SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

CAMPO GRAVITATORIO.

LEYES DE KEPLER. LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL. SATELITES: ÓRBITA CIRCULAR Y ÓRBITA ELÍPTICA. MOVIMIENTO RADIAL, TIROVERTICAL Y CAÍDA LIBRE. VELOCIDAD DE ESCAPE.

1. LEYES DE KEPLER.

1ª LEY: LEY DE LAS ÓRBITAS. Los planetas giran en torno al sol describiendo órbitas elípticas. El sol no está en el centro de la elipse, sino que ocupa uno de los focos.
2ª LEY: LEY DE LAS ÁREAS. La velocidad de los planetas en su órbita es tal que la línea que une el planeta con el sol barre áreas iguales en tiempos iguales; es decir, la velocidad areolar de un planeta en su órbita es constante.
3ª LEY: LEY DE LOS PERIODOS O LEY ARMÓNICA. Los planetas giran alrededor del sol manteniendo una relación armónica; los cuadrados de los periodos de revolución son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de sus respectivas órbitas.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{R_2^3}$$

2. LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL.

Todos los cuerpos del universo se atraen mutuamente con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de separación.

$$F = G.\frac{m.M}{d^2}$$

MAGNITUDES	UNIDADES	FÓRMULAS
F_G: Fuerza gravitatoria	Newton, N.	$\overrightarrow{F_G} = -G.\frac{M.m}{d^3}\vec{v} \to \lvert\overrightarrow{F_G}\rvert = G.\frac{M.m}{d^2}$
g: Gravedad	N/Kg o m/s^2	$\vec{g} = -G.\frac{M}{d^3}\vec{v} \to \lvert\vec{g}\rvert = G.\frac{M}{d^2}$
V: potencial gravitatorio	Julio/Kg.	$V = -G.\frac{M}{d}$
E_p: Energía potencial gravitatoria	Julio, J.	$E_p = -G.\frac{M.m}{d}$
G: Cte. De gravitación universal.	6'67.10^{-11}N.m^2/Kg^2	

Campo físico es aquella región del espacio en la que es posible asignar a cada uno de sus puntos una magnitud física, escalar o vectorial.

La masa es la magnitud física que nos indica cuánta materia tiene un cuerpo
Hablamos de **masa inercial** si la masa indica la resistencia que presenta un cuerpo a modificar su estado de movimiento
Hablamos de **masa gravitatoria** si está la estudiamos como origen del peso siendo P = mg

La **fuerza gravitatoria** es conservativa.

El trabajo que realiza sobre un cuerpo que se desplaza depende solo de las posiciones inicial y final pero no del camino seguido.

Todo Cuerpo sometido a la acción de la fuerza de la gravedad adquiere energía potencial gravitatoria.

1. La masa y el radio medio de la luna son $M_L = 7{,}35 \times 10^{22}$ kg y R = 1737 km.

a. En la luna, ¿a qué altura ha disminuido la aceleración de la gravedad a la mitad del valor que tiene en la superficie?

b. ¿Qué radio debe tener la luna para que la aceleración de la gravedad en su superficie sea igual a la aceleración de la gravedad en la superficie de la tierra?

VER VIDEO https://youtu.be/S_H1l6WhKFs

a.

$$g = G\cdot\frac{M}{d^2} \to \frac{g}{g_0} = \frac{\cancel{G}\cdot\frac{\cancel{M}}{d_1^2}}{\cancel{G}\cdot\frac{\cancel{M}}{d_0^2}} \to \frac{\frac{1}{2}g_0}{g_0} = \frac{d_0^2}{d_1^2} \to \frac{1}{2} = \frac{1737000^2}{d_1^2} \to d_1 = 2456489 \text{ m.}$$

h = d – R = 719489 m.

b.

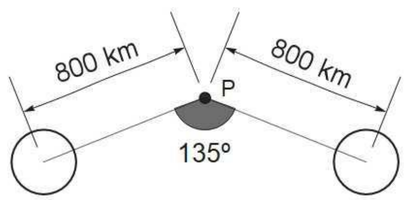
$$g = G\cdot\frac{M}{d^2} \rightarrow d = \sqrt{\frac{G\cdot M}{g}} = 707284\ \text{m.}$$

2. La figura representa dos esferas de $7{,}2\cdot10^{20}$ kg cada una y un punto P que equidista 800 km. de las esferas.

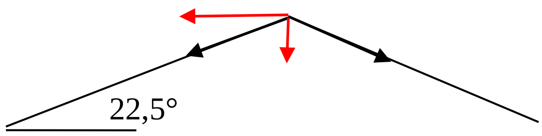
a. ¿Cuál es la intensidad del campo gravitacional en el punto P?

b. ¿Qué vale el potencial gravitacional en el punto P?

VER VIDEO https://youtu.be/0UWyoz_X8_w



a.



$$|\vec{g_1}| = G\frac{M}{d^2}\begin{cases}\vec{g_{1x}}\ \text{se anula con}\ \vec{g_{2x}} \\ |\vec{g_{1y}}| = 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\dfrac{7{,}2\cdot10^{20}}{800000^2}\cdot \text{sen}\ 22{,}5 = 0{,}0287\ \dfrac{N}{kg}\end{cases}$$

$$\vec{g_P} = -2\cdot 0{,}0287\,\vec{j} = -0{,}0574\,\vec{j}\ \frac{N}{kg}$$

b.

$$V = -G\cdot\frac{M}{d} \rightarrow V_P = 2\cdot\left(-6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{7{,}2\cdot10^{20}}{800000}\right) = -120060\ \frac{N\cdot m}{kg}$$

3. a. ¿A qué altitud sobre la superficie terrestre la intensidad del campo gravitatorio es el 20 % del valor en la superficie?

b) ¿Qué periodo tiene un satélite que orbita la Tierra a la altitud determinada en el apartado anterior? (Radio de la Tierra RT = 6370 km)

VER VIDEO https://youtu.be/TSojIYwUDNY

a.

$$g = G\cdot\frac{M_t}{d_t^2} = \frac{g_0\cdot R_t^2}{d_t^2} \rightarrow \frac{20}{100}g_0 = \frac{g_0\cdot 6370000^2}{d_t^2} \rightarrow d = 14240000\ \text{m.}$$

h = d – R = 7870 km.

b.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d^3}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{d^3}{9{,}8\cdot R_t^2}} = 1{,}6\cdot10^4\ \text{s.}$$

4. La masa de la luna es aproximadamente $7{,}35\times10^{22}$ kg y su radio$1{,}74\times10^{6}$ m

4

a. ¿Qué pesaría en la superficie de la luna una persona que tiene 70 kg de masa?

b. ¿Hasta qué altura podría saltar esta persona en la superficie de la luna si en la tierra salta 1 m?

c. Desde las proximidades de la superficie de la luna lanzamos un proyectil en dirección horizontal ¿Cuál ha de ser la velocidad inicial mínima para que no caiga y choque con la superficie?

VER VIDEO https://youtu.be/iiWw8ALNFcM

a.

$$|\vec{F}| = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2} = 113{,}4 \text{ N.}$$

b. El trabajo realizado por las piernas en el salto se convierte en energía potencial. $E_{\text{pot. en tierra}} = E_{\text{pot. en luna}} \rightarrow m \cdot g_t \cdot h_t = m \cdot g_l \cdot h_l \rightarrow h_l = 6{,}1$ m.

c. Me pregunta la velocidad para mantener una órbita rasante en la superficie lunar..

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{d}} = 1860 \text{ m/s.}$$

5. La masa de la luna es 0,012 veces la masa de la tierra, el radio de la luna es 0,27 veces el radio de la tierra y la distancia media entre sus centros es de 60,3 radios terrestres.

a. Calcula la gravedad en la superficie de la luna.

b. ¿En qué posición entre la tierra y la luna se equilibran las fuerzas gravitatorias que ambos astros ejercen sobre un cuerpo de masa m.

c. ¿Cuál es el potencial gravitatorio en la posición calculada en el apartado anterior?

VER VIDEO https://youtu.be/k3jofYuDo3s

a)

$$\frac{g_{luna}}{g_{tierra}} = \frac{\cancel{G}.\frac{M_{luna}}{R^2_{luna}}}{\cancel{G}.\frac{M_{tierra}}{R^2_{tierra}}} = \frac{\frac{0'012.\cancel{M_{tierra}}}{0'27^2.\cancel{R^2_{tierra}}}}{\frac{\cancel{M_{tierra}}}{\cancel{R^2_{tierra}}}} \rightarrow \frac{g_{luna}}{g_{tierra}} = \frac{0'012}{0'27^2} \rightarrow g_{luna} = 0'165.\,g_{tierra}$$

$$g_{luna} = 1'61 \text{ m/s}^2$$

b)

$$|\vec{F}_{tierra}| = |\vec{F}_{luna}| \rightarrow \cancel{G}\frac{M_{tierra}.\cancel{m}}{x^2} = \cancel{G}\frac{M_{luna}.\cancel{m}}{(d-x)^2} \rightarrow \frac{\cancel{M_{tierra}}}{x^2} = \frac{0'012.\cancel{M_{tierra}}}{(d-x)^2} \rightarrow$$

$x = 346188$ km.

c)

$$V = -G\frac{M}{d} \rightarrow V = -G\frac{M_{tierra}}{x} - G\frac{M_{luna}}{d-x} = -\overbrace{GM_{tierra}}^{9'8.R^2_{tierra}} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{0'012}{d-x}\right) = -1'27\frac{MJ}{kg}.$$

6. ¿A qué altura sobre la superficie terrestre la gravedad se reduce en un 20 %? R_T = 6370 km.

VER VIDEO https://youtu.be/mWKDGXEvD5o

$$g = G \cdot \frac{M}{d^2} = \frac{9.8 \cdot R_T^2}{d^2} \rightarrow \frac{80}{100} \cdot 9{,}8 = \frac{9{,}8 \cdot 6370000^2}{d^2} \rightarrow d = 7121 \text{ km.}$$

h = R – d = 7122 – 6370 = 752 km.

7. ¿A qué altura sobre la superficie terrestre la gravedad se reduce a un 20 %? R_T = 6370 km.
VER VIDEO https://youtu.be/ohPC92zN6r4

$$g = G\cdot\frac{M}{d^2} = \frac{9.8\cdot R_T^2}{d^2} \rightarrow \frac{20}{100}\cdot 9{,}8 = \frac{9{,}8\cdot 6370000^2}{d^2} \rightarrow d = 14244\ \text{km.}$$

$h = R - d = 14244 - 6370 = 7874$ km.

8. ¿Cuál sería la gravedad en un planeta ficticio cuya masa fuera el doble que la masa terrestre y su radio la mitad del radio terrestre?
VER VIDEO https://youtu.be/XMfvapOpzh0

$$\frac{g_{planeta}}{g_{tierra}} = \frac{\cancel{G}.\frac{M_{planeta}}{R^2_{planeta}}}{\cancel{G}.\frac{M_{tierra}}{R^2_{tierra}}} = \frac{\frac{2.\cancel{M_{tierra}}}{0'5^2.\cancel{R^2_{tierra}}}}{\frac{\cancel{M_{tierra}}}{\cancel{R^2_{tierra}}}} \rightarrow \frac{g_{planeta}}{g_{tierra}} = \frac{2}{0'5^2} \rightarrow g_{planeta} = 8.\,g_{tierra} =$$

$$= 78{,}4\ \frac{m}{s^2}\ o\ \frac{N}{kg}.$$

9. ¿Cuál sería la gravedad en un planeta ficticio cuya masa fuera el doble que la masa terrestre y su densidad la misma que la terrestre?
VER VIDEO https://youtu.be/PA7oK6HDOMY

$$d = \frac{M}{V} \rightarrow d_T = d_p;\ \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_p}{V_p};\ \frac{M_T}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R_T^3} = \frac{M_p}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R_p^3};\ \frac{M_T}{R_T^3} = \frac{2\cdot M_T}{R_p^3};\ R_p = \sqrt[3]{2}R_T$$

$$\frac{g_{planeta}}{g_{tierra}} = \frac{\cancel{G}.\frac{M_{planeta}}{R^2_{planeta}}}{\cancel{G}.\frac{M_{tierra}}{R^2_{tierra}}} = \frac{\frac{2.\cancel{M_{tierra}}}{\left(\sqrt[3]{2}\right)^2.\cancel{R^2_{tierra}}}}{\frac{\cancel{M_{tierra}}}{\cancel{R^2_{tierra}}}};\ \frac{g_{planeta}}{g_{tierra}} = \frac{2}{\left(\sqrt[3]{2}\right)^2};\ g_{planeta} = \frac{2}{\left(\sqrt[3]{2}\right)^2}\cdot g_{tierra}$$

$$g_{planeta} = 12{,}35\ \frac{m}{s^2}\ o\ \frac{N}{kg}$$

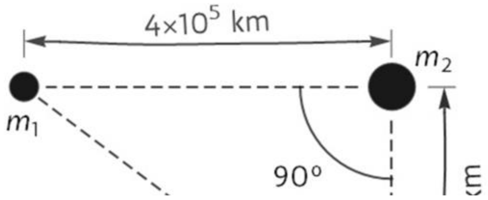
10. La figura representa a las posiciones, en un momento dado, de 3 asteroides de masas M_1, M_2 y M_3. Calcula el módulo de la fuerza sobre el primer asteroide a causa de:

a: El segundo asteroide.

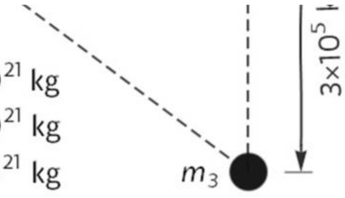
b. El tercer asteroide.

c. El segundo y el tercer asteroide en conjunto.

d. Dibuja los vectores que represente las 3 fuerzas anteriores sobre una copia del triángulo de la figura adjunta.

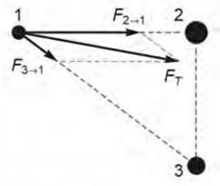


$m_1 = 3\times10^{21}$ kg
$m_2 = 8\times10^{21}$ kg
$m_3 = 5\times10^{21}$ kg



VER VÍDEO https://youtu.be/PGg1uoEoEkk

a. $1\cdot10^{16}$ N.
b. $0,4\cdot10^{16}$ N.
c. $1,34\cdot10^{16}$ N.
d.



SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

11. Una masa puntual de 50 g se encuentra situada en la posición (8, 0) m del plano xy. Calcule:

a. El potencial gravitatorio y el campo gravitatorio en el punto (0, 6) m del plano debido a dicha masa.

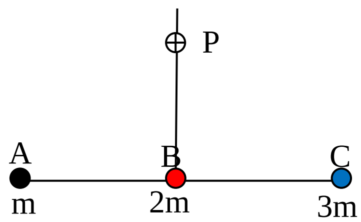
b. El trabajo realizado por el campo al trasladar un objeto puntual de 20 g desde el punto (0, 6) m hasta el origen de coordenadas. Dato: Constante de Gravitación Universal, G = $6,67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

VER VÍDEO https://youtu.be/dGnD2CPVL7o

a. $V = -3,33\cdot10^{-13}$ J/kg, $|g| = 3,33: 10^{-14}$ N/kg
b. $W = 1,67\cdot10^{-15}$ J.

12. 3 masas puntuales de valores m, 2m y 3m están alineadas y separadas entre si 1 m. Calcular el campo gravitatorio que producen en un punto situado 1 m. por encima de la masa central.

VER VIDEO https://youtu.be/4j81-bcv7Is



I. Damos coordenadas a cada punto: A(- 1, 0), B(0 ,0), C(1, 0) y P(0, 1)

II. Hallamos los vectores que unen cada masa con el punto a estudiar, así como, sus módulos.

$\overrightarrow{AP} = (1,1), |\overrightarrow{AP}| = \sqrt{2}; \overrightarrow{BP} = (0,1), |\overrightarrow{BP}| = 1; \overrightarrow{CP} = (-1,1), |\overrightarrow{CP}| = \sqrt{2}$

III. Aplicamos la formula del campo.

$$\vec{g} = -G.\frac{M}{d^3}\vec{v}\begin{cases} \overrightarrow{g_A} = -G.\dfrac{m}{\sqrt{2}^3}(1,1) = \dfrac{(-0{,}354\cdot Gm; -0{,}354\cdot Gm)N}{m} \\ \overrightarrow{g_B} = -G.\dfrac{2m}{1}(0,1) = \dfrac{(0; -2\cdot Gm)N}{m} \\ \overrightarrow{g_C} = -G.\dfrac{3m}{\sqrt{2}^3}(-1,1) = \dfrac{(1{,}061\cdot Gm; -1{,}061\cdot Gm)N}{m} \\ \text{Sumando los resultados } \overrightarrow{g_P} = (0{,}707\cdot Gm; -3{,}415\cdot Gm) \end{cases}$$

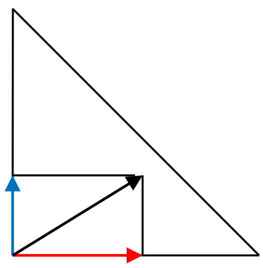
13. En los extremos de la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles hay 2 masas, una de 4,1·10^{10} Kg. y otra de 7,2·10^{10} Kg. Los catetos miden 50$\sqrt{2}$ m.

a. Haz un esquema con los vectores campo gravitatorio causados por cada masa en el vértice libre. Dibuja también la suma gráfica de los 2 vectores.

b. ¿Qué vale el módulo del campo gravitatorio en el vértice libre del triángulo?

c. ¿En qué punto del triángulo el campo gravitatorio es nulo?

VER VIDEO https://youtu.be/RQ6iIuaNrwI



b)

$$g = G\frac{M}{d^2}\begin{cases} g_1 = G\dfrac{M_1}{{d_1}^2} = 5'47.10^{-4}\ m/s^2 \\ g_2 = G\dfrac{M_2}{{d_2}^2} = 9'6.10^{-4}\ m/s^2 \end{cases} \rightarrow g = \sqrt{(5'47.10^{-4})^2 + (9'6.10^{-4})^2} =$$

$=1'1.10^{-3}$ m/s^2.

c)

En el punto de la hipotenusa donde $g_1 = g_2$

$$Hip = \sqrt{\left(50\sqrt{2}\right)^2 + \left(50\sqrt{2}\right)^2} = 100\ m.$$

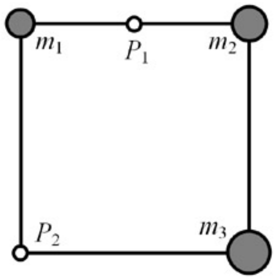
$$\cancel{G}\frac{4'1.\cancel{10^{10}}}{x^2} = \cancel{G}\frac{7'2.\cancel{10^{10}}}{(100-x)^2} \rightarrow x = 43\ m.$$

14. a. En tres vértices de un cuadrado hay tres masas m_1, m_2 y m_3 . Suponiendo que $m_2 = 2m_1$ y que $m_3 = 3m_1$ ¿Cuál de las masas crea el campo más grande en el punto P_1 ? ¿y el más pequeño?

b. Supongo que el lado del cuadrado mide 150 m y qué m_1 = 2,6 Mt. ¿Qué vale el potencial gravitatorio para las 3 masas en el punto P_1? Toma el potencial cero en el infinito cómo es habitual.

c. Calcula el campo creado por las 3 masas en el punto P_2 y haz un esquema.

VER VIDEO https://youtu.be/nK1kzioCqKI
VER VIDEO https://youtu.be/l0RK4ho2Y6c



a)

$$g_1 = G\frac{m_1}{{d_1}^2} = G\frac{m_1}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = 4.G\frac{m_1}{l^2}$$

$$g_2 = G\frac{m_2}{{d_2}^2} = G\frac{2.m_1}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = 8.G\frac{m_1}{l^2}$$

$$g_3 = G\frac{m_3}{{d_3}^2} = G\frac{3.m_1}{l^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{12}{5}.G\frac{m_1}{l^2}$$

$g_2 > g_1 > g_3$

b)

$$V = -G\frac{m_1}{d_1} - G\frac{m_2}{d_2} - G\frac{m_3}{d_3} = -0'0101 J/kg.$$

c)

1º) Damos coordenadas a las masas y al punto a estudiar.

P_2 (0, 0); A(0, 150); B(150, 150) y C(150, 0)

2º) Vectores que unen cada masa con el punto a estudiar.

$\overrightarrow{AP_2} = (0, -150) \rightarrow \left|\overrightarrow{P_2A}\right| = 150$

$\overrightarrow{BP_2} = (-150, -150) \rightarrow \left|\overrightarrow{P_2B}\right| = 212'13$

$\overrightarrow{CP_2} = (-150, 0) \rightarrow \left|\overrightarrow{P_2C}\right| = 150$

3º) Calculos:

$$\vec{g} = -G\frac{M}{d^3}\vec{d}\begin{cases} \overrightarrow{g_A} = -G \cdot \dfrac{2'6.10^9}{150^3}(-150\vec{j}) = 7'71.10^{-6}\,\vec{j}\,\dfrac{m}{s^2} \\ \overrightarrow{g_B} = -G \cdot \dfrac{5'2.10^9}{212'13^3}(150\vec{i} + 150\vec{j}) = 5'45.10^{-6}\,\overrightarrow{\imath} + 5'45.10^{-6}\,\vec{j}\,\dfrac{m}{s^2} \\ \overrightarrow{g_C} = -G \cdot \dfrac{7'8.10^9}{150^3}150\vec{i} = 2'31.10^{-5}\vec{\imath}\,\dfrac{m}{s^2} \end{cases}$$

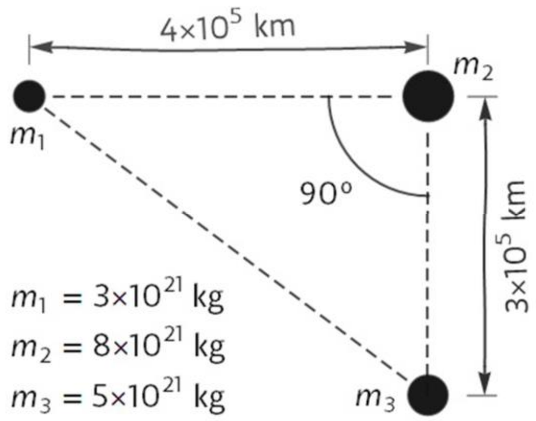
$$\overrightarrow{g_{P_2}} = 2'86.10^{-5}\vec{i} + 1'316.10^{-5}\vec{j}\,\frac{m}{s^2} \rightarrow \left|\overrightarrow{g_{P_2}}\right| = 3'15.10^{-5}\,\frac{m}{s^2}$$

15. Los centros de 2 esferas de 4 kg y 9 kg se encuentran separados 12 m. ¿A qué distancia de la primera se anula el campo gravitatorio creado por las esferas?
VER VIDEO https://youtu.be/pQnomK2gHFE

Tomando $|\vec{g_a}| = |\vec{g_b}| \rightarrow G\dfrac{4}{x^2} = G\dfrac{9}{(12-x)^2} \rightarrow x = 4'8$ m.

16. La figura representa las posiciones en un momento dado de 3 asteroides de masas y 1 m dos calcula el módulo de la fuerza sobre el primer asteroide a causa de

- **a. el segundo asteroide**
- **b. el tercer asteroide**
- **c. el segundo y el tercer asteroide en conjunto**
- **d. dibuja los vectores que representan las 3 fuerzas anteriores sobre una copia del triángulo de la figura adjunta**



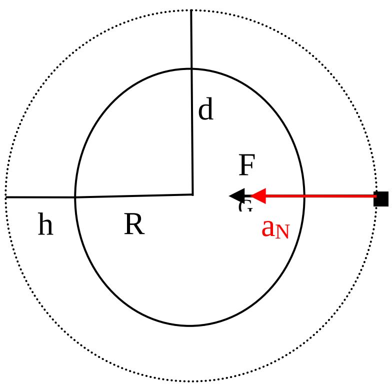
VER VÍDEO https://youtu.be/knbxIB9YX7A

a. $1\cdot10^{16}$ N.
b. $0{,}4\cdot10^{16}$ N.
c. $1{,}34\cdot10^{16}$ N.

3. SATÉLITES.

VER VIDEO https://youtu.be/AgfCxHWR2PY

a. Órbita circular.



$d = R_T + h$
F_G : Fuerza gravitatoria. N.
a_N : Aceleración normal o centrípeta. m/s^2
d: Radio de la órbita de un satélite. m.
R_T: Radio de la tierra. m.
h: Altura respecto de la superficie. m.
G: Cte. De gravitación universal.
$6'67.10^{-11}$N.m^2/kg^2
$R_{Terrestre}$ = 6370 km = 6370000 m.

Aplicando la segunda Ley de Newton:

$$\Sigma F = m.a \rightarrow F_G = m.a_N \rightarrow G\frac{M.\cancel{m}}{d^2} = \cancel{m}.\frac{v^2}{d}$$

Si trabajamos con satélites terrestres podemos sustituir G.M por $9'8.R_T^2$

$$v_{órbita} = \sqrt{\frac{G.M}{d}} = \sqrt{\frac{9'8.R_T^2}{d}}$$

$$v = \omega.d \rightarrow \omega_{órbita} = \sqrt{\frac{G.M}{d^3}} = \sqrt{\frac{9'8.R_T^2}{d^3}}$$

$$T = \frac{2.\pi}{\omega} \rightarrow T = 2.\pi.\sqrt{\frac{d^3}{G.M}} = 2.\pi.\sqrt{\frac{d^3}{9'8.R_T^2}}$$

$$\vec{L} = \vec{d}x\vec{p} = \vec{d}xm.\vec{v} \rightarrow |\vec{L}| = d.m.v = \sqrt{G.M.m^2.d} = \sqrt{9'8.R_T^2.m^2.d}$$

$$E_{potencial} = -G.\frac{M.m}{d} = -\frac{9'8.R_T^2.m}{d}$$

$$E_{cinética} = \frac{1}{2}.m.v^2 = \frac{1}{2}.G.\frac{M.m}{d} = \frac{1}{2}.G.\frac{M.m}{d}$$

$$E_{mecánica} = \frac{1}{2}.m.v^2 - G.\frac{M.m}{d} = -\frac{1}{2}.G.\frac{M.m}{d}$$

17. a. Ganímedes tiene una masa de $1{,}48\cdot10^{23}$kg y orbita Júpiter con un periodo de 7,15 días. La órbita es aproximadamente una circunferencia de 10^6 km. de radio. Calcula la energía cinética de Ganímedes por el movimiento orbital suponiendo que la órbita es circular.

b. Escribe la relación entre energía cinética y la energía potencial de un satélite en una órbita circular.

c. Justifica la relación anterior.

d. Determinar la energía mecánica total de un satélite qué tiene una energía cinética de $3\cdot10^{20}$ J.

VER VÍDEO https://youtu.be/D4XMo_EnfY8

a. Cálculo de la masa de Júpiter a partir de la fórmula del periodo.

$$T = 2\cdot\pi\sqrt{\frac{d^3}{G\cdot M}} \rightarrow M = \frac{4\cdot\pi^2\cdot d^3}{T^2\cdot G} = 1{,}55\cdot10^{27}\text{ kg.}$$

$$Ec = \frac{1}{2}G\frac{M\cdot m}{d} = 7{,}65\cdot10^{30}\text{ J}$$

b. $Ep = -2\cdot Ec$

c.

$$\left.\begin{array}{l} Ep = -\dfrac{G\cdot M\cdot m}{d} \\ \left.\begin{array}{l} Ec = \dfrac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \\ v_{órbita} = \sqrt{\dfrac{G\cdot M}{d}} \end{array}\right\} Ec = \dfrac{G\cdot M\cdot m}{2\cdot d} \end{array}\right\} Ep = -2\cdot Ec$$

d.

$Em = -Ec = -3\cdot10^{20}$ J.

18. Dos satélites artificiales orbitan la tierra en órbitas circulares de radios R_1 y R_2 tales qué $R_2 = 2R_1$ ¿Qué relación hay entre sus velocidades lineales?
VER VIDEO https://youtu.be/xy8Bs1eLHPI

$$v = \sqrt{\frac{GM}{d}} \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{R_1}}}{\sqrt{\frac{GM}{R_2}}} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = \sqrt{\frac{2R_1}{R_1}} = \sqrt{2}$$

19. Una sonda espacial de 3500 kg se encuentra en órbita circular alrededor de Saturno, realizando una revolución cada 36 horas. Calcule:

a La velocidad orbital y la energía mecánica que posee la sonda espacial.

b. La energía mínima necesaria que habría que suministrarle para que abandone el campo gravitatorio del planeta.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; Masa de Saturno, Ms = $5{,}68\cdot10^{26}$ kg.
VER VÍDEO https://youtu.be/Ri98G6wln2U

a. $v = 1{,}22\cdot10^4$ m/s y $E_{mec} = -2{,}62\cdot10^{11}$ J.
b. $E = 2{,}62\cdot10^{11}$ J.

20. a. Ganímedes tiene una masa de $1{,}48\cdot10^{23}$ kg y orbita Júpiter con un periodo de 7,15 días. La órbita es aproximadamente una circunferencia de 10^6 km de radio. Calcula la energía cinética de Ganímedes por el movimiento orbital suponiendo que la órbita es circular.

b. Escribe la relación entre energía cinética y la energía potencial de un satélite en una órbita circular.

c. Justifica la relación anterior.

d. Determinar la energía mecánica total de un satélite qué tiene una energía cinética de $3\cdot10^{20}$ J.
VER VÍDEO https://youtu.be/lao2qYQOUlE

a. Cálculo de la masa de Júpiter a partir de la fórmula del periodo.

$$T = 2\cdot\pi\sqrt{\frac{d^3}{G\cdot M}} \rightarrow M = \frac{4\cdot\pi^2\cdot d^3}{T^2\cdot G} = 1{,}55\cdot10^{27}\ \text{kg.}$$

$$Ec = \frac{1}{2}G\frac{M\cdot m}{d} = 7{,}65\cdot10^{30}\ \text{J}$$

b. $Ep = -2\cdot Ec$

c.

$$\left.\begin{array}{l} Ep = -\dfrac{G\cdot M\cdot m}{d} \\ \left.\begin{array}{l} Ec = \dfrac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \\ v_{órbita} = \sqrt{\dfrac{G\cdot M}{d}} \end{array}\right\} Ec = \dfrac{G\cdot M\cdot m}{2\cdot d} \end{array}\right\} Ep = -2\cdot Ec$$

d.
Em = – Ec = – $3\cdot10^{20}$ J.

21. Un satélite de 2000 kg se mueve a 8,75 km/s en una órbita circular de 500 km de altura alrededor de un planeta de 4300 km. de radio.

a. Calcula el módulo del momento angular del satélite respecto al centro del planeta.

b. Un satélite diferente tiene una órbita elíptica alrededor de otro planeta. La altura de la órbita oscila entre 420 y 560 km. La velocidad orbital cambia entre 10,6 y 10,8 km/s ¿qué velocidad tiene el satélite cuando se encuentra a 420 km de altura?

c. Calcula el radio del planeta del apartado B

VER VÍDEO https://youtu.be/XI64dUCwPek

a. $|\vec{L}| = d\cdot m\cdot v\cdot sen\alpha = 4800000\cdot 2000\cdot 8750\cdot 1 = 84\cdot 10^{12}\ kg\cdot m^2\cdot s^{-1}$

b. Se conserva el momento angular → $d_A\cdot v_A = d_B\cdot v_B$ → En el punto más cercano, 420 Km de altura, la velocidad es mayor, 10,8 km/s.

c. Se conserva el momento angular → $d_A\cdot v_A = d_B\cdot v_B$

$(420000 + R)\cdot 10{,}8 = (560000 + R)\cdot 10{,}6 \rightarrow 7000$ km.

22. Se supone que la energía mecánica total de un satélite de 1485 kg en órbita circular alrededor de la Tierra es de $-7{,}28 \times 10^{10}$ J. La masa de la Tierra es de $5{,}972 \times 10^{24}$ kg. Calcula:

a. La energía potencial del satélite.

b. La velocidad del satélite en km/s.

c. El radio de la órbita en km.

VER VIDEO https://youtu.be/ub5xjAQsGyo

a.

$$\left.\begin{array}{l} E_{potencial} = -G.\dfrac{M.m}{d} = -\dfrac{9'8.R_T^2.m}{d} \\ E_{mecánica} = \dfrac{1}{2}.m.v^2 - G.\dfrac{M.m}{d} = -\dfrac{1}{2}.G.\dfrac{M.m}{d} \end{array}\right\} E_{pot.} = 2\cdot E_{mec.} = -1{,}456\cdot 10^{11}\ J.$$

b.

$$\left.\begin{array}{l} E_{cin.} = -E_{mec.} \\ E_{cin} = \dfrac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \end{array}\right\} 7{,}28\cdot 10^{10} = \frac{1}{2}\cdot 1485\cdot v^2 \rightarrow v = 9902\frac{m}{s} = 9{,}902\frac{km}{s}.$$

c.

$$E_{potencial} = -G.\frac{M.m}{d} \rightarrow d = \frac{-G \cdot M \cdot m}{E_{pot.}} = 4085107 \text{ m.} = 4085 \text{ km.}$$

23. Considera, por un lado, un satélite de 2700 kg en una órbita circular alrededor de la tierra, y por otro, una sonda de 2500 kg que se aleja radialmente de nuestro planeta y sin propulsión. La masa de la tierra es $M_T = 5{,}972 \times 10^{24}$ kg.

a. Si el satélite tiene una energía cinética de $2{,}82 \times 10^{10}$ J, ¿cuál es el radio de la órbita?

b. Si la sonda se desplaza a 3,0 km/s a 75000 km del centro de la tierra, ¿hasta qué distancia máxima de la tierra llegará?

VER VIDEO https://youtu.be/9K4hee3rLLI

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot G\frac{M \cdot m}{d} \rightarrow d = \frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot E_c} = 19069104 \text{ m.}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \cdot \frac{M \cdot m}{d} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{d} \rightarrow$$

$$-2027746667 = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}972 \cdot 10^{24} \cdot 2500}{d} \rightarrow d = 491102274 \text{ m.}$$

24. Un satélite artificial se encuentra en una órbita circular alrededor de la Tierra a 1000 km por encima de la superficie. Sabiendo que R_T = 6370 km y $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg, calcule:

a. La velocidad lineal del satélite.

b. La energía por unidad de masa que ha sido necesaria para poner el satélite en órbita desde la superficie terrestre.

VER VIDEO https://youtu.be/Ewo5MRfgZB4

a.

$$V = \sqrt{\frac{G \cdot M}{d}} = 7{,}36 \text{ Km./s..}$$

b.

$$\Delta E = E_{órbita} - E_{superficie} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{d_0} - \left(-G\frac{Mm}{d_s}\right)$$

$$\frac{\Delta E}{m} = E_{órbita} - E_{superficie} = -\frac{1}{2}G\frac{M}{d_0} - \left(-G\frac{M}{d_s}\right) = 3{,}56 \cdot 10^7 \text{ J.}$$

25. Una sonda espacial de masa m = 1200 kg se ha situado en una órbita circular de radio r = 6000 km alrededor de un planeta. Si la energía cinética de la sonda es $Ec = 5{,}4 \times 10^9$ J, calcule:

a) El período orbital de la sonda.

b) La masa del planeta.

VER VIDEO https://youtu.be/6ug4eJ5UwDg

a.

$$T = \frac{2\pi d}{v} = \frac{2\pi d}{\sqrt{\frac{2E_c}{m}}} = 3{,}5 \text{ h.}$$

b.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\frac{GM}{d} \rightarrow M = \frac{2dE_c}{Gm} = 8{,}1 \cdot 10^{23}\text{kg.}$$

26. Una de las lunas de Júpiter, Io, sigue una órbita de radio 4,22×10^8 m con un periodo de 1,55×10^5 s

a. Halla el radio de órbita de Calisto, otro satélite de Júpiter, qué tiene un periodo de 1,44×10^6 s.

b. Calcula la masa de Júpiter

c. El radio de Júpiter que es 11,2 veces el radio terrestre qué vale 6.370 km. Determina el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter.

VER VIDEO https://youtu.be/gSptcDiSma8

a.

$$\frac{T_{io}^2}{T_{cal.}^2} = \frac{d_{io}^3}{d_{cal.}^3} \rightarrow d_{cal.} = 1.86 \cdot 10^9 \text{ m.}$$

b.

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{d^3}{G.M}} \rightarrow M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot d^3}{T^2 \cdot G} = 1.85 \cdot 10^{27} \text{ kg.}$$

c.

$$g = G\frac{M}{d^2} = 24 \cdot 1 \text{ m/s}^2$$

27. La Estación Espacial ISS da vueltas a la tierra con un periodo de 90 minutos.

a. Considerando que sigue una órbita aproximadamente circular, ¿a qué altura sobre la superficie terrestre se encuentra la Estación Espacial?

b. ¿A qué velocidad se desplaza?

c. Sabiendo que la masa de la estación es de 419400 kg aproximadamente ¿Cuál es su peso mientras se encuentra en orbita? R_T = 6370 km.

VER VIDEO https://youtu.be/e0Wx2goALsE

a.

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{d^3}{G.M}} \rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M}{4 \cdot \pi^2}} = 277 \text{ km.}$$

b.

$$v = \sqrt{\frac{GM}{d}} = 7{,}7 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

c.

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2} = 3{,}77 \cdot 10^6 \text{ N.}$$

28. Dos satélites artificiales describen órbitas circulares alrededor de la tierra a alturas diferentes. Razona las respuestas a las cuestiones siguientes:

a. ¿Cuál de los 2 se mueve con mayor celeridad?
b. ¿Cuál de los 2 da una vuelta a la tierra en menos tiempo?

VER VIDEO https://youtu.be/jtbIS_gO880

Si $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{d}}$, a mayor d menor v.

b)

Cuál tiene menor periodo. Si $T = \sqrt{\frac{d^3}{G \cdot M}}$, a mayor d mayor T.

29. La nave espacial A, de 200 toneladas, tiene una órbita circular de 350 km de altura sobre la tierra. La nave B de 250 toneladas tiene la órbita circular a una altura de 400 km.

a. Justifica cómo se calcula la velocidad lineal de las naves. ¿Qué vale el cociente de la velocidad lineal de B dividida por la de A?

b. ¿Qué valen las energías potencial gravitatoria, cinética y mecánica de la nave?

c. ¿a Qué distancia máxima del centro de la tierra llegaría una nave de 250 toneladas qué tuviese a 400 km de altura la velocidad lineal de modulo cómo la nave B pero radial, alejándose de la tierra aasa de la tierra radio de la tierra?

$M_T = 5{,}974 \times 10^{24}$ kg, $R_T = 6378$ km

VER VIDEO https://youtu.be/3aFQQ7uLPpE

a) Debes deducir la fórmula. (Apuntes)

$$v = \sqrt{\frac{GM}{d}} \rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{R_B}}}{\sqrt{\frac{GM}{R_A}}} = \sqrt{\frac{R_B}{R_A}} = 0'996$$

b)

$$Ec = \frac{1}{2}.G.\frac{M.m}{d} = 5'92.10^{12}J.$$

$$Ep = -G.\frac{M.m}{d} = -1'18.10^{13}J.$$

$$Em = -\frac{1}{2}.G.\frac{M.m}{d} = -5'92.10^{12}J.$$

c)

$$\frac{1}{2}.m.v_1^2 - G.\frac{M.m}{d_1} = \frac{1}{2}.m.v_2^2 - G.\frac{M.m}{d_2} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} v_1 = \sqrt{G.\frac{M_{tierra}}{(6378+400).10^3}} = 7669\frac{m}{s} \\ d_1 = 400000\ m. \\ v_2 = 0 \\ d_2 = incognita \end{array}\right\}$$

$d_2 = 13556$ km.

30. Un planeta pequeño sin atmósfera de $7{,}1 \cdot 10^{22}$ kg tiene un radio de 1700 km.

a. Un asteroide de media tonelada se dirige en línea recta hacia el centro del planeta. Cuando se encuentra a 14000 km del centro el asteroide se mueve a 5,2 km/s. Calcula la velocidad y la energía mecánica total del asteroide justo antes de impactar sobre el planeta.

b. Determina si un asteroide de media tonelada puede orbitar el planeta con una trayectoria circular o elíptica moviéndose a 5,2 km/s cuando está a 14000 km del centro del planeta. Si puede, determina el periodo de la órbita circular. Si no puede, determinar la velocidad que debería tener para seguir una órbita circular de 14000 km. de radio.

VER VÍDEO https://youtu.be/mT8OXat_reQ

a.

$$\frac{1}{2}.m.v_0^2 - G\frac{M.m}{d_0} = \frac{1}{2}.m.v_1^2 - G\frac{M.m}{d_1} \rightarrow 5{,}65\ \mathrm{km/s}$$

$$E_{mecánica} = \frac{1}{2}.m.v_0^2 - G\frac{M.m}{d_0} \rightarrow E_{mecánica} = 6{,}59 \cdot 10^9\ \mathrm{J}.$$

b.

La energía mecánica del satélite es positiva, su órbita no puede ser cerrada.
El módulo de la fuerza centrípeta sobre un satélite en órbita circular es igual al módulo de la fuerza gravitatoria.

$$\Sigma F = m.a \rightarrow F_G = m.a_N \rightarrow G\frac{M.\cancel{m}}{d^2} = \cancel{m}.\frac{v^2}{d}$$

$$v_{órbita} = \sqrt{\frac{GM}{d}} = 0{,}582\ \mathrm{km/s}$$

b. Órbita elíptica.

Conservación del momento cinético:

$$d_a \cdot v_a = d_p \cdot v_p$$

Se conserva la energía mecánica:

$$\frac{1}{2}m \cdot v_{apo.}^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{d_{apo.}} = \frac{1}{2}m \cdot v_{per.}^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{d_{per.}}$$

$$\text{Semieje mayor} = \frac{d_{apogeo} + d_{perigeo}}{2}$$

31. Una luna de $2{,}2 \cdot 10^{21}$ kg orbita un planeta de $8{,}3 \cdot 10^{24}$ kg. Cuando se encuentra más lejos del planeta está a 200000 km y se mueve a 1,45 km/s.

a. Calcula la velocidad de la luna cuando pasa por el punto más próximo al planeta.

b. Calcula la energía potencial gravitatoria de la luna cuando pasa por el punto de órbita más lejano al planeta y cuando pasa por el punto más próximo.
VER VÍDEO https://youtu.be/L9dbNqW-ecI

a. 2,37 km/s.
b. – 6,09·10^{27} J y – 9,95·10^{27} J.

32. Un satélite de 2000 kg se mueve a 8,75 km/s en una órbita circular de 500 km de altura alrededor de un planeta de 4300 km de radio.
a. Calcula el módulo del momento angular del satélite respecto al centro del planeta.
b. Un satélite diferente tiene una órbita elíptica alrededor de otro planeta. La altura de la órbita oscila entre 420 y 560 km. La velocidad orbital cambia entre 10,6 y 10,8 km/s ¿qué velocidad tiene el satélite cuando se encuentra a 420 km de altura?
c. Calcula el radio del planeta del apartado B
VER VÍDEO https://youtu.be/lKIVkIIvfu8

$L = r \cdot m \cdot v = 8{,}4 \cdot 10^{13}\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$
10,8 km/s pues en el perigeo la velocidad es mayor que en el apogeo.
$(Rp + 420) \cdot 10{,}8 = (Rp + 560) \cdot 10{,}6 \qquad Rp = 7000$ km.

33. a. El perihelio de Venus es de 0,7184 unidades astronómicas del Sol y el afelio es 0,7282 unidades astronómicas. Determina la longitud del semieje mayor de la órbita de Venus.
b. Calcula el periodo orbital en días de un planeta que girase alrededor del Sol con una órbita circular de 0,7184 unidades astronómicas de radio. 1 u.a. = 149597871 km.
VER VÍDEO https://youtu.be/HKUVo9OC-UI

Semieje $= (d_p + d_a)/2 = 0{,}7233$ u.a. $= 1{,}082 \cdot 10^8$ km/ $= 1{,}082 \cdot 10^{11}$ m.

$$\frac{T_p{}^2}{T_t{}^2} = \frac{d_p{}^3}{d_t{}^3} \rightarrow \frac{T_p{}^2}{365^2} = \frac{0{,}7184^3}{1^3} \rightarrow T_p = 222 \text{ días}$$

34. Una luna de 2,2·10^{21} kg orbita un planeta de 8,3·10^{24} kg. Cuando se encuentra más alejada del planeta, estás a 200000 km y se mueve a 1,45 km/s.
a. Calcula la velocidad de la luna cuando pasa por el punto más cercano al planeta.
b. Calcula la energía potencial gravitatoria de la luna cuando pasa por el punto de órbita más lejano del planeta y cuando pasa por el punto más cercano al planeta.
VER VÍDEO https://youtu.be/8plSJnNd76A

a. Conservación del momento cinético:
$d_a \cdot v_a = d_p \cdot v_p$
Se conserva la energía mecánica:

$$\frac{1}{2} m \cdot v_{apo.}^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{d_{apo.}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{per.}^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{d_{per.}}$$

Sustituyendo y resolviendo el sistema: v = 2,37 km/s.

$$b.\ E_p = -G\frac{M \cdot m}{d} = \begin{cases} E_p(2{,}0 \cdot 10^8) = -6{,}09 \cdot 10^{27} J. \\ E_p(1{,}2234 \cdot 10^8) = -9{,}96 \cdot 10^{27} J. \end{cases}$$

35. a. El perihelio de Venus es de 0,7184 unidades astronómicas del Sol y el afelio es 0,7282 unidades astronómicas. Determina la longitud del semieje mayor de la órbita de Venus.

b. Calcula el periodo orbital en días de un planeta que girase alrededor del Sol con una órbita circular de 0,7184 unidades astronómicas de radio. 1 u.a. = 149597871 km.

VER VÍDEO https://youtu.be/bIMJgBCxRWk

a.

$$d_A + d_P = 2 \cdot a \rightarrow a = \frac{d_A + d_P}{2} = 0{,}7233\ \mathrm{u.a.}$$

b.

$$\frac{T^2_{Planeta}}{T^2_{Tierra}} = \frac{d^3_{Planeta}}{d^3_{Tierra}} \rightarrow \frac{T^2_{Planeta}}{365^2} = \frac{0{,}7184^3}{1^3} \rightarrow T_{Planeta} = 222{,}25\ \text{días}$$

36. a. Ceres orbita el sol con un período de 1682 días. Calcula cuántas unidades astronómicas tiene el semieje mayor de la órbita de este planeta enano usando el período.

b. Si el semieje mayor de la órbita de otro planeta enano es 39.24 Ua. y perihelio está a 29.67 Ua. del Sol, calcula la distancia desde el afelio hasta el sol de este otro planeta enano en unidades astronómicas.

Distancia Tierra-Sol = 1 Ua. = 149 597 870 700 m. (0,5 puntos)

VER VIDEO https://youtu.be/Waw9mS37BQ0

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{R_2^3} \rightarrow \frac{1682^2}{365^2} = \frac{r_1^3}{1^3} \rightarrow r_1 = 2{,}77\ \mathrm{Ua.}$$

$$r_{afelio} + r_{perihelio} = 2 \cdot \text{semieje mayor} \rightarrow r_{afelio} = 48{,}81\ \mathrm{Ua.}$$

37. Haz una estimación en unidades astronómicas de la longitud del semieje mayor de la órbita de Saturno, alrededor del Sol, usando el dato de que el periodo orbital de Saturno es 29,5 años.

VER VIDEO https://youtu.be/Ot2OtRgUXu4

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{d^3}{G.M}} \rightarrow \frac{T_{sat}}{T_{tie}} = \frac{\cancel{2.\pi.}\sqrt{\frac{d^3_{sat}}{\cancel{G.M}}}}{\cancel{2.\pi.}\sqrt{\frac{d^3_{tie}}{\cancel{G.M}}}} = \sqrt{\frac{d^3_{sat}}{d^3_{tie}}} \rightarrow d_{sat} = 9'55.d_{tie} = 9'55\ \mathrm{u.a.}$$

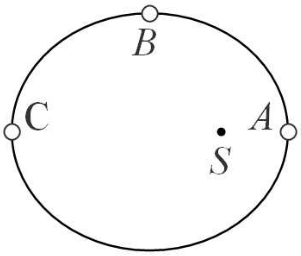
38. La figura representa la órbita de un cometa alrededor del Sol. Para cada una de las magnitudes siguientes, indica si el valor es el mismo en las posiciones A, B, y C O en qué punto tiene el valor más grande y en qué punto el más pequeño.

a. Energía cinética.

b. Valor absoluto de la energía potencial gravitatoria.

c. Valor absoluto de la energía mecánica total.

d. Momento angular respecto del Sol.



VER VIDEO https://youtu.be/84uplKppAsg

a.

$Ec = \frac{1}{2}.G.\frac{M.m}{d} \rightarrow$ es mayor en A, pues d_A es menor. $E_{c_A} > E_{c_B} > E_{c_C}$

b.

$|Ep| = G.\frac{M.m}{d} \rightarrow$ es mayor en A, pues d_A es menor. $|E_{p_A}| > |E_{p_B}| > |E_{p_C}|$

c. La energía mecánica se conserva. Serán iguales.

d. El momento angular también se conserva. Serán iguales.

39. Un satélite de 1.000 kg se mueve en una órbita elíptica. Las distancias máxima y mínima al centro de la tierra son 47000 y 12000 Km. ¿Cuál es la velocidad del satélite en el apogeo? $M_T = 5{,}974\ 10^{24}$ kg.

Se conserva el momento cinético: $r_{apo.}.v_{apo.} = r_{per.}.v_{per.}$

Se conserva la energía mecánica: $\frac{1}{2}m.v_{apo.}^2 - \frac{G.M.m}{r_{apo.}} = \frac{1}{2}m.v_{per.}^2 - \frac{G.M.m}{r_{apo.}}$

Resolviendo el sistema: $v_{apo.} = 1857$ m/s.

4. MOVIMIENTO RADIAL. TIRO VERTICAL. CAÍDA LIBRE.

Conservación de la energía mecánica: $\frac{1}{2}.m.v_0^2 - G\frac{M.m}{d_0} = \frac{1}{2}.m.v_1^2 - G\frac{M.m}{d_1}$

Lanzamos un objeto y queremos saber a qué altura llega:

$$\frac{1}{2}.m.v_0^2 - G\frac{M.m}{d_0} = -G\frac{M.m}{d_1}$$

Lanzamos un objeto y queremos que orbite a una determinada altura:

$$\frac{1}{2}.m.v_0^2 - G\frac{M.m}{d_0} = -\frac{1}{2}G\frac{M.m}{d_1}$$

Energía para cambiar de órbita un satélite:

$$\Delta E = \frac{1}{2}.m.v_1^2 - G\frac{M.m}{d_1} - \left(\frac{1}{2}.m.v_0^2 - G\frac{M.m}{d_0}\right)$$

40. Un planeta pequeño sin atmósfera de $7{,}1\cdot10^{22}$ Kg. tiene un radio de 1700 Km.

a. Un asteroide de media tonelada se dirige en línea recta hacia el centro del planeta. Cuando se encuentra a 14000 Km. del centro el asteroide se mueve a 5,2 Km/s. Calcula la velocidad y la energía mecánica total del asteroide justo antes de impactar sobre el planeta.

b. Determina si un asteroide de media tonelada puede orbitar el planeta con una trayectoria circular o elíptica moviéndose a 5,2 Km/s cuando está a 14000 Km. del centro del planeta. Si puede,

determina el periodo de la órbita circular. Si no puede, determinar la velocidad que debería tener para seguir una órbita circular de 14000 Km. de radio.
VER VÍDEO https://youtu.be/mT8OXat_reQ

a.

$$\frac{1}{2}.m.v_0^2 - G\frac{M.m}{d_0} = \frac{1}{2}.m.v_1^2 - G\frac{M.m}{d_1} \rightarrow 5{,}65\ Km/s$$

$$E_{mecánica} = \frac{1}{2}.m.v_0^2 - G\frac{M.m}{d_0} \rightarrow E_{mecánica} = 6{,}59 \cdot 10^9\ J.$$

b.

La energía mecánica del satélite es positiva, su órbita no puede ser cerrada.
El módulo de la fuerza centrípeta sobre un satélite en órbita circular es igual al módulo de la fuerza gravitatoria.

$$\Sigma F = m.a \rightarrow F_G = m.a_N \rightarrow G\frac{M.\cancel{m}}{d^2} = \cancel{m}.\frac{v^2}{d}$$

$$v_{órbita} = \sqrt{\frac{GM}{d}} = 0{,}582\ Km/s$$

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

41. Una sonda de 1200 kg se aleja radicalmente del centro de un planeta de $6{,}3 \cdot 10^{24}$ kg. Cuando la sonda está a 180000 km del planeta se mueve a 1,35 km/s. Calcular:

a. Si la sonda podrá escapar a la atracción gravitatoria del planeta.

b. La distancia de la sonda al planeta cuando se movía a 2,35 km/s.

c. El radio en unidades astronómicas de la órbita circular de un satélite que vaya a 2,35 km/s como la sonda. Justifica cómo calculas el radio.

a. No escapa porque la energía mecánica es negativa. - $1{,}71 \cdot 10^9$ J.
b. 100000 km.
c. R = 76100 km = $5{,}09 \cdot 10^{-4}$ u.a.

42. Un asteroide des 190 kg se dirige en línea recta hacia el centro de un planeta sin atmósfera de $5{,}4 \cdot 10^{22}$ kg y 1700 km de radio. La velocidad del asteroide es de 6,5 km/s justo antes de impactar sobre la superficie del planeta. Calcular:

a. La energía mecánica total del asteroide en este momento.

b. La velocidad del asteroide cuando estaba a 15000 km del centro del planeta.

c. La velocidad mínima que debería haber adquirido una nave al parar los propulsores a 3000 km del centro del planeta para escapar a la atracción gravitatoria del mismo. Justifica el cálculo.

VER VÍDEO https://youtu.be/d00WcjjANhk

$1{,}501 \cdot 10^{10}$ J.
6,2 km/s
1,55 km/s

43. Una sonda espacial sin propulsión se aleja radialmente de un planeta de $5{,}18 \cdot 10^{26}$ kg. Cuando se encuentra a 23400 km. del centro del planeta la sonda se mueve a 25,5 km/s Calcula la distancia máxima al planeta que alcanzará la sonda.
VER VÍDEO https://youtu.be/TacxwyisqgU

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 - G\frac{M \cdot m}{d_A} = -G\frac{M \cdot m}{d_B} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 25500^2 - G\frac{5{,}18 \cdot 10^{26}}{23400000} = -G\frac{5{,}18 \cdot 10^{26}}{d_B}$$

$d_B = 30007564$ m.

44. Un planeta pequeño sin atmósfera de $7{,}1 \cdot 10^{22}$ kg tiene un radio de 1700 km.
a. Un asteroide de media tonelada se dirige en línea recta hacia el centro del planeta. Cuando se encuentra a 14000 km del centro el asteroide se mueve a 5,2 km/s. Calcula la velocidad y la energía mecánica total del asteroide justo antes de impactar sobre el planeta.
b. Determina si un asteroide de media tonelada puede orbitar el planeta con una trayectoria circular o elíptica moviéndose a 5,2 km/s cuando está a 14000 km del centro del planeta. Si puede, determina el periodo de la órbita circular. Si no puede, determinar la velocidad que debería tener para seguir una órbita circular de 14000 km de radio.
VER VÍDEO https://youtu.be/mT8OXat_reQ

a.

$$\frac{1}{2}.m.v_0^2 - G\frac{M.m}{d_0} = \frac{1}{2}.m.v_1^2 - G\frac{M.m}{d_1} \rightarrow 5{,}65\ \text{km/s}$$

$$E_{mecánica} = \frac{1}{2}.m.v_0^2 - G\frac{M.m}{d_0} \rightarrow E_{mecánica} = 6{,}59 \cdot 10^9\ \text{J.}$$

b.

La energía mecánica del satélite es positiva, su órbita no puede ser cerrada.
El módulo de la fuerza centrípeta sobre un satélite en órbita circular es igual al módulo de la fuerza gravitatoria.

$$\Sigma F = m.a \rightarrow F_G = m.a_N \rightarrow G\frac{M.\cancel{m}}{d^2} = \cancel{m.}\frac{v^2}{d}$$

$$v_{órbita} = \sqrt{\frac{GM}{d}} = 0{,}582\ \text{km/s}$$

45. Una sonda espacial sin propulsión se aleja radialmente de un planeta de $5{,}18 \cdot 10^{26}$ kg. Cuando se encuentra a 23400 km del centro del planeta la sonda se mueve a 25,5 km/s Calcula la distancia máxima al planeta que alcanzará la sonda.
VER VÍDEO https://youtu.be/3i2Hx8AH65I

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 - G\frac{M \cdot m}{d_A} = -G\frac{M \cdot m}{d_B} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 25500^2 - G\frac{5{,}18 \cdot 10^{26}}{23400000} = -G\frac{5{,}18 \cdot 10^{26}}{d_B}$$

$d_B = 30007564$ m.

46. Considera que una sonda sin propulsión se dirige hacia Marte y que se acerca a 8,30 km/s. cuando está a 25400 km del centro del planeta. Calcula la velocidad de la sonda cuando la distancia se ha reducido a la mitad. Masa de Marte a 6,4185 x 10^{23} kg.
VER VIDEO https://youtu.be/iZXlV2ABMTs

Conservación de la energía mecánica:

$$\frac{1}{2}.m.v_0^2 - G\frac{M.m}{d_0} = \frac{1}{2}.m.v_1^2 - G\frac{M.m}{d_1} \rightarrow v_0^2 - 2\cdot G\frac{M}{d_0} = v_1^2 - 2\cdot G\frac{M}{d_1}$$

$$8300^2 - 2\cdot G\cdot\frac{6{,}4185\cdot 10^{23}}{25400000} = v_1^2 - 2\cdot G\frac{6{,}4185\cdot 10^{23}}{12700000} \rightarrow v_1 = 8501\frac{m}{s}.$$

5. VELOCIDAD DE ESCAPE.

Es la velocidad mínima necesaria que hay que comunicarle a un cuerpo para que escape a la atracción del planeta.
La condición para que un cuerpo escape atracción de un planeta es que sea lanzado con energía mecánica cero.

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_e^2 - G\frac{M\cdot m}{d} = 0 \rightarrow \frac{1}{2}\cdot v_e^2 - G\frac{M}{d} = 0 \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M}{d}}$$

47. Calcula la masa máxima de un planeta de 5600 km de radio y sin atmósfera para que una sonda lanzada a 5,46 km/s desde la superficie se aleje indefinidamente del planeta sin propulsión.
VER VIDEO https://youtu.be/dBWSW9lknUg

Si se aleja indefinidamente es que ha sido lanzada con velocidad de escape.

$$\frac{1}{2}.m.v_{esc.}^2 - G.\frac{M.m}{d} = 0 \rightarrow M = \frac{v_{esc.}^2\cdot d}{2\cdot G} = 1{,}25\cdot 10^{24}\text{ kg.}$$

48. Datos para este ejercicio: masa de la Tierra M_T = 5,97×10^{24} kg, radio de la Tierra R_T = 6370 km, masa del Sol M_S = 1,99×10^{30} kg y radio medio de la órbita de la Tierra alrededor del Sol R_{ST} = 1,50×10^8 km.

a) Considerando exclusivamente el campo gravitatorio terrestre, ¿cuál es la velocidad de escape desde la superficie de la Tierra?

b) Un cuerpo ha alcanzado la velocidad anterior mientras se encuentra a una distancia del Sol igual al radio de la órbita de la Tierra. ¿Tiene este cuerpo la energía suficiente para escapar del campo gravitatorio solar? Razone la respuesta.
VER VIDEO https://youtu.be/6C-YB8sw51o

a.

$$\frac{1}{2}mv_e^2 - G\frac{Mm}{d} = 0 \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 11{,}2\text{ km/s.}$$

b. Calculamos la velocidad de escape respecto del sol.

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_{sol}}{d_{sol}}} = 42{,}1\ \text{km/s}.$$

No tiene suficiente energía para escapar del campo gravitatorio solar.

49. a. Calcular la velocidad de escape desde la superficie terrestre.
b. Calcular la velocidad de escape desde un satélite geoestacionario.

VER VÍDEO https://youtu.be/XG52m4pgTuU

$$a. \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 - G\frac{M \cdot m}{d} = 0 \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{d}} = 11181\ \text{m/s}$$

$$b. T = 2\pi\sqrt{\frac{d^3}{G \cdot M}} \rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M}{4 \cdot \pi^2}} = 42226910\ \text{m}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 - G\frac{M \cdot m}{d} = 0 \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{d}} = 4343\ \text{m/s}$$