua. Tiende a infinito.
b. x = - ln 0,15 y 1,4346 toneladas.
c. No hay ningún momento.

**14. Representa la región comprendida entre la curva $y = \frac{2x}{x^2+1}$, el eje de abcisas (eje OX) y las rectas x = 0 y x = 7. Calcula el área de dicha región.**

VER VÍDEO https://youtu.be/EyWbMyaL0L8

$$\int_0^7 \frac{2x}{x^2+1} dx = \ln\ |x^2+1|]_0^7 = \ln 50\ u^2$$

**15. Un espacio muestral contiene dos sucesos A y B. Sabiendo que $P(A \cap B) = 0{,}3$, $P(A/B) = P(B/A)$, $P(\overline{A}) = 0{,}4$. Calcular:**

**a. P(B/A)  b. P(B)  c. $P(\overline{A} \cap \overline{B})$  d. ¿Son dependientes A y B?**

VER VÍDEO https://youtu.be/U-JEs0MmFC4

a. 0,5
b. 0,6
c. 0,1
d. Son dependientes.

**16. El peso de los recién nacidos sigue una distribución normal de media 3,1 kg y de acción típica desconocida. Se sabe que solo el 30,5% de los recién nacidos pesa más de 3,8 kg. Calcula, redondeando el resultado a cuatro decimales:**

**a. ¿Cuál es la desviación típica?**

**b. Suponiendo que igual $\sigma = 1{,}3725$ ¿cuál es la probabilidad de que un recién nacido pese menos de 2,7 kg?**

**c. Suponiendo que $\sigma = 1{,}3725$ ¿Cuál es la probabilidad de que un recién nacido pese entre 2,7 y 3,5 kg?**

VER VÍDEO https://youtu.be/kHt1U08IZ48

a. $\sigma = 1{,}3725$
b. 0,3859
c. 0,2282

**17. Sean las matrices A =** $\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{-3} & \mathbf{-4} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{-4} & \mathbf{1} & \mathbf{5} \end{pmatrix}$

**y k un parámetro real cualquiera.**

**a. Calcula la matriz A – kI**

**b. Calcula la matriz $(A – kI)^2$.**

**c. Calcula, si existen los valores del parámetro k para los que se satisface la relación $(A – kI)^2 = B$**

VER VÍDEO https://youtu.be/Jb9qvXK-SnE

a. $A - kI = \begin{pmatrix} -K & 1 & 1 \\ 1 & 1-K & 0 \\ 1 & 0 & -K \end{pmatrix}$

b. $(A - kI)^2 = \begin{pmatrix} 2K^2 & 1-2K & -2K \\ 1-2K & 2-2K+K^2 & 1 \\ -2K & 1 & 1+K^2 \end{pmatrix}$

c. $K = 2$

**18. Considera el sistema de ecuaciones lineales dependientes del parámetro a**

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{3x - 2y = 4} \\ \mathbf{ay = -3} \\ \mathbf{ax + 3z = 0} \end{aligned}\right\}$$

**a. Discute el sistema según los valores del parámetro a.**

**b. Resuelve el sistema para que el valor de a en que sea sistema compatible.**

VER VÍDEO https://youtu.be/bLb_j8MHgNg

a. Si $a \neq 0$. S.C.D.; Si $a = 0$ S.I.

b.

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{-6}{a} - 4\right) \\ y = \dfrac{-3}{a} \\ z = \dfrac{2}{3} + \dfrac{4a}{3} \end{cases}$$

**19. Considera la función $f(x) = e^{3x - 2}$.**

**a. Determina las coordenadas del punto en el cual la tangente a la gráfica de la función tiene pendiente igual a 3/e. Escribe la ecuación de dicha recta tangente.**

**b. Calcula $\lim_{x \to \frac{2}{3}} \frac{1 - f(x)}{6x - 4}$**

**c. Haz una gráfica aproximada de y = f(x)**

**d. calcula el área de la superficie acotada por la gráfica de la función y las rectas x = 0 e y = 1.**

VER VÍDEO https://youtu.be/RbTH3sTKaAc

VER VÍDEO https://youtu.be/nvC5UC3YroE

a. $x = 1/3$; $y = 1/e + (3/e)\cdot(x - 1/3)$

b. – ½

d. $1/3 + 1/3 \cdot e^2\ u^2$

**20. Dada la función** $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+a}{2x-4} & si\ x \leq 0 \\ 10x^2 + x + b & si\ x > 0 \end{cases}$

**a. Calcula la condición cande cumplir los parámetros a y b para que la función sea continua.**
**b. Calcula f ′(x)**
**c. Haya la condición y calcula los parámetros a y b para que la función sea derivable.**

VER VÍDEO https://youtu.be/3xJtmuC9qDM

a. b = a/- 4
b.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 8x - 2a}{(2x-4)^2} & \text{si } x \leq 0 \\ 20x + 1 \quad \text{si } x > 0 \end{cases}$$

c. a = - 8 y b = 32

**21. Del paralelogramo (cuadrilátero que tiene los lados opuestos paralelos) ABCD, se conocen los vértices consecutivos A(1,0.-1), B(2,1,0) y C(4,3,- 2)**

**a. Calcula el coseno del ángulo que forman los vectores AB y AC.**
**b. Calcula las coordenadas del punto medio del segmento AC.**
**c. Calcula las coordenadas del vértice D.**
**d. Calcula el área del paralelogramo ABCD.**

VER VÍDEO https://youtu.be/qdYxwcUcGyY

a. $\frac{5}{\sqrt{57}}$
b. $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\right)$
c. (3, 2, - 3)
d. $\sqrt{32}u^2$

**22 Dadas las rectas:** $r \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - z = 1 \end{cases} \quad s \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -\alpha \\ z = -4 - \alpha \end{cases}$

**a. Calcula la ecuación vectorial de la recta r**
**b. Calcula la posición relativa de las rectas r y s.**
**c. Calcula la ecuación general del plano perpendicular a la recta r que pasa por el punto P(2,0,-1)**
**d. Calcula la ecuación general del plano paralelo a la recta r que contiene la recta s.**

VER VÍDEO https://youtu.be/9X2nWltiHbE

a. (x, y, z) = (0, 3, - 1) + t·(1, - 1, 2)
b. Se cruzan.
c. x – y + 2z = 0
d. x + y – 1 = 0

**23. Dados los sucesos A y B, se conocen las probabilidades siguientes:**

$$\mathbf{P(A) = 0,7; P(\overline{B}) = 0,4 \text{ y } P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,58}$$

**a. Calcular: $P(\overline{A}), P(B)$ y $P(A \cap B)$. ¿Son A y B sucesos independientes?**

**b. P(AUB)**

**c. $P(B \cap \overline{A})$**

**d. $P(A/B)$ y $P(\overline{A}/B)$**

VER VÍDEO https://youtu.be/8Gcm8E8ZXGs

a. $P(\overline{A}) = 0{,}3;\ P(B) = 0{,}6$ y $P(A \cap B) = 0{,}42$ A y B son independientes.
b. $P(AUB) = 0{,}88$
c. $P(B \cap \overline{A}) = 0{,}18$
d. $P(A/B) = 0{,}7$ y $P(\overline{A}/B) = 0{,}3$

**24. El tiempo de duración de las actualizaciones de un cierto programa antivirus sigue una distribución o estadística normal de media 8,8 meses, con una desviación típica de 3 meses.**

**a. ¿Qué porcentaje de las actualizaciones supera los 10 meses?**

**b. ¿Qué porcentaje de las actualizaciones se mantiene entre 7 y 10 meses?**

**c. ¿Para qué valor del parámetro c se tiene que el intervalo (8,8 – c, 8,8 + c) es el intervalo de tiempo de duración del 98% de las actualizaciones?**

VER VÍDEO https://youtu.be/xALVjflqUDs

a. 34,46%
b. 38,12%
c. c = 6,975

**25. Dada la matriz A =** $\begin{pmatrix} a^2 & a & a \\ a & a^2 & 1 \\ a & 1 & a^2 \end{pmatrix}$

**a. Estudia el rango de la matriz A según los valores de a.**

**b. Determina para que valores de a la matriz A es invertible.**

**c. Para el valor a = - 1, calcula la solución X de la ecuación matricial:**

$$\mathbf{A \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

VER VÍDEO https://youtu.be/c_euCk-_TCI

a,b. Si $a \neq 0$ y $a \neq 1$ y $a \neq -1$ RA = 3 y existe $A^{-1}$
Si a = 0 RA = 2 y no existe $A^{-1}$. Si a = 1 RA = 1 y no existe $A^{-1}$. Si a = - 1 RA = 1 y no existe $A^{-1}$.
c. $x = \alpha + \beta,\ y = \alpha,\ z = \beta$.

**26. Sea la matriz A =** $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

**a. Calcula $A^t$, $A^2$ y $A^{-1}$.**

**b. Sea I la matriz identidad. Resuelve la ecuación :**

$$\mathbf{A^2 - 2 \cdot A \cdot X + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}}$$

**c. Calcula todas las matrices B para las cuales se tiene que $A \cdot B = B \cdot A^t$.**

VER VÍDEO https://youtu.be/am-xPn4lY1A

a. $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. $A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$. $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

b. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

c. B = $\begin{pmatrix} x & y \\ y & 2x \end{pmatrix}$.

**27. Considera la función f(x) = $\frac{1}{x^4}$**

**a. Represéntala gráficamente.**

**b. Comprueba que f(2) = f(-2)**

**c. Comprobar que no existe C∈ [−2, 2] tal que f ′(c) = 0**

**d. Hay alguna contradicción con el teorema de Rolle.**

VER VÍDEO https://youtu.be/fwc_Gb2-Mgs

f(2) = 1/16 = f(- 2)

No contradice el teorema de Rolle, lo que ocurre es que no cumple las dos primeras hipótesis del teorema.

**28. Dada la función f(x) = $\frac{-x}{4-x^2}$**

**a. Calcula una primitiva de f(x).**

**b. Calcula el área limitada por la gráfica de f(x), las rectas x = $\sqrt{5}$ y x = $\sqrt{6}$ y el eje X.**

VER VÍDEO https://youtu.be/Mhi2EN4bl1Y

a. $\int \frac{-x}{4-x^2}\,dx = \frac{1}{2} ln|x^2 - 4| + c$

b. Área = 0,2·ln2 $u^2$

**29. Considera los puntos, A = (5, a, 7), B = (3, −1, 7) y C = (6, 5, 4).**

**a. Determina el valor del parámetro a para el cual los puntos A, B y C forman un triángulo rectángulo, con el ángulo recto en el punto B.**

**b. Para el valor de a = - 2, calcula el área del triángulo de vértices A, B y C.**

**c. Para el valor de a = 5, calcula el ángulo que forman los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$**

VER VÍDEO https://youtu.be/CV6JtGoP5Vw

a. a = - 2

b. 8,22 $u^2$.

c. 95,74°

**30. Dadas las rectas r y s:**

$$r: \frac{x-m}{-1} = \frac{y+10}{4} = \frac{z+3}{1} \text{ y s: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 + 4\alpha \\ z = -1 + 2\alpha \end{cases}$$

**a. Calcula el valor de m para que las rectas se corten en un punto**

**b. Calcula el punto de corte.**

VER VÍDEO https://youtu.be/E50VlsF9Q0w

a. m = 7
b. (1, 14, 3)

**31. Se dispone de 2 urnas: $U_1$ i $U_2$. En $U_1$ hay: 4 bolas rojas y 5 bolas negras. En $U_2$ hay: 6 bolas rojas y 3 bolas negras. Al azar se saca una bola de $U_1$ y se introduce en $U_2$, a continuación, se saca una bola de $U_2$. Calcular la probabilidad de que:**

**a. Salga bola roja de $U_2$**

**b. La bola sacada de $U_1$ sea negra sabiendo que la bola extraída de $U_2$ también ha sido negra.**

**c. Salga al menos una bola roja.**

VER VÍDEO https://youtu.be/Fdxgco098hI

a. 29/45
b. 5/8
c. 7/9

**32. Se consideran las matrices A y B:** $\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-5} \end{pmatrix}$

**a. Calcula los determinantes de A y B.**

**b. Calcula la matriz producto B·A y la matriz traspuesta $(B\cdot A)^t$.**

**c. Para que se cumpla la relación A·X = A·B ¿cuántas filas y columnas a detener la matriz X?**

**d. Calcula la matriz X que satisface la relación A·X = A·B.**

VER VÍDEO https://youtu.be/azPlYtqAIeU

a. $|A| = -2$ y $|B| = -17$
b. $B\cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ y $(B\cdot A)^t = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$
c. La matriz A es una matriz 2x2.
d. X = B

**33. Una empresa fabrica 3 tipos de bombillas: A, B y C. La bombilla tipo A tiene 10 puntos LED, la tipo B tiene 20 puntos LED, y la tipo C 50 puntos LED. El número de bombillas de 10 puntos LED fabricadas diariamente es k veces el número de bombillas de 50 puntos LED. A la empresa le interesa saber cuántas bombillas de cada tipo puede fabricar diariamente.**

**a. Si k = 2, y esta empresa usa diariamente 30000 puntos LED con los que fabrican 1300 bombillas.**

**i. Plantear el sistema de ecuaciones lineales de este problema.**

**ii. Clasifica el sistema de ecuaciones lineales y si es posible determina cuántas bombillas de cada tipo se pueden fabricar.**

**b. Si k = 3, y la empresa fabrica diariamente 1000 bombillas; clasifica el sistema de ecuaciones lineales y determina el número de puntos LED necesarios. En este caso ¿cuántas bombillas de cada tipo se pueden fabricar?**

VER VÍDEO https://youtu.be/Ju9nDNcgXB8

a. S.C.D. A = 800, B = 100 y C = 400.
b. S.I.

**34. Considera la función definida por f(x) =** $\begin{cases} \frac{e^{ax}-1}{2x} & \text{si } x \neq 0 \\ b & \text{si } x = 0 \end{cases}$

**a. Estudia la continuidad de la función en los puntos x ≠ 0.**

**b. Calcula la relación que ha de haber entre a y b para que la función sea continua en x = 0.**

**c. Si para los valores de a = 2 y b = 1, f(x) es una función derivable en el punto x = 0, calcula f'(0).**

VER VÍDEO https://youtu.be/6TMidZXx0uI

a = 2b.

**35. El número de individuos de una población en un determinado instante de tiempo, t, expresado en millones de individuos, viene dada por la función,** $P(t) = \frac{15+t^2}{(t+1)^2}$, **donde la variable real t ≥ 0 mide el número de años transcurridos desde el 1 de enero del año 2000.**

**a. Calcula la población que había el 1 de enero del año 2000.**

**b. Prueba que el número de individuos de la población llega a un mínimo. ¿En qué año se alcanza dicho mínimo? ¿Cuántos individuos habrá el año del mínimo?**

**c. Calcula el tamaño de la población, número de individuos, que habrá a largo plazo.**

VER VÍDEO https://youtu.be/p7lnQyTOsEo

a. P(0) = 15, 15000000 de individuos.
b. Mínimo (15, 937500)
c. 1000000 de individuos.

**36. Dadas las rectas: I** $\begin{cases} y = x + 3 \\ z = 2x + 2 \end{cases}$ **y II** $\begin{cases} y = -\frac{1}{2} \\ x = 2z + 3 \end{cases}$.

**a. Calcula la ecuación vectorial de cada una de las rectas.**

**b. Si es posible, calcula el plano paralelo a la recta II que contiene a la recta I.**

**c. Calcula el plano perpendicular a la recta II que pasa por el punto (- 1, 0, 2).**

**d. Calcula la recta de dirección perpendicular a las rectas I y II que pasa por el origen.**

VER VÍDEO https://youtu.be/ol1an_aJdUk

a. $(x, y, z) = (0, 3, 2) + t\cdot(1, 1, 2)$ y $(x, y, z) = (3, 1/2, 0) + s\cdot(2, 0, 1)$
b. $(x, y, z) = (0, 3, 2) + t\cdot(1, 1, 2) + s\cdot(2, 0, 1)$
c. $2x + z = 0$
d. $\frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$

**37. Dados los puntos P = (1, 0, 1), Q = (1, 1, 0), i R = (0, 1, 1).**

**a. Comprueba que P, Q y R no están alineados.**

**b. Calcula la ecuación vectorial del plano que determinan P, Q y R.**

**c. Calcula el área del triángulo que tiene por vértices P, Q y R.**

**d. Calcula, de forma razonada, la condición que han de cumplir a, b y c para que los puntos P, Q, R y S(a, b, c) pertenezcan a un mismo plano.**

VER VÍDEO https://youtu.be/3O51y_hkED0

a. no están alineados.
b. (x, y, z) = (1, 0, 1) + α·(0, 1, - 1) + β·(- 1, 1, 0)
c. $\sqrt{3}u^2$
d. a + b + a – 2 = 0

**38. En una urna hay 12 bolas rojas, 8 bolas blancas y 5 bolas azules. Se realiza el experimento aleatorio de extraer dos bolas, consecutivamente y sin devolución a la urna. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:**

**a. A = las dos bolas son rojas.**
**b. B = las dos bolas son del mismo color.**
**c. C = al menos una bola roja.**
**d. D = ninguna de las dos bolas es roja.**

VER VÍDEO https://youtu.be/GG-nVRbdZf8

a. 11/50
b. 26/75
c. 37/50
d. 13/50

**39. La altura de las personas de una clase se distribuye según una normal de media 160 cm y desviación típica 10 cm. Calcula la probabilidad de que, escogida al azar una persona de la clase, su altura:**

**a. sobrepase los 170 cm.**
**b. sea menor que 155 cm.**
**c. esté comprendida el 155 y 170 cm.**

VER VÍDEO https://youtu.be/UQ7YBAAX6pY

a. 0,1587
b. 0,3085
c. 0,5328

**40. Dada la matriz real A =** $\begin{pmatrix} 2a & 1 & 1 \\ a & 3 & -6 \\ a+1 & 1 & a \end{pmatrix}$**, se pide:**

**a. Estudiar el rango de la matriz A en función del parámetro a.**
**b. Calcular, en el caso de que exista, la inversa de A para a = 0.**
**c. Resolver el sistema A·** $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ **para el caso a = 1.**

VER VÍDEO https://youtu.be/wF1Nm3P_eUo

a. Si a ≠ 1 y a ≠ - 9/5 el rango es 3. Si a = 1 o a = - 9/5 el rango es 2.
b. $A^{-1} = \frac{-1}{9}\begin{pmatrix} 6 & 1 & -9 \\ -6 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

c. $\begin{cases} x = -\frac{9}{5} \cdot \alpha \\ y = \frac{13}{15} \cdot \alpha \\ z = \alpha \end{cases}$

**41. Dada la función f(x) = $x^3 + x^2 + x$, se pide:**

**a. Calcular la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) con mínima pendiente.**

**b. Calcular el área de la región acotada comprendida entre la gráfica f(x) y la recta y = x.**

VER VÍDEO https://youtu.be/UuPQLCoaEv4

a. x = –1/3; y = 2/3 x – 1/27
b. – 7/27 $u^2$

**42. Sean los planos $\pi_1$ : y = x, $\pi_2$ : y = x + 1, $\pi_3$ : z = –1 y $\pi_4$ : z = 1.**

**a. Compruebe que son paralelos los planos $\pi_1$ y $\pi_2$, y que son paralelos los planos $\pi_3$ y $\pi_4$.**

**b. Compruebe que los planos $\pi_1$ y $\pi_2$ son perpendiculares a los planos $\pi_3$ y $\pi_4$.**

**c. Halle una recta que sea paralela a los cuatro planos y pase por el punto (1, 0, 2).**

**d. Halle dos planos perpendiculares a $\pi_1$, $\pi_2$, $\pi_3$ y $\pi_4$, que cumplan que el volumen del paralelepípedo comprendido entre los seis planos sea 1.**

VER VÍDEO https://youtu.be/tOs1b8o0b9M

c. x – 1 = y = z – 2
d. x + y + 1 = 0 y x + y + 2 = 0

**43. En los juegos de rol, cada vez que se lanza un ataque este puede resultar en golpe crítico o no.**

**a. En cierto juego de rol, para determinar si un ataque es crítico o no, se tira una moneda a cara o cruz. Si se obtiene una cruz, el ataque no será crítico. Por contra, si se obtiene una cara, entonces se lanza un dado de 10 caras numeradas del 1 al 10. Solo en caso de que también se obtenga una puntuación mayor o igual a 9 en el dado el ataque es critico; en caso contrario el ataque no será crítico. Calcule la probabilidad de que, de entre 5 ataques lanzados, se obtengan 3 o menos golpes críticos.**

**b. En otro juego de rol se sabe que la probabilidad de ataque crítico es del 20 %. Aproximando mediante una distribución normal, calcule la probabilidad de que, de entre 100 ataques, se obtengan no menos de 15 y no más de 25 golpes críticos.**

VER VÍDEO https://youtu.be/E00Pc3-kvi0

a. 0,099954
b. 0,8324

**44. Un dietista veterinario ha establecido la alimentación diaria (en términos de grasas, carbohidratos y proteínas) de un quebrantahuesos pirenaico que se ha recogido en el hogar de recuperación de fauna en el que trabaja.**

**Se sabe que el quebrantahuesos necesita 500 g de alimento al día y que necesita 2500 Kcal. También se sabe que cada gramo de grasa proporciona 9 Kcal, cada gramo de carbohidratos 4 Kcal y cada gramo de proteínas 4 Kcal. Debido a que el ave ha llegado en un estado de debilidad, el veterinario estima que el consumo de carbohidratos debe ser 40 g más del doble de proteínas. Determine la**

**cantidad de kilocalorías diaria que obtendrá el quebrantahuesos procedentes de grasas, de carbohidratos y de proteínas.**
VER VÍDEO https://youtu.be/9oYSKGSxTSQ

$$\begin{cases} G + C + P = 500 \\ 9G + 4C + 4P = 2500 \\ C - 2P = 40 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} G = 100 \\ C = 280 \\ P = 120 \end{cases}$$

**45. Dada la función f(x) = $\frac{|x^2-x-2|}{x^2+2x+1}$, se pide:**
**a. Hallar, si existen, las asíntotas de la gráfica de f.**
**b. Estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y calcular, si existen, sus extremos relativos.**
VER VÍDEO https://youtu.be/6Cq8BMyrPsQ

a. $x = 1$ e $y = 1$
b. crece: $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$; decrece: $(-1,2)$ y tiene un mínimo en $(2,0)$

**46. Dadas la recta r y los planos π : x + 2y + 2z – 1 = 0 y π': 2x + 2y + z + 4 = 0, se pide:**

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$$

**a. Comprobar que los planos π y π'se cortan. Hallar el ángulo que forman.**
**b. Estudiar la posición relativa de r y π. Hallar, si es posible, el punto de corte.**
**c. Hallar los puntos de la recta r que equidistan de los planos π y π'.**
VER VÍDEO https://youtu.be/CL3T1bSxePU

a. Se cortan formando un ángulo de 27,27°
b. Se cortan en (5, 4/3, - 10/3)
c. (- 5, - 2, 0) y (1, 0 ,- 2)

**47. Siete de cada veinte personas que entran en cierta joyería acaban comprando algún artículo. El 75 % de las personas que se marchan sin comprar nada tienen menos de 50 años y el 80 % de las personas que realizan alguna compra tienen al menos 50 años. Entra un cliente en la joyería. Se pide:**
**a. Calcular la probabilidad de que sea menor de 50 años.**
**b. Sabiendo que tiene como mínimo 50 anos, hallar la probabilidad de que salga de la tienda sin haber comprado nada.**
VER VÍDEO https://youtu.be/KG_svylcNhY

a. 223/400
b. 65/177

**48. En una obra, para transportar la tierra extraída para la construcción de los cimientos de un edificio, se usan tres tipos de camiones diferentes: A, B y C. Los camiones de tipo A tienen una capacidad de 14 toneladas, los de tipo B, de 24 toneladas y los de tipo C, de 28 toneladas. Habría que traer un camión más de tipo A para igualar al número de camiones restantes. El 10 % de la capacidad de todos los camiones tipo B supone un séptimo de la de los de mayor tonelaje. Hoy, realizando un único**

**viaje cada camión a máxima capacidad, se han extraído de la obra 302 toneladas de tierra. ¿Cuánta tierra ha sido transportada hoy por los camiones de cada tipo?**
VER VÍDEO https://youtu.be/X61ObLUmGt4

$$\begin{cases} A+1=B+C \\ \frac{10}{100}\cdot 24\cdot B=\frac{1}{7}\cdot 28\cdot C \\ 14A+24B+28C=302 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A-B-C=-1 \\ 3B-5C=0 \\ 7A+12B+14C=151 \end{cases}$$

A = 7, B = 5 y C = 3 en toneladas 7·14 = 98, 5·24 = 120 y 3·28 = 84

**49. Dada la función: $\sqrt[3]{(x^2-1)^2}$, se pide:**
- **a. Estudiar si es par o impar.**
- **b. Estudiar su derivabilidad en el punto x = 1.**
- **c. Estudiar sus extremos relativos y absolutos.**

VER VÍDEO https://youtu.be/5OEANyU5Lx0

a. f(x) = f(- x) la función es par.
b. f(x) no es derivable en x = 1.
c. Mínimos absolutos en x = - 1 y x = 1. Máximo relativo en x = 0.

**50. Sea los puntos A = (1, - 2, 3), B = (0, 2, - 1) y C = (2, 1, 0). Se pide:**
- **a. Comprobar que forman un triángulo T y hallar la ecuación del plano que los contiene.**
- **b. Calcular el punto de corte entre la recta que pasa por A y B y el plano z = 1.**
- **c. Determina el perímetro del triángulo T.**

VER VÍDEO https://youtu.be/G9LmSuokpxU

a. A, B y C forman un triángulo. El plano que los contiene es y + z – 1 = 0.
b. (1/2, 0, 1)
c. $\sqrt{33}+\sqrt{6}+\sqrt{19}\ u$.

**51. Se tiene un suceso A de probabilidad P(A) = 0,3.**
- **a. Un suceso B de probabilidad P(B) = 0,5 es independiente de A. Calcular P(AUB).**
- **b. Otro suceso C cumple P(C/A) = 0,5. Determine $P(A\cap\overline{C})$.**
- **c. Se tiene un suceso D tal que $P(\overline{A}/D)$= 0,2 y $P(D/A)$= 0,5. Calcule P(D).**

VER VÍDEO https://youtu.be/95tZQ27vqJs

a. 0,65
b. 0,15
c. 0,1875

**52. Dado el sistema:** $\begin{cases} (a+1)x+4y=0 \\ (a-1)y+z=3 \\ 4x+2ay+z=3 \end{cases}$ **, se pide:**
- **a. Discutirlo en función del parámetro a.**
- **b. Resolverlo para a = 3.**
- **c. Resolverlo para a = 5.**

VER VÍDEO https://youtu.be/f-bpq8z6fSU

a. Si a ≠ - 5 y a ≠ 3, |A| ≠ 0, según el teorema de Rouche, es un sistema compatible determinado. Si a = - 5, según el teorema de Rouche, es un sistema compatible indeterminado y si a = 3 según el teorema de Rouche, es un sistema compatible indeterminado.

b. Para a = 3 $\begin{cases} x = \alpha \\ y = -\alpha \\ z = 3 + 2\alpha \end{cases}$

c. Para a = 5 $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 3 \end{cases}$

**53. Dada la función real de variable real definida sobre su dominio f(x).**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2 + x^2} & si\ x \leq -1 \\ \dfrac{2x^2}{3 - 3x} & si\ x > -1 \end{cases}$$

**a. Estudia la continuidad de la función en R.**

**b. Calcula el siguiente límite:** $\lim\limits_{-\infty} (f(x))^{2x^2-1}$.

**c. Calcula la siguiente integral:** $\int_{-1}^{0} f(x)dx$

VER VÍDEO https://youtu.be/MN5B9fHP3zA

a. Es continua en R excepto en x = 1.

b. $e^{-4}$

c. $\frac{-1}{3} + \frac{2}{3} \cdot ln2$

**54. Dada la recta r** $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ **el plano π: x – z = 2 y el punto A = (1, 1, 1), se pide:**

**a. Estudia la posición relativa de r y π y calcula el punto de corte, si existe.**

**b. Calcula la proyección ortogonal del punto A sobre el plano π.**

**c. Calcula el punto simétrico de A respecto de la recta r.**

VER VÍDEO https://youtu.be/NqIX_rGF8nA

a. Se cortan en (1, 0, - 1)

b. Proyección : (2, 1, 0)

c. $\left(\frac{-1}{3}, \frac{-5}{3}, \frac{-5}{3}\right)$

**55. La longitud de la sardina del Pacífico (Sardinops sagax) se puede considerar que es una variable aleatoria con distribución normal de media 175 mm y desviación típica 25.75 mm.**

**a. Una empresa envasadora de esta variedad de sardinas solo admite como sardinas de calidad aquellas con una longitud superior a 16 cm. ¿Qué porcentaje de las sardinas capturadas por un buque pesquero serán de la calidad que espera la empresa envasadora?**

**b. Hallar una longitud t < 175 mm tal que entre t y 175 mm estén el 18 % de las sardinas capturadas.**

17

**c En altamar se procesan las sardinas en lotes de 10. Posteriormente se devuelven al mar las sardinas de cada lote que son menores de 15 cm por considerarlas pequeñas. ¿Cuál es la probabilidad de que en un lote haya al menos una sardina devuelta por pequeña?**

VER VÍDEO https://youtu.be/Uq6hJTJxeZs

a. 0,7190; 71,9%

b. t = 162,9 mm.

c. 0,8372