

1

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

PREPARAR EL EXAMEN DE LOGARITMOS. 1º BAC Y 4º E.S.O.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a. $\log_a 81 = 4$

b. $\log_5 b = -1$

c. $\log_{\sqrt{2}} 4 = c$

VER VÍDEO <https://youtu.be/ahzOImaWuA>

a. $\log_a 81 = 4 \Leftrightarrow a^4 = 81 = 3^4 \rightarrow a = 4$

b. $\log_5 b = -1 \Leftrightarrow 5^{-1} = b \rightarrow b = \frac{1}{5}$

c. $\log_{\sqrt{2}} 4 = c \Leftrightarrow \sqrt{2}^c = 4 \rightarrow \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^c = 2^2 \rightarrow \frac{c}{2} = 2 \rightarrow c = 4$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a. $\log_{\frac{1}{3}} 81 = c$

b. $\log 100 = c$

c. $\ln e^3 = c$

d. $\log 0'001 = c$

VER VÍDEO <https://youtu.be/-GHUngLchCk>

a. $\log_{\frac{1}{3}} 81 = c \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^c = 81 \rightarrow 3^{-c} = 3^4 \rightarrow -c = 4 \rightarrow c = -4$

b. $\log 100 = c \Leftrightarrow 10^c = 100 = 10^2 \rightarrow c = 2$

c. $\ln e^3 = c \Leftrightarrow e^c = e^3 \rightarrow c = 3$

$$d. \log 0'001 = c \rightarrow 10^c = 0'001 = 10^{-3} \rightarrow c = -3$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a. $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8} = c$

b. $\log_{\frac{1}{8}} \sqrt{2} = c$

c. $\log_{\sqrt[3]{3}} \frac{1}{3} = c$

VER VÍDEO <https://youtu.be/4Lk0TriXxYU>

a.

$$\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8} = c \leftrightarrow (\sqrt{2})^c = \frac{1}{8} \rightarrow \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^c = \frac{1}{2^3} \rightarrow 2^{\frac{c}{2}} = 2^{-3} \rightarrow \frac{c}{2} = -3 \rightarrow c = -6$$

b.

$$\log_{\frac{1}{8}} \sqrt{2} = c \leftrightarrow \left(\frac{1}{8}\right)^c = \sqrt{2} \rightarrow (2^{-3})^c = 2^{\frac{1}{2}} \rightarrow 2^{-3c} = 2^{\frac{1}{2}} \rightarrow -3c = \frac{1}{2} \rightarrow c = -\frac{1}{6}$$

c.

$$\log_{\sqrt[3]{3}} \frac{1}{3} = c \leftrightarrow (\sqrt[3]{3})^c = \frac{1}{3} \rightarrow \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^c = 3^{-1}$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a. $\log_2 \sqrt{27} = x$

b. $\log_2 \frac{\sqrt{81}}{8} = x$

c. $\log_2 \sqrt[5]{\frac{27}{4}} = x$

d. $\log_2 \frac{\sqrt{32}}{9} = x$

VER VÍDEO <https://youtu.be/B17yeBvNWyc>

a. $\log_2 \sqrt{27} = \frac{1}{2} \log_2 27 = \frac{1}{2} \log_2 3^3 = \frac{3}{2} \underbrace{\log_2 3}_{1'58} = \frac{3}{2} \cdot 1'58 = 2'37$

b. $\log_2 \frac{\sqrt{81}}{8} = \log_2 \sqrt{81} - \log_2 8 = \left(\frac{1}{2} \log_2 3^4 - \log_2 2^3\right) =$
 $= \frac{4}{2} \underbrace{\log_2 3}_{1'58} - 3 \underbrace{\log_2 2}_1 = 2 \cdot 1'58 - 3 = 0'16$

c. $\log_2 \sqrt[5]{\frac{27}{4}} = 0'55$

d. $\frac{\sqrt{32}}{9} = -0'66$

5. Si $\log_a K = 2'2$, calcular

a. $\log_a \frac{a^2}{\sqrt{K}}$

b. $\log_a \sqrt[3]{K^2 \cdot a}$

c. $\log_a \frac{a^3}{\sqrt{K^3}} =$

d. $\log_a \sqrt{\frac{a^2}{\sqrt{K}}} = 0'45$

VER VÍDEO <https://youtu.be/cmi0UONdiYw>

a. $\log_a \frac{a^2}{\sqrt{K}} = \log_a a^2 - \log_a K^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot \underbrace{\log_a a}_1 - \frac{1}{2} \log_a K = 2 - \frac{1}{2} \cdot 2'2 = 0'9$

b. $\log_a \sqrt[3]{K^2 \cdot a} = \frac{1}{3} \log_a K^2 \cdot a = \frac{1}{3} (\log_a K^2 + \log_a a) = \frac{1}{3} \left(2 \underbrace{\log_a K}_{2'2} + \underbrace{\log_a a}_1 \right) =$
 $= \frac{1}{3} (2 \cdot 2'2 + 1) = \frac{9}{5}$

c. $\log_a \frac{a^3}{\sqrt{K^3}} = -0'3$

d. $\log_a \sqrt{\frac{a^2}{\sqrt{K}}} = 0'45$

6. Si $\log_a P = 0'9$ y $\log_a Q = 1'2$, calcula:

a. $\log_a \frac{a^2}{\sqrt{P \cdot Q}}$

b. $\log_a \frac{P^2}{\sqrt{Q}}$

c. $\log_a \frac{Q \cdot P}{a^3}$

d. $\log_a (\log_a a^{P \cdot Q})$

VER VÍDEO <https://youtu.be/w-BCNGZI J8>

a. $\log_a \frac{a^2}{\sqrt{P \cdot Q}} = \log_a a^2 - \log_a \sqrt{P \cdot Q} = 2 \cdot \underbrace{\log_a a}_1 - \frac{1}{2} \log_a P \cdot Q =$
 $= 2 - \left(\underbrace{\log_a P}_{0'9} + \underbrace{\log_a Q}_{1'2} \right) = -0'1$

b. $\log_a \frac{P^2}{\sqrt{Q}} = \log_a P^2 - \log_a Q^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot \underbrace{\log_a P}_{0'9} - \frac{1}{2} \underbrace{\log_a Q}_{1'2} = 2 \cdot 0'9 - \frac{1}{2} \cdot 1'2 = 1'2$

c. $\log_a \frac{Q \cdot P}{a^3} = -0'9$

d. $\log_a (\log_a a^{P \cdot Q}) = 2'1$

7. Hallar k sabiendo que:

a. $\log k = 3 \cdot \log 5 - \frac{1}{2} \cdot \log 4 + 1$

$$\begin{aligned} \text{b. } \log_3 k &= 2 \cdot \log_3 5 - \frac{1}{3} \cdot \log_3 27 + 2 \\ \text{c. } \log_2 k &= 4 \cdot \log_2 2 - \frac{1}{5} \cdot \log_2 32 - 3 \\ \text{d. } \log_5 k &= 3 \cdot \log_5 7 - \frac{1}{4} \cdot \log_5 625 - 1 \end{aligned}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/-Olc31KS1io>

$$\text{a. } \log k = \log 5^3 - \log \sqrt{4} + \log 10 = \log \frac{125}{2} \cdot 10 = \log 625 \rightarrow k = 625$$

$$\text{b. } \log_3 k = \log_3 5^2 - \log_3 \sqrt[3]{27} + \log_3 9 = \log_3 \frac{25}{3} \cdot 9 = \log_3 75 \rightarrow k = 75$$

$$\text{c. } \log_2 k = \log_2 2^4 - \log_2 \sqrt[5]{32} - \log_2 8 = \log_2 \frac{2^4}{\sqrt[5]{32}} - \log_2 8 = \log_2 \frac{2^4}{2 \cdot 8}$$

$$k = 1$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \log_5 k &= \log_5 7^3 - \log_5 \sqrt[4]{625} - \log_5 5 = \log_5 \frac{7^3}{\sqrt[4]{625}} - \log_5 5 = \\ &= \log_5 \frac{343}{5 \cdot 5} \rightarrow k = \frac{343}{25} \end{aligned}$$

8. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $\log x + \log(x - 9) = \log(2x - 10)$

VER VÍDEO <https://youtu.be/9a4NVm3sKuo>

$$\log x + \log(x - 9) = \log(2x - 10) \rightarrow \log x \cdot (x - 9) = \log(2x - 10) \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - 9x = 2x - 10 \rightarrow x^2 - 11x + 10 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 10 \rightarrow \text{válida} \\ x = 1 \rightarrow \text{no válida} \end{cases}$$

* Sustituimos en el enunciado para verificar que la solución es correcta, pues pueden salir soluciones que no lo son, y hay que detectarlas.

9. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $\log_2(x + 1) + \log_2(3x - 1) = \log_2 x$

VER VÍDEO <https://youtu.be/xS6o3gYBPcQ>

$$\log_2(x + 1) - \log_2(3x - 1) = \log_2 x \rightarrow \log_2 \frac{x + 1}{3x - 1} = \log_2 x \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{x + 1}{3x - 1} = x \rightarrow x + 1 = 3x^2 - x \rightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \rightarrow \text{válida} \\ x = \frac{-1}{3} \rightarrow \text{no válida} \end{cases}$$

10. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $2 \cdot \log x - \log(8x + 2) = 1 - \log 100x$

VER VÍDEO <https://youtu.be/9v9fwkjrnmw>

$$\log x^2 - \log(8x + 2) = \log 10 - \log 100x \rightarrow \log \frac{x^2}{8x + 2} = \log \frac{10}{100x}$$

5

$$\rightarrow 10x^3 - 8x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \rightarrow \text{válida} \\ x = \frac{-5 + \sqrt{5}}{10} \rightarrow \text{no válida} \\ x = \frac{-5 - \sqrt{5}}{10} \rightarrow \text{no válida} \end{cases}$$

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

11. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $\ln x - 2 \cdot \ln(2x - e) = -1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/MDrXjbptnE>

$$\ln x - \ln(2x - e)^2 = \ln e^{-1} \rightarrow \ln \frac{x}{(2x - e)^2} = \ln e^{-1} \rightarrow$$

$$\frac{x}{(2x - e)^2} = \frac{1}{e} \rightarrow ex = 4x^2 - 4ex + e^2 \rightarrow 4x^2 - 5ex + e^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = e \rightarrow \text{válida} \\ x = \frac{e}{4} \rightarrow \text{no válida.} \end{cases}$$

12. Resuelve la siguiente ecuación:

a. $\log(\log x) = 0$

b. $\log_2(\log_2(\log_2 x)) = 1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/wpHFn4qUBI8>

a.

$$\log(\log x) = 0 \xrightarrow{*} 10^0 = \log x \rightarrow \log x = 1 \xrightarrow{*} x = 10 \rightarrow \text{válida}$$

* aplicamos la definición de logaritmo.

b.

$$\log_2(\log_2(\log_2 x)) = 1 \xrightarrow{*} (\log_2(\log_2 x)) = 2^1 = 2 \xrightarrow{*} \log_2 x = 2^2 \rightarrow x = 2^4 = 16$$

* aplicamos la definición de logaritmo.

13. Resuelve las siguiente ecuaciones:

a. $\log(x + 10) - \log(x + 1) = 1$

b. $2 \cdot \log_2(x + 3) - \log_2(x + 2) = 2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/Zy-sp2of5bQ>

a.

$$\log \frac{x + 10}{x + 1} = \log 10 \rightarrow \frac{x + 10}{x + 1} = 10 \rightarrow x + 10 = 10x + 10 \rightarrow x = 0 \text{ válida}$$

b.

$$\log_2(x + 3)^2 - \log_2(x + 2) = \log_2 4 \rightarrow \log_2 \frac{(x + 3)^2}{x + 2} = \log_2 4 \rightarrow \frac{(x + 3)^2}{x + 2} = 4$$

$$x^2 + 6x + 9 = 4x + 8 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \text{ válida}$$

14. Resuelve la siguiente ecuación: $\log(x + 6) - \log(x - 3) + \log(2x + 2) = 2$

CARLOS ALCOVER GARAU. LICENCIADO EN CIENCIAS QUÍMICAS (U.L.B.) Y DIPLOMADO EN TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS (I.A.T.A.).

VER VÍDEO <https://youtu.be/6NvqRRkdEn8>

$$\log \frac{x+6}{x-3} + \log(2x+2) = \log 100 \rightarrow \log \frac{(x+6) \cdot (2x+2)}{x-3} = \log 100 \rightarrow$$

$$\frac{(x+6) \cdot (2x+2)}{x-3} = 100 \rightarrow 2x^2 + 14x + 12 = 100x - 300 \rightarrow 2x^2 - 86x + 312 = 0$$

$$\begin{cases} x = 39 \\ x = 4 \end{cases} \text{ ambas son válidas.}$$

15. Resuelve la siguiente ecuación: $\log_3(\log_5(\log_2 x)) = 1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/sIvAYR7uEc4>

$$\log_5(\log_2 x) = 3; \log_2 x = 5^3 = 125; x = 2^{125}$$

16. Resuelve la siguiente ecuación: $\frac{1}{2} \log_3 x - \log_3(x-8) = 1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/wOTkrucsfda>

$$\log_3 \sqrt{x} - \log_3(x-8) = \log_3 3 \rightarrow \log_3 \frac{\sqrt{x}}{x-8} = \log_3 3 \rightarrow \frac{\sqrt{x}}{x-8} = 3$$

$$\sqrt{x} = 3x - 24 \rightarrow (\sqrt{x})^2 = (3x - 24)^2 \rightarrow x = 9x^2 - 144x + 576$$

$$9x^2 - 145x + 576 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 9, \text{ válida} \\ x = \frac{64}{9}, \text{ no válida} \end{cases}$$

17. Resolver la ecuación siguiente $\frac{1}{2} \log_2(x+5) + \log_2(2+x) = 1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/SvVrEAlRW4>

$$\log_2 \sqrt{x+5} + \log_2(2+x) = \log_2 2 \rightarrow \log_2[\sqrt{x+5} \cdot (2+x)] = \log_2 2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sqrt{x+5} \cdot (2+x) = 2 \rightarrow [\sqrt{x+5} \cdot (2+x)]^2 = 2^2 \rightarrow (x+5) \cdot (4+4x+x^2) = 4$$

$$4x+4x^2+x^3+20+20x+5x^2=4 \rightarrow x^3+9x^2+24x+16=0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1, \text{ válida.} \\ x = -4, \text{ no válida.} \end{cases}$$