



**SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.**



**SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.**

**ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.**

## LOS POLINOMIOS.

OPERACIONES, REGLA DE RUFFINI, IDENTIDADES NOTABLES, VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO, TEOREMA DEL RESTO, FACTORIZAR POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS (SIMPLIFICAR, OPERACIONES Y M.C.M. Y M.C.D. DE VARIOS POLINOMIOS).

### 1. OPERACIONES.

Suma resta y producto de polinomios, estudiado en años anteriores. Es fácil.

#### a. División de polinomios.

I. Efectúa las divisiones siguientes.

a.  $(x^3 + x^2 - x + 1) : (x^2 - 1)$

b.  $(x^4 + 3x^3 - x + 1) : (x^2 - x - 1)$

c.  $(4x^4 + 2x^3 - x^2 - x + 1) : (2x^2 - x - 1)$

VER VÍDEO <https://youtu.be/GDwcl2h2chs>

$$\begin{array}{r}
 x^3 \quad + x^2 \quad - x \quad + 1 \quad | \quad x^2 - 1 \\
 - x^3 \quad \quad \quad + \quad \quad \quad x + 1 \\
 \hline
 / \quad x^2 \quad / \quad + \\
 \quad \quad - x^2 \quad \quad \quad 1
 \end{array}$$



$$\frac{\quad}{\quad} \bigg/ \frac{\quad}{2}$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 3x^3 \phantom{-x} + 1 \quad \left| \frac{x^2 - x - 1}{x^2 + 4x + 5} \right. \\ -x^4 + x^3 + x^2 \phantom{-x} + 1 \\ \hline / \phantom{x^4} 4x^3 + x^2 - x + 1 \\ -4x^3 + 4x^2 + 4x \phantom{+ 1} \\ \hline / \phantom{x^4} + 5x^2 + 3x + 1 \\ -5x^2 + 5x + 5 \\ \hline / \phantom{x^4} \phantom{+ 5x^2} 8x + 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 + 2x^3 - x^2 - x + 1 \quad \left| \frac{2x^2 - x - 1}{2x^2 + 2x + \frac{3}{2}} \right. \\ -4x^4 + 2x^3 + 2x^2 \phantom{-x} + 1 \\ \hline / \phantom{4x^4} 4x^3 + x^2 - x + 1 \\ -4x^3 + 2x^2 + 2x \phantom{+ 1} \\ \hline / \phantom{4x^4} + 3x^2 + x + 1 \\ -3x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \\ \hline / \phantom{4x^4} \phantom{+ 3x^2} \frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \end{array}$$

2. Hallar a y b para que la división  $x^3 - 3x^2 + ax - b : x^2 + 1$  sea exacta.

VER VÍDEO [https://youtu.be/7eI\\_aoSPPeEg](https://youtu.be/7eI_aoSPPeEg)

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 + a \cdot x - b \quad \left| \frac{x^2 + 1}{x - 3} \right. \\ -x^3 \phantom{- 3x^2} - x \phantom{- b} \\ \hline / \phantom{x^3} -3x^2 + (a-1)x - b \\ \phantom{3x^2} + 3 \\ \hline / \phantom{x^3} \phantom{- 3x^2} (a-1)x + 3 - b \end{array}$$

$$(a-1)x + 3 - b = 0x + 0 \begin{cases} a - 1 = 0 \rightarrow a = 1 \\ 3 - b = 0 \rightarrow b = 3 \end{cases}$$

## 2. REGLA DE RUFFINI

Si el divisor es del tipo  $x \pm a$ , también se puede hacer aplicando la regla de Ruffini.

3. Efectúa las divisiones siguientes.

a.  $(x^4 + 3x^3 - x + 1) : (x - 1)$

b.  $(3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 4) : (x - 2)$

c.  $(4x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 2x + 5) : (x + 2)$



VER VÍDEO <https://youtu.be/SItQpZTg4zM>

Dividimos como en los ejemplos anteriores.

$$\begin{array}{r}
 x^4 \quad + \quad -x \quad +1 \\
 3x^3 \\
 \hline
 -x^4 \quad +x^3 \\
 \hline
 / \quad 4x^3 \quad -x \quad +1 \\
 \hline
 -4x^3 \quad + \quad 4x^2 \\
 \hline
 / \quad 4x^2 \quad -x \quad +1 \\
 \hline
 \quad - \quad +4x \\
 \hline
 \quad 4x^2 \quad +4x \\
 \hline
 / \quad 3x \quad +1 \\
 \hline
 \quad -3x \quad +3 \\
 \hline
 / \quad +4
 \end{array}$$

Aplicamos la regla de Ruffini.

	1	3	0	-1	1
*	↓	1.1	4.1	4.1	3.1
$\widehat{1}$		$\widehat{1}$	$\widehat{4}$	$\widehat{4}$	$\widehat{3}$
	1	3+1	0+4	-1+4	1+3
		$\widehat{4}$	$\widehat{4}$	$\widehat{3}$	$\widehat{4}$
		$x^3$	$x^2$	$x$	

Cociente:  $1x^3 + 4x^2 + 4x + 3$ ;  
Resto: 4

\*  $x - 1 \rightarrow$  El número cambiado de signo, es decir 1

$3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 4$       $| \quad x - 2$   
Aplicamos la regla de Ruffini

	3	-2	2	-1	4
*	↓	3.2	4.2	10.2	19.2
$\widehat{2}$		$\widehat{6}$	$\widehat{8}$	$\widehat{20}$	$\widehat{38}$
	3	-2+6	2+8	-1+20	4+38
		$\widehat{4}$	$\widehat{10}$	$\widehat{19}$	$\widehat{42}$
	$x^3$	$x^2$	$x$		

cociente:  $3x^3 + 4x^2 + 10x + 19$ ; resto: 42

\*  $x - 2 \rightarrow$  El número cambiado de signo, es decir 2

$4x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 2x + 5$       $| \quad x + 2$   
Aplicamos la regla de Ruffini

	4	-2	0	3	-2	5
*	↓	-8	20	-40	74	-144
$\widehat{-2}$						
	4	-10	20	-37	72	-139
	$x^3$	$x^2$	$x$			

cociente:  $4x^4 - 10x^3 + 20x^2 - 37x + 72$ ; resto: -149x

\*  $x + 2 \rightarrow$  El número cambiado de signo, es decir -2

4. Efectúa la división siguiente  $(x^4 + 3x^3 - x + 1) : (2x - 1)$

VER VÍDEO <https://youtu.be/uXXNuf2iJec>

$(x^4 + 3x^3 - x + 1) : (2x - 1)$  es lo mismo que  $(\frac{1}{2}x^4 + \frac{3}{2}x^3 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}) : (x - \frac{1}{2})$  y esta división se hace por Ruffini como en el ejercicio anterior.

### 3. IDENTIDADES NOTABLES

**IDENTIDADES NOTABLES**  $\left\{ \begin{array}{l} (A + B)^2 = A^2 + 2 \cdot A \cdot B + B^2 \\ (A - B)^2 = A^2 - 2 \cdot A \cdot B + B^2 \\ (A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2 \end{array} \right.$

5. Efectúa las operaciones siguientes.

- $(x + 1)^2$
- $(x - 3)^2$
- $(2x + 4)^2$
- $(3x - 3)^2$
- $(x + 2) \cdot (x - 2)$
- $(5x + 2) \cdot (5x - 2)$

VER VIDEO [https://youtu.be/Rr\\_QGj2f608](https://youtu.be/Rr_QGj2f608)

- $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$
- $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$
- $(2x + 4)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 4 + 4^2 = 4x^2 + 16x + 16$
- $(3x - 3)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 3 + 3^2 = 9x^2 - 18x + 9$
- $(x + 2) \cdot (x - 2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$
- $(5x + 2) \cdot (5x - 2) = (5x)^2 - 2^2 = 25x^2 - 4$

6. Efectúa las operaciones siguientes.

- $(2x - y)^2$
- $(3a + 2b)^2$
- $(x - 1)^2 - (x + 1)^2$
- $x \cdot (x + 2)^2 - (x + 1) \cdot (x + 2)$
- $(x + 2) \cdot (x - 2) - (2x - 3)^2$
- $(2x^2 - 3x)^2 - (3x^2 + 2x)^2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/sVws0MzYcCs>

- $(2x - y)^2 = 4x^2 - 2 \cdot 2x \cdot y + y^2 = 4x^2 - 4x \cdot y + y^2$
- $(3a + 2b)^2 = 9a^2 + 2 \cdot 3a \cdot 2b + 4b^2 = 9a^2 + 12a \cdot b + 4b^2$
- $(x - 1)^2 - (x + 1)^2 = x^2 - 2x + 1 - (x^2 + 2x + 1) = x^2 - 2x + 1 - x^2 - 2x - 1 = -4x$
- $x \cdot (x + 2)^2 - (x + 1) \cdot (x + 2) = x \cdot (x^2 + 4x + 4) - (x^2 + 2x + x + 2) = x^3 + 4x^2 + 4x - x^2 - 2x - x - 2 = x^3 + 3x^2 + x - 2$
- $(x + 2) \cdot (x - 2) - (2x - 3)^2 = x^2 - 4 - (4x^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 9) = x^2 - 4 - 4x^2 + 12x - 9 = -3x^2 + 12x - 13$



$$f. (2x^2 - 3x)^2 - (3x^2 + 2x)^2 = 4x^4 - 2 \cdot 2x^2 \cdot 3x + 9x^2 - (9x^4 + 2 \cdot 3x^2 \cdot 2x + 4x^2) = -5x^4 - 24x^3 + 5x^2$$

## 4. VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO.

7. Hallar el valor numérico de los polinomios siguientes para el valor de x indicado.

a.  $P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$  para  $x = -1$ .

b.  $P(x) = 3x^4 - x^2 + 3x + 2$  para  $x = 2$ .

c.  $P(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 1$  para  $x = -2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/MQkuA93RbFs>

a.  $P(-1) = (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 + (-1) - 1 = -1 - 2 - 1 - 1 = -5$

b.  $P(2) = 3 \cdot (2)^4 - 2^2 + 3 \cdot 2 + 2 = 3 \cdot 16 - 4 + 6 + 2 = 52$

c.  $P(-2) = (-2)^5 - 3 \cdot (-2)^3 + 2 \cdot (-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 1 = -32 + 24 + 8 + 6 + 1 = 7$

## 5. TEOREMA DEL RESTO.

El Teorema del resto dice que el resto de dividir un polinomio  $P(x)$  entre un binomio  $x + a$  coincide con el valor numérico del polinomio para  $x = -a$

VER VÍDEO <https://youtu.be/EDPtmsSMkMQ>

$$3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 4 \quad | \quad x - 2$$

Aplicamos la regla de Ruffini

	3	-2	2	-1	4
*		3.2	4.2	10.2	19.2
2	↓	6	8	20	38
		-2+6	2+8	-1+20	4+38
	3	4	10	19	42
	$x^3$	$x^2$	$x$		

cociente:  $3x^3 + 4x^2 + 10x + 19$ ; resto: 42

\*  $x - 2 \rightarrow$  El número cambiado de signo, es decir 2

$P(2) = 3 \cdot 2^4 - 2 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 2 + 4 = 48 - 16 + 8 - 2 + 4 = 42$

Observa que el resto, 42, coincide con el valor numérico  $P(2) = 42$

8. a. Hallar k para que la división de  $p(x) = x^3 - kx^2 + 3x - 2$  entre  $x + 2$  sea exacta.

b. Hallar k para que la división de  $p(x) = x^3 - 2kx^2 + 4x + 3$  entre  $x + 3$  tenga resto 4.

VER VÍDEO [https://youtu.be/8AD0Z1i\\_QOg](https://youtu.be/8AD0Z1i_QOg)

a. Sea exacta significa que el resto es igual a cero. Sustituyo en  $p(x)$  la x por -2, igualo a cero (resto) y resuelvo.

$p(-2) = (-2)^3 - k \cdot (-2)^2 + 3 \cdot (-2) - 2 = 0 \rightarrow k = -4$

b. Sustituyo en  $p(x)$  la x por -3, igualo a 4 (resto) y resuelvo.

$p(-3) = (-3)^3 - 2k \cdot (-3)^2 + 4 \cdot (-3) + 3 = 4 \rightarrow k = -7/3$

6

9. Hallar a y b para que la división de  $p(x) = x^3 - ax + b$  entre  $x - 1$  de exacta y de resto 2 al dividir por  $x + 1$ .

VER VÍDEO <https://youtu.be/aLhObHsDoWQ>

Sustituyo en  $p(x)$  la  $x$  por  $+ 1$ , igualo a cero (resto) y tengo una ecuación con dos incógnitas.

Sustituyo en  $p(x)$  la  $x$  por  $- 1$ , igualo a 2 (resto) y tengo otra ecuación con dos incógnitas.

$$\begin{cases} p(1) = 1 - a + b = 0 \\ p(-1) = -1 + a + b = 2 \end{cases} \text{ sistema } \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

## 6. FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS.

### a. Polinomios de primer grado.

Si se puede sacar factor común se saca sino ya está factorizado.

10. Factoriza los polinomios siguientes.

a.  $P(x) = 3x - 6$

b.  $P(x) = x + 2$

c.  $P(x) = 4x - 16$

d.  $P(x) = \frac{x}{3} - \frac{2}{3}$

VER VÍDEO [https://youtu.be/Xvu\\_BTBTQac](https://youtu.be/Xvu_BTBTQac)

a.  $P(x) = 3 \cdot (x - 2)$

b.  $P(x) = x + 2$

c.  $P(x) = 4 \cdot (x - 4)$

d.  $P(x) = \frac{1}{3} \cdot (x - 2)$

### b. Polinomios de segundo grado.

$P(x) = Ax^2 + Bx + C \rightarrow$  Sacar factor común  $x$  si se puede, sino resolver la ecuación de segundo grado  $Ax^2 + Bx + C = 0$  y factorizar según el número de soluciones.

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS  
CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO  
DALE A ME GUSTA.

11. Factorizar los siguientes polinomios.

a.  $P(x) = 3x^2 - 5x$

b.  $P(x) = x^2 - 3x + 2$

7

c.  $P(x) = 3x^2 - 7x + 4$

d.  $P(x) = x^2 - 6x + 9$

e.  $P(x) = x^2 + x + 1$

f.  $P(x) = 3x^2 - 3$

VER VÍDEO [https://youtu.be/y4zVy\\_BPL1g](https://youtu.be/y4zVy_BPL1g)

a.  $p(x) = 3x^2 - 5x$ . Basta sacar factor común:  $p(x) = x \cdot (3x - 5)$

b.  $p(x) = x^2 - 3x + 2$

Resolvemos  $x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \overset{\text{dos soluciones}}{\Leftrightarrow} p(x) = (x - 1) \cdot (x - 2)$

c.  $p(x) = 3x^2 - 7x + 4$

Resolvemos  $3x^2 - 7x + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases} \overset{\text{dos soluciones}}{\Leftrightarrow} p(x) = 3 \cdot (x - 1) \cdot \left(x - \frac{4}{3}\right)$

d.  $p(x) = x^2 - 6x + 9$ . Si nos damos cuenta de que es una identidad notable podemos escribir  $p(x) = (x - 3)^2$ . En cualquier caso, podemos hacer:

Resolvemos la ecuación  $x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow \underbrace{x = 3}_{\text{solución doble}} \overset{\substack{\text{solución} \\ \text{única.} \\ \text{el polinomio} \\ \text{es un} \\ \text{binomio} \\ \text{al cuadrado}}}{\Leftrightarrow} p(x) = (x - 3)^2$

e.  $p(x) = x^2 + x + 1$

Resolvemos la ecuación  $x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow$  No hay solución $\rightarrow$  El polinomio no se factorizaf.  $p(x) = 3x^2 - 3 = 3 \cdot (x^2 - 1)$ . Si nos damos cuenta de que es una identidad notable podemos escribir  $p(x) = 3 \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$ . En cualquier caso, podemos hacer:Resolvemos la ecuación  $3x^2 - 3 = 0$ 

$\rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \overset{\text{dos soluciones}}{\Leftrightarrow} p(x) = 3 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1)$

## c. Polinomios de grado superior a 2.

Primero sacamos factor común, si se puede. Luego tomamos los divisores del término independiente y aplicamos la regla de Ruffini. Al llegar a un polinomio de grado 2, no seguimos con Ruffini, resolvemos la ecuación de 2º grado. Ver ejemplos:

**12. Factorizar el polinomio siguiente  $x^4 - 5x^2 + 4$** VER VÍDEO <https://youtu.be/bdJKUg03R8o>

$$p(x) = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$$

**13. Factorizar el siguiente polinomio.  $P(x) = x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 36x - 27$** VER VÍDEO <https://youtu.be/YOgTLBAmSNA>

$$P(x) = x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 36x - 27 = (x + 1) \cdot (x - 3) \cdot (x + 3)^2$$

CARLOS ALCOVER GARAU. LICENCIADO EN CIENCIAS QUÍMICAS (U.L.B.) Y DIPLOMADO EN TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS (I.A.T.A.).

**14. Factorizar el siguiente polinomio.  $P(x) = 2x^4 + 2x^3 + 9x^2 + 9x$**   
**VER VÍDEO <https://youtu.be/y3y1K0bZ818>**

$$P(x) = 2x^4 + 2x^3 + 9x^2 + 9x = x \cdot (x + 1) \cdot (2x^2 + 9)$$

**15. Factorizar el siguiente polinomio.  $P(x) = 2x^5 - 7x^4 + 9x^3 - 5x^2 + x$**   
**VER VÍDEO <https://youtu.be/CwPHdVqHumc>**

$$P(x) = 2x^5 - 7x^4 + 9x^3 - 5x^2 + x = x \cdot (x - 1)^3 \cdot (2x - 1)$$

**16. Factorizar el siguiente polinomio.  $p(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$**

$$p(x) = x^3 - 4x^2 + 3x \rightarrow p(x) = x \cdot (x^2 - 4x + 3) = x \cdot (x - 1) \cdot (x - 3)$$

Las raíces del polinomio son  $x = 0$ ,  $x = 1$  y  $x = 3$

**17. Factorizar el siguiente polinomio.  $p(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$**

$p(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ , no puedo sacar factor común. Tomamos los divisores del término independiente:  $\pm 1$  y  $\pm 2$

Y aplicamos la regla de Ruffini:

Probamos el 1:

1	1	2	-1	-2
		1	3	2
	1	3	2	0

$$p(x) = (x - 1) \cdot \underbrace{(1x^2 + 3x + 2)}_{2^\circ \text{ grado.}} = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x + 2)$$

Resolvemos  
la ecuación.  
 $x = -1, x = -2$

Las raíces del polinomio son  $x = 1$ ,  $x = -1$  y  $x = -2$

**18. Factorizar el siguiente polinomio  $p(x) = x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4$**

$p(x) = x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4$ , no puedo sacar factor común. Tomamos los divisores del término independiente:  $\pm 1$ ,  $\pm 2$  y  $\pm 4$ . Y aplicamos la regla de Ruffini:

Probamos el 1:

1	1	6	13	12	4
		1	7	20	32
	1	7	20	32	36 → NO

Probamos el -1

-1	1	6	13	12	4
		-1	-5	-8	-4
	1	5	8	4	0

$$p(x) = (x + 1) \cdot (1x^3 + 5x^2 + 8x + 4)$$

Volvemos a probar el -1, no sale. Probamos el 2

	1	5	8	4
--	---	---	---	---





Probamos el - 2

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & & 2 & 14 & 44 \\ & 1 & 7 & 22 & 40 \rightarrow \text{NO} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 5 & 8 & 4 \\ & & -2 & -6 & -4 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 0 \end{array}$$

$$p(x) = (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot \underbrace{(1x^2 + 3x + 2)}_{\substack{2^\circ \text{ grado.} \\ \text{Resolvemos} \\ \text{la ecuación.} \\ x = -1, x = -2}} = (x + 1)^2 \cdot (x + 2)^2$$

Las raíces del polinomio son  $x = -1$  (doble) y  $x = -2$  (doble).

**19. Factorizar el siguiente polinomio  $p(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$**

$p(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$ , no puedo sacar factor común. Tomamos los divisores del término independiente:  $\pm 1$ . Y aplicamos la regla de Ruffini:

Probamos el 1

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & -1 & -2 & 1 \\ & & 2 & 1 & -1 \\ \hline & 2 & 1 & -1 & 0 \end{array}$$

$$p(x) = (x - 1) \cdot \underbrace{(2x^2 + 1x - 1)}_{\substack{2^\circ \text{ grado.} \\ \text{Resolvemos} \\ \text{la ecuación.} \\ x = -1, x = \frac{1}{2}}}$$

$$= \underbrace{2}_{*} (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot \underbrace{\left(x - \frac{1}{2}\right)}_{\text{operando}} = (x - 1) \cdot (x + 1) (2x - 1)$$

\* El 2 (coeficiente del monomio de mayor grado,  $2 \cdot x^3$ ) aparece en la factorización. Las raíces del polinomio son  $x = 1$ ,  $x = -1$  y  $x = 1/2$

**20. Factorizar el siguiente polinomio  $p(x) = 2x^5 + x^4 - 2x^3 - x^2$**

$p(x) = 2x^5 + x^4 - 2x^3 - x^2 = x^2 \cdot (2x^3 + x^2 - 2x - 1)$ , hemos sacado factor común, ahora factorizamos el polinomio  $2x^3 + x^2 - 2x - 1$ .

Probamos el 1:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 1 & -2 & -1 \\ & & 2 & 3 & 1 \\ \hline & 2 & 3 & 1 & 0 \end{array}$$

$$p(x) = x^2 \cdot (x - 1) \cdot \underbrace{(2x^2 + 3x + 1)}_{\substack{2^\circ \text{ grado.} \\ \text{Resolvemos} \\ \text{la ecuación.} \\ x = -1, x = -\frac{1}{2}}} = \underbrace{2}_{*} x^2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) =$$

$$\underbrace{=}_{\text{operando}} x^2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 1) (2x + 1)$$

\* El 2 (coeficiente del monomio de mayor grado,  $2x^3$ ) aparece en la factorización. Las raíces del polinomio son  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = -1$  y  $x = -1/2$

## 7. FRACCIONES ALGEBRAICAS

### a. Simplificar fracciones algebraicas.

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

21. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\frac{4x - 16}{x^2 - 3x - 4}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/RgxFsmQjkjE>

$$\frac{4x - 16}{x^2 - 3x - 4} = \frac{4 \cdot (x - 4)}{(x + 1) \cdot (x - 4)} = \frac{4}{x + 1}$$

22. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x^3 - 4x^2 - x + 4}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/ZKf855g-9wM>

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x^3 - 4x^2 - x + 4} = \frac{(x - 1) \cdot (x - 4)}{(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x - 4)} = \frac{1}{x + 1}$$

23. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\frac{x^2 - 8x + 7}{x^3 - 7x^2 - x + 7}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/WGeNwt51MQI>

$$\frac{x^2 - 8x + 7}{x^3 - 7x^2 - x + 7} = \frac{(x - 1) \cdot (x - 7)}{(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x - 7)} = \frac{1}{x + 1}$$

24. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\frac{3x^3 - 2x^2 - 3x + 2}{3x^3 - x^2 - 3x + 1}$$

$$\frac{3x^3 - 2x^2 - 3x + 2}{3x^3 - x^2 - 3x + 1} = \frac{(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (3x - 2)}{(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (3x - 1)} = \frac{(3x - 2)}{(3x - 1)}$$

11

**25. Simplifica la siguiente fracción algebraica.**

$$\frac{x^2 + x + 1}{x^4 + x^3 - x - 1}$$

$$\frac{x^2 + x + 1}{x^4 + x^3 - x - 1} = \frac{\cancel{x^2 + x + 1}}{(x-1) \cdot (x+1) \cdot (\cancel{x^2 + x + 1})} = \frac{1}{(x-1) \cdot (x+1)}$$

**26. Simplifica la siguiente fracción algebraica.**

$$\frac{x^3 + 4x^2 - x - 4}{x^3 + 5x^2 - x - 5}$$

$$\frac{x^3 + 4x^2 - x - 4}{x^3 + 5x^2 - x - 5} = \frac{(\cancel{x+1}) \cdot (\cancel{x-1}) \cdot (x+4)}{(\cancel{x-1}) \cdot (x+1) \cdot (x+5)} = \frac{x+4}{x+5}$$

**27. Simplifica la siguiente fracción algebraica.**

$$\frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^4 - 10x^2 + 9}$$

$$\frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^4 - 10x^2 + 9} = \frac{(\cancel{x+1}) \cdot (\cancel{x-1}) \cdot (x+2) \cdot (x-2)}{(\cancel{x+1}) \cdot (\cancel{x-1}) \cdot (x+3) \cdot (x-3)} = \frac{(x+2) \cdot (x-2)}{(x+3) \cdot (x-3)}$$

**28. Simplifica la siguiente fracción algebraica.**

$$\frac{x^3 + x^2 - 2x - 2}{x^3 - x^2 - 2x + 2}$$

$$\frac{x^3 + x^2 - 2x - 2}{x^3 - x^2 - 2x + 2} = \frac{(x+1) \cdot (\cancel{x+\sqrt{2}}) \cdot (\cancel{x-\sqrt{2}})}{(x-1) \cdot (\cancel{x+\sqrt{2}}) \cdot (\cancel{x-\sqrt{2}})} = \frac{x+1}{x-1}$$

**b. M.C.M. y M.C.D. de varios polinomios.****Operaciones con fracciones algebraicas****29. Hallar el M.C.M y el M.C.D. de los polinomios siguientes:  $x^4 - 5x^2 + 4$ ,  $x^4 + x^3 - x - 1$  y  $3x^3 - 2x^2 - 3x + 2$** **VER VÍDEO** <https://youtu.be/MC20ISGKdi8>

$$x^4 - 5x^2 + 4 = (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x+2) \cdot (x-2)$$

$$x^4 + x^3 - x - 1 = (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x^2 + x + 1)$$

$$3x^3 - 2x^2 - 3x + 2 = (x+1) \cdot (x-1) \cdot (3x-2)$$

$$\text{M.C.M.} = (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x+2) \cdot (x-2) \cdot (x^2 + x + 1) \cdot (3x-2)$$

$$\text{M.C.D.} = (x+1) \cdot (x-1)$$

**30. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.**

12

$$\text{a. } \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}$$

$$\text{b. } \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x^2-1}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/KkcRSxVzbFU>

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} = \frac{x^2 - x - 1}{\underbrace{x^3}_{\text{M.C.M. de } x, x^2, x^3}}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-1} + \frac{1}{\underbrace{x^2-1}_{\text{factorizamos}}} &= \frac{x}{x-1} + \frac{1}{(x-1) \cdot (x+1)} = \frac{x \cdot (x+1) + 1}{\underbrace{(x-1) \cdot (x+1)}_{\text{M.C.M. de } x-1 \text{ y } x^2-1}} \\ &\quad \text{no se puede factorizar} \\ &= \frac{\overbrace{x^2 + x + 1}}{(x-1) \cdot (x+1)} \end{aligned}$$

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS  
CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO  
DALE A ME GUSTA.

31. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2 + 2x} + \frac{1}{x^2 - 2x}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/i-oVhpVTpCc>

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} - \frac{1}{\underbrace{x^2+2x}_{\text{factorizar}}} + \frac{1}{\underbrace{x^2-2x}_{\text{factorizar}}} &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x \cdot (x+2)} + \frac{1}{x \cdot (x-2)} = \\ \frac{(x+2) \cdot (x-2) - (x-2) + x+2}{\underbrace{x \cdot (x+2) \cdot (x-2)}_{\text{M.C.M. de } x, x^2+2x \text{ y } x^2-2x}} &= \frac{x^2}{x \cdot (x+2) \cdot (x-2)} = \frac{x}{(x+2) \cdot (x-2)} \end{aligned}$$

32. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

$$\text{a. } \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$$

$$\text{b. } \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/gFQ-pZukOog>

$$a. \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{x}{x-1}$$

$$b. \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} = \frac{1}{\frac{x-1-x}{x-1}} = \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = 1 - x$$

**33. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.**

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x} : \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4x + 4}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/7zap-wwBX08>

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x} : \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4x + 4} &= \frac{(x+2) \cdot (x-2)}{x \cdot (x-2)} : \frac{x \cdot (x+2)}{(x-2)^2} = \frac{(x+2) \cdot (x-2) \cdot (x-2)^2}{x \cdot (x-2) \cdot x \cdot (x+2)} = \\ &= \frac{(x-2)^2}{x^2} \end{aligned}$$

**34. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.**

$$\left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{x^2-x} \right) : \left( \frac{x}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} \right)$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/-HXOr5nb-VA>

$$\begin{aligned} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{x^2-x} \right) : \left( \frac{x}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} \right) &= \\ = \left( \frac{x}{(x+1) \cdot (x-1)} - \frac{1}{x \cdot (x-1)} \right) : \left( \frac{x}{(x+1) \cdot (x-1)} + \frac{x}{x-1} \right) &= \frac{x^2-1}{x \cdot (x-1)} : \frac{x+x \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot (x-1)} = \\ = \frac{\overbrace{x^2-1}^{(x+1) \cdot (x-1)}}{x \cdot (x-1)} : \frac{\overbrace{x^2+2x}^{x \cdot (x+2)}}{(x+1) \cdot (x-1)} &= \frac{(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x-1)}{x^2 \cdot (x+2) \cdot (x-1)} = \frac{(x+1)^2 \cdot (x-1)}{x^2 \cdot (x+2)} \end{aligned}$$