

1

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

PROGRESIONES.

SUCESIONES. PROGRESIONES ARITMÉTICAS. PROGRESIONES GEOMÉTRICAS.

1. SUCESIONES.

1. Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones siguientes.

a. A partir del término general. $a_n = 1 + 2n$; $b_n = n^2 - n$; $c_n = (n + 1)^2$

b. A partir de una expresión recurrente. $a_1 = 3$, $a_2 = 5$, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$; $b_1 = 2$, $b_2 = 3$, $b_3 = 4$,
 $b_n = b_{n-3} + 2b_{n-2} + 3b_{n-1}$

$$a_n = 1 + 2n \rightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = 5 \\ a_3 = 7 \\ a_4 = 9 \\ a_5 = 11 \end{cases}$$

$$b_n = n^2 - n \rightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 2 \\ a_3 = 6 \\ a_4 = 12 \\ a_5 = 20 \end{cases}$$

$$c_n = (n + 1)^2 \rightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \\ a_2 = 9 \\ a_3 = 16 \\ a_4 = 25 \\ a_5 = 36 \end{cases}$$

- b.
3, 5, 8, 13, 21 ...
2, 3, 4, 20, 71 ...

2. Escribe el término general de las siguientes sucesiones.

- a. 3, 7, 11, 15 ...
b. - 2, 1, 6, 13, 22 ...
c. 1, 3, 9, 27, 81 ...
d. 1, 2, 3, 5, 8, 13 ...
e. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5} \dots$
f. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6} \dots$

- a. $a_n = 4n - 1$
b. $b_n = n^2 - 3$
c. $c_n = 3^{n-1}$
d. $d_1 = 1, d_2 = 2, d_n = d_{n-1} + d_{n-2}$
e. $e_n = \frac{1}{n}$
f. $f_n = \frac{n}{n+1}$

2. PROGRESIONES ARITMÉTICAS.

Son sucesiones construidas añadiendo una cantidad constante a un primer término.

Ejemplo: 3, 7, 11, 15, 19... El primer término es 3 y le añadimos de 4 en 4.

FÓRMULAS

$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$$

$$a_k = a_p + d \cdot (k - p)$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{[2 \cdot a_1 + d \cdot (n - 1)] \cdot n}{2}$$

3. De las siguientes sucesiones hallar: $a_1, d, a_n, a_{10}, S_{15}$.

- a. 4, 11, 18, 25, 32...
b. - 4, - 1, 2, 5, 8...

- a.
 $a_1 = 4$
 $d = 7$
 $a_n = 4 + 7 \cdot (n - 1) \rightarrow a_n = 7n - 3$
 $a_{10} = 7 \cdot 10 - 3 = 67$

3

$$S_{15} = \frac{[2 \cdot 4 + 7 \cdot (15 - 1)]15}{2} = 795.$$

b.

$$a_1 = -4$$

$$d = 3$$

$$a_n = -4 + 3 \cdot (n - 1) \rightarrow a_n = 3n - 7$$

$$a_{10} = 3 \cdot 10 - 7 = 23$$

$$S_{15} = \frac{[2 \cdot (-4) + 3 \cdot (15 - 1)]15}{2} = 255.$$

4. a.) ¿Qué lugar ocupa el nº 81 en la progresión 1,a?
b.) ¿Qué lugar ocupa el nº 82 en la progresión 1,b.?

a. Sustituimos a_n por 81 y despejamos n : $81 = 7n - 3 \rightarrow n = 12$

b. Sustituimos a_n por 82 y despejamos n : $83 = 3n - 7 \rightarrow n = 30$

5. ¿El nº 181 forma parte de la progresión 1,a.? ¿y el 137?

Sustituimos a_n por 181 y despejamos n : $181 = 7n - 3 \rightarrow n = 26'27$ no es natural, el nº 181 no es un elemento de la progresión 1,a.

Sustituimos a_n por 137 y despejamos n : $137 = 7n - 3 \rightarrow n = 20$. El 137 es el vigésimo término de la progresión 1,a.

6. Escribe los 5 primeros términos de las siguientes progresiones.

a.) $a_1 = 3$ y $a_4 = 15$

b.) $b_1 = 19$ y $b_6 = 4$

a.

Hallar a_1 y d . $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_4 = a_1 + 3 \cdot d \rightarrow 15 = 3 + 3 \cdot d \rightarrow d = 4 \end{cases} \rightarrow 3, 7, 11, 15, 19 \dots$

b.

Hallar b_1 y d . $\begin{cases} b_1 = 19 \\ b_6 = b_1 + 5 \cdot d \rightarrow 4 = 19 + 5 \cdot d \rightarrow d = -3 \end{cases} \rightarrow 19, 16, 13, 10, 7 \dots$

7. Escribe los 5 primeros términos de las siguientes progresiones.

a.) $a_3 = 5$ y $a_7 = 21$

b.) $b_2 = 7$ y $b_6 = 23$

a.

Hallar a_1 y d . $\begin{cases} a_7 = a_3 + 4 \cdot d \rightarrow 21 = 5 + 4 \cdot d \rightarrow d = 4 \\ a_3 = a_1 + 2 \cdot d \rightarrow 5 = a_1 + 2 \cdot 4 \rightarrow a_1 = -3 \end{cases} \rightarrow -3, 1, 5, 9, 13 \dots$

b.

Hallar b_1 y d . $\begin{cases} b_6 = b_2 + 4 \cdot d \rightarrow 23 = 7 + 4 \cdot d \rightarrow d = 4 \\ b_6 = b_1 + 5 \cdot d \rightarrow 23 = a_1 + 5 \cdot 4 \rightarrow a_1 = 3 \end{cases} \rightarrow 3, 7, 11, 15, 19 \dots$

8. Escribe los 5 primeros términos de las siguientes progresiones.

a.) $a_1 = 4$ y $S_6 = 69$

b.) $b_1 = 18$ y $S_8 = 3$ a. Hallar a_1 y d .

$$\left\{ \begin{array}{l} S_n = \frac{[2 \cdot a_1 + d \cdot (n-1)] \cdot n}{2} \rightarrow S_6 = \frac{[2 \cdot a_1 + d \cdot (6-1)] \cdot 6}{2} \rightarrow 69 = \frac{[2 \cdot 4 + d \cdot (6-1)] \cdot 6}{2} \rightarrow d = 3 \\ 4, 7, 10, 13, 16, \dots \end{array} \right.$$

b. Hallar b_1 y d .

$$\left\{ \begin{array}{l} S_n = \frac{[2 \cdot b_1 + d \cdot (n-1)] \cdot n}{2} \rightarrow S_8 = \frac{[2 \cdot b_1 + d \cdot (8-1)] \cdot 8}{2} \rightarrow 3 = \frac{[2 \cdot 18 + d \cdot (8-1)] \cdot 8}{2} \rightarrow d = -5 \\ 18, 13, 8, 3, -2, \dots \end{array} \right.$$

9. De una progresión aritmética sabemos que $a_2 + a_5 = 29$ y $a_3 - a_1 = 14$, hallar los 5 primeros términos. ¿Pertenece el 60 a dicha progresión?

$$\left\{ \begin{array}{l} a_2 + a_5 = 29 \rightarrow \overbrace{a_1 + d}^{a_2} + \overbrace{a_1 + 4 \cdot d}^{a_5} = 29 \xrightarrow{\text{si } d=7} a_1 = -3 \rightarrow -3, 4, 11, 18, 25 \rightarrow \\ a_3 - a_1 = 14 \rightarrow \overbrace{a_1 + 2 \cdot d}^{a_3} - a_1 = 14 \rightarrow d = 7 \end{array} \right.$$

$$a_n = 7 \cdot n - 10$$

$$60 = 7 \cdot n - 10 \rightarrow n = 10 \rightarrow \text{el } 60 \text{ sí pertenece a la progresión.}$$

10. En un cine, la 3ª fila está a 11 m. de la pantalla y la 6ª a 17 m. ¿En qué fila estoy sentado si estoy a 35 metros de la pantalla?

$$\left\{ \begin{array}{l} a_3 = 11 \\ a_6 = 17 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_6 = a_3 + 3d \rightarrow 17 = 11 + 3d \rightarrow d = 2 \\ a_3 = a_1 + 2d \rightarrow a_1 = 7 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_n = 7 + 2(n-1) \\ 35 = 7 + 2(n-1) \end{array} \right. \rightarrow$$

$$n = 14$$

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

11. En un edificio de planta baja y 6 pisos, el suelo del 2º piso se encuentra a 5,5 m. de altura y el del 4º a 10,5 m. Calcula la altura del edificio.

$$\left\{ \begin{array}{l} a_2 = 5,5 \\ a_4 = 10,5 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_4 = a_2 + 2d \rightarrow 10,5 = 5,5 + 2d \rightarrow d = 2,5 \\ a_2 = a_1 + d \rightarrow a_1 = 3 \end{array} \right.$$

$$\text{El edificio tiene } 3 + 6 \cdot 2,5 = 18 \text{ m.}$$

12. a. ¿Cuánto suman los 15 primeros múltiplos de 3?
b. ¿Cuánto suman los múltiplos de 3 de 4 cifras?

a.

$$\{3, 6, 9 \dots \begin{cases} a_1 = 3 \\ d = 3 \end{cases} \rightarrow S_n = \frac{[2 \cdot a_1 + d \cdot (n - 1)] \cdot n}{2};$$

$$S_{15} = \frac{[2 \cdot 3 + 3 \cdot (15 - 1)] \cdot 15}{2} = 360$$

b.

$$\{1002, 1005, \dots, 9999 \rightarrow \begin{cases} n = 3000 \\ a_1 = 1002 \\ d = 3 \end{cases} \rightarrow S_n = \frac{[2 \cdot a_1 + d \cdot (n - 1)] \cdot n}{2}$$

$$S_n = \frac{[2 \cdot 1002 + 3 \cdot (3000 - 1)] \cdot 3000}{2} = 13497504$$

13. Hallar la suma de los múltiplos de 11 comprendidos entre 100 y 570.

$$\frac{100}{11} = 9'091 \rightarrow 11 \cdot 10 = 110$$

$$\frac{570}{11} = 51,81 \rightarrow 11 \cdot 51 = 561$$

$$110, \dots, 561 \begin{cases} a_1 = 110 \\ d = 11 \end{cases} \rightarrow a_n = 110 + 11(n - 1) \rightarrow 561 = 110 + 11(n - 1) \rightarrow$$

$$n = 42$$

$$S_n = \frac{[2 \cdot a_1 + d \cdot (n - 1)] \cdot n}{2} \rightarrow S_{42} = \frac{[2 \cdot 110 + 11 \cdot (42 - 1)] \cdot 42}{2} = 14091$$

3. PROGRESIONES GEOMÉTRICAS.

Son sucesiones construidas multiplicando por una cantidad constante a un primer término. Ejemplo: 3, 6, 12, 24, 48... El primer término es 3 y lo vamos multiplicando por 2.

FÓRMULAS

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - r}; \text{ si } r < 1$$

14. De las siguientes progresiones hallar: a_1 , r , a_n , a_{10} , S_{15} y S_∞

a.- 3, 6, 12, 24, 48, 96...

b.- 2, 6, 18, 54, 162...

c.- 1280, 640, 320, 160, 80...

a. Al dividir cada término por el anterior nos da siempre 2

$$a_1 = 3$$

$$r = 2$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}; a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$$

$$a_{10} = 3 \cdot 2^{10-1} = 1536$$

$$S_{15} = 3 \cdot \frac{2^{15}-1}{2-1} = 98301$$

$$S_{\infty} = \infty, r > 1$$

b. Al dividir cada término por el anterior nos da siempre 3

$$a_1 = 2$$

$$r = 3$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}; a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

$$a_{10} = 2 \cdot 3^{10-1} = 118098$$

$$S_{15} = 2 \cdot \frac{3^{15}-1}{3-1} = 14348906$$

$$S_{\infty} = \infty, r > 1$$

c. Al dividir cada término por el anterior nos da siempre 1/2

$$a_1 = 1280$$

$$r = \frac{1}{2} = 0'5$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}; a_n = 1280 \cdot 0'5^{n-1}$$

$$a_{10} = 1280 \cdot 0'5^{10-1} = 2'5$$

$$S_{15} = 1280 \cdot \frac{0'5^{15}-1}{0'5-1} = 2559'9218$$

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r} = \frac{1280}{1-0'5} = 2560, r < 1$$

15. ¿El nº 384 pertenece a la progresión 3, 6, 12, 24, 48, 96...?

$$a_1 = 3; r = 2; a_n = a_1 \cdot r^{n-1}; a_n = 3 \cdot 2^{n-1} \rightarrow 384 = 3 \cdot 2^{n-1} \rightarrow 128 = 2^{n-1} = 2^7 \rightarrow n-1 = 7;$$

$$n = 8.$$

El 384 si pertenece a la progresión y ocupa el octavo lugar.

16. ¿El nº 230 pertenece a la progresión 2, 6, 18, 54, 162...?

$$a_1 = 2; r = 3; a_n = a_1 \cdot r^{n-1}; a_n = 2 \cdot 3^{n-1} \rightarrow 230 = 2 \cdot 3^{n-1} \rightarrow 115 = 3^{n-1}; 115 \text{ no es potencia de } 3, \text{ el nº } 230 \text{ no pertenece a la progresión.}$$

17. Hallar a_1 y r en las siguientes progresiones geométricas.

a) $a_1 = 3; a_5 = 48$

b) $a_1 = 1280; a_4 = 160$

a) $a_5 = a_1 \cdot r^4 \rightarrow 48 = 3 \cdot r^4 \rightarrow 16 = r^4 \rightarrow r = 2$

b) $a_4 = a_1 \cdot r^3 \rightarrow 160 = 1280 \cdot r^3 \rightarrow 160/1280 = r^3 \rightarrow r = \frac{1}{2}$

18. Hallar a_1 y r en las siguientes progresiones geométricas.

a) $a_2 = 6; a_5 = 162$

b) $a_2 = 9; S_{\infty} = 36$

a.

$$\begin{cases} a_2 = 6 \\ a_5 = 162 \end{cases} \rightarrow a_5 = a_2 \cdot r^3; 162 = 6 \cdot r^3; r = 3 \rightarrow a_2 = a_1 \cdot r \rightarrow 6 = a_1 \cdot 3; a_1 = 2$$

b.

7

$$\begin{cases} a_2 = 9 \\ S_\infty = 36 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_2 = a_1 \cdot r \rightarrow 9 = a_1 \cdot r \\ S_\infty = \frac{a_1}{1-r} \rightarrow 36 = \frac{a_1}{1-r} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 = 18 \\ r = \frac{1}{2} \end{cases}$$

19. Si cada día de la semana gastó el doble que el anterior, ¿cuánto gastaré en una semana si el lunes gasté 5€? Plantea el problema como una sucesión.

$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ r = 2 \end{cases} \rightarrow S_7 = 5 \cdot \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = 635$$

20. Una empresa ofrece a un empleado un sueldo de 15000 € anuales y una subida de 500 € cada año siguiente. Otra empresa le ofrece el mismo sueldo con una subida del 5% anual. Razona cuál de las dos es mejor comparando el sueldo dentro de 5 años.

$$\begin{cases} a_1 = 15000 \\ d = 500 \\ a_1 = 15000 \\ r = \frac{105}{100} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_5 = 15000 + 4 \cdot 500 = 17000 \text{ €} \\ a_5 = 15000 \cdot \left(\frac{105}{100}\right)^{5-1} = 18233 \text{ €} \end{cases}$$

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

21. Halla la fracción generatriz de 6,4444 ... utilizando las progresiones geométricas.

$$6.4444 \dots = 6, \hat{4} = 6 + \overbrace{0,4 + 0,04 + 0,004 + \dots}^{a_1=0,4 \text{ y } r=0,1} = 6 + \frac{4}{9} = \frac{58}{9}$$

$S_\infty = \frac{0,4}{1-0,1} = \frac{4}{9}$