

1

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

INECUACIONES.

DE 1º GRADO, DE 2º GRADO, DE GRADO SUPERIOR A 2 Y RACIONALES. EJERCICIOS DE PLANTEO CON INECUACIONES. SISTEMAS DE INECUACIONES. INECUACIONES CON DOS INCOGNITAS.

1. DE PRIMER GRADO.

1. Resuelve las siguientes inecuaciones.

a. $x + 3 < 0$

b. $2x - 2 \geq x + 1$

c. $2 \cdot (2x - 1) - x > 6x - 2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/RuuZ1wVHa4o>

a. $x + 3 < 0 \rightarrow x < -3 \rightarrow (-\infty, -3)$

b. $2x - 2 \geq x + 1 \rightarrow 2x - x \geq 1 + 2 \rightarrow x \geq 3 \rightarrow [3, +\infty[= [3, +\infty)$

c. $2 \cdot (2x - 1) - x > 6x - 2$

$4x - 2 - x > 6x - 2 \rightarrow 4x - x - 6x > -2 + 2 \rightarrow -3x > 0 \xrightarrow{*} 3x < 0 \rightarrow x < 0$
 $(-\infty, 0)$

$\xrightarrow{*}$ Si una vez agrupados los términos en x, tenemos coeficiente negativo, es obligatorio cambiar el signo de ambos miembros, así como el de la desigualdad.

2. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a. $\frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} \leq x - 2$

$$b. \frac{x-1}{4} - \frac{x}{5} + \frac{x-3}{2} < 1$$

VER VÍDEO https://youtu.be/D27AC_hKSe0

$$a. \frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} \leq x-2 \rightarrow \frac{3x-2(x+1)}{6} \leq \frac{6(x-2)}{6} \rightarrow 3x-2x-2 \leq 6x-12$$

$$\rightarrow 3x-2x-6x \leq -12+2 \rightarrow -5x \leq -10 \xrightarrow{*} 5x \geq 10 \rightarrow x \geq 2 \rightarrow [2, +\infty)$$

*
 ↪ Si una vez agrupados los términos en x, tenemos coeficiente negativo, es obligatorio cambiar el signo de ambos miembros, así como el de la desigualdad.

$$b. \frac{x-1}{4} - \frac{x}{5} + \frac{x-3}{2} < 1 \rightarrow \frac{5 \cdot (x-1) - 4x + 10 \cdot (x-3)}{20} < \frac{20}{20} \rightarrow$$

$$\rightarrow 5x-5-4x+10x-30 < 20 \rightarrow 5x-4x+10x < 20+5+30 \rightarrow 11x < 55 \rightarrow$$

$$x < 5 \rightarrow (-\infty, 5)$$

2. DE SEGUNDO GRADO.

Siempre procederemos de la misma forma: se resuelve la ecuación de 2º grado y se hace el estudio del signo.

3. Resolver las inecuaciones siguientes:

a. $x^2 - 5x + 4 \geq 0$

b. $x^2 - 6x + 9 \geq 0$

c. $x^2 - x + 3 \geq 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/HnlqB4zaDLI>

$$a. x^2 - 5x + 4 \geq 0 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Estudio del signo.

$$| -\infty \quad | \quad + \quad | \quad 1 \quad | \quad - \quad | \quad 4 \quad | \quad + \quad | \quad +\infty \quad |$$

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad} \begin{cases} \geq 0 \rightarrow (-\infty, 1] \cup [4, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, 1) \cup (4, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (1, 4) \\ \leq 0 \rightarrow [1, 4] \end{cases}$$

$$b. x^2 - 6x + 9 \geq 0 \rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow x = 3$$

Estudio del signo.

$$| -\infty \quad | \quad + \quad | \quad 3 \quad | \quad + \quad | \quad +\infty \quad |$$

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad} \begin{cases} \geq 0 \rightarrow \mathbb{R} \\ > 0 \rightarrow \mathbb{R} - \{0\} \\ < 0 \rightarrow \text{No solución.} \\ \leq 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$c. x^2 - x + 3 \geq 0 \rightarrow x^2 - x + 3 = 0 \rightarrow \nexists \text{ solución real.}$$

Estudio del signo.

$$| -\infty \quad | \quad + \quad | \quad +\infty |$$

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad.} \begin{cases} \geq 0 \rightarrow \mathbb{R} \\ > 0 \rightarrow \mathbb{R} \\ < 0 \rightarrow \nexists \text{ solución.} \\ \leq 0 \rightarrow \nexists \text{ solución} \end{cases}$$

4. Resolver la siguiente inecuación: $x(x - 1) - (x + 2)(x - 1) - x^2 + x < 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/weA3cCdnvE4>

$$\begin{aligned} x(x - 1) - (x + 2)(x - 1) - x^2 + x < 0 &\rightarrow \\ \rightarrow x^2 - x - (x^2 - x + 2x - 2) - x^2 + x < 0 &\rightarrow -x^2 - x + 2 < 0 \\ -x^2 - x + 2 = 0 &\rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Estudio del signo.

$$| -\infty \quad | \quad - \quad | \quad -2 \quad | \quad + \quad | \quad 1 \quad | \quad - \quad | \quad +\infty |$$

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad.} \begin{cases} \geq 0 \rightarrow [-2, 1] \\ > 0 \rightarrow (-2, 1) \\ < 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (1, +\infty) \\ \leq 0 \rightarrow (-\infty, -2] \cup [1, +\infty) \end{cases}$$

5. Resolver las siguientes inecuaciones:

a. $(x + 2) \cdot (x - 1) < 0$

b. $(x + 2) \cdot (x - 1) < 4$

VER VÍDEO <https://youtu.be/4dSglnhy3fk>

$$(x + 2) \cdot (x - 1) < 0 \rightarrow (x + 2) \cdot (x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Estudio del signo.

$$| -\infty \quad | \quad + \quad | \quad -2 \quad | \quad - \quad | \quad 1 \quad | \quad + \quad | \quad +\infty |$$

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad.} \begin{cases} \leq 0 \rightarrow [-2, 1] \\ < 0 \rightarrow (-2, 1) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (1, +\infty) \\ \geq 0 \rightarrow (-\infty, -2] \cup [1, +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x + 2) \cdot (x - 1) < 4 &\rightarrow (x + 2) \cdot (x - 1) - 4 < 0 \rightarrow (x + 2) \cdot (x - 1) - 4 = 0 \rightarrow \\ x^2 - x + 2x - 2 - 4 = 0 &\rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Estudio del signo.

$$| -\infty \quad | \quad + \quad | \quad -3 \quad | \quad - \quad | \quad 2 \quad | \quad + \quad | \quad +\infty |$$

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad.} \begin{cases} \leq 0 \rightarrow [-3, 2] \\ < 0 \rightarrow (-3, 2) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, -3) \cup (2, +\infty) \\ \geq 0 \rightarrow (-\infty, -3] \cup [2, +\infty) \end{cases}$$

3. DE GRADO SUPERIOR A 2.

Siempre procederemos de la misma forma: se resuelve la ecuación de grado superior a 2 y se hace el estudio del signo.

6. Resolver la siguiente inecuación. $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 > 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/C67U3fR9eG4>

$$x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0; \text{ factorizamos: } (x + 1) \cdot (x^2 + x + 1) = 0 \rightarrow x = -1$$

Estudio del signo.

$-\infty$		-		-1		+		$+\infty$
-----------	--	---	--	----	--	---	--	-----------

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad. } \begin{cases} \geq 0 \rightarrow [-1, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-1, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (-\infty, -1) \\ \leq 0 \rightarrow (-\infty, -1] \end{cases}$$

7. Resolver la siguiente inecuación: $x^4 - 10x^2 + 9 < 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/49ExxsFmRkQ>

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0; \text{ bicuadrada: } t^2 - 10t + 9 = 0 \begin{cases} t = 1 \rightarrow x^2 = 1 \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \\ t = 9 \rightarrow x^2 = 9 \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases}$$

Estudio del signo.

$-\infty$		+		-3		-		-1		+		1		-		3		+		$+\infty$
-----------	--	---	--	----	--	---	--	----	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	-----------

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad. } \begin{cases} \geq 0 \rightarrow (-\infty, -3] \cup [-1, 1] \cup [3, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, -3) \cup (-1, 1) \cup (3, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (-3, -1) \cup (1, 3) \\ \leq 0 \rightarrow [-3, -1] \cup [1, 3] \end{cases}$$

4. RACIONALES.

8. Resolver las siguientes inecuaciones.

a. $\frac{x+1}{x-1} < 0$

b. $\frac{x^2-4}{x-1} < 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/wFUHmt8zB2U>

$$\frac{x+1}{x-1} < 0 \rightarrow \begin{cases} \text{Numerador: } x+1=0 \rightarrow x=-1 \\ \text{Denominador: } x-1=0 \rightarrow x=1 \end{cases}$$

Estudio del signo.

$-\infty$		$\frac{-}{-} = +$		-1		$\frac{+}{-} = -$		1		$\frac{+}{+} = +$		$+\infty$
-----------	--	-------------------	--	----	--	-------------------	--	---	--	-------------------	--	-----------

5

Soluciones según el signo de la desigualdad. $\begin{cases} \geq 0 \rightarrow (-\infty, -1] \cup (1, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (-1, 1) \\ \leq 0 \rightarrow [-1, 1) \end{cases}$

$$\frac{x^2 - 4}{x - 1} < 0 \rightarrow \begin{cases} \text{Numerador: } x^2 - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases} \\ \text{Denominador: } x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

Estudio del signo.

$-\infty$	$\frac{+}{-} = -$	-2	$\frac{-}{-} = +$	1	$\frac{-}{+} = -$	2	$\frac{+}{+} = +$	$+\infty$
-----------	-------------------	------	-------------------	-----	-------------------	-----	-------------------	-----------

Soluciones según el signo de la desigualdad. $\begin{cases} \geq 0 \rightarrow [-2, 1) \cup [2, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-2, 1) \cup (2, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (1, 2) \\ \leq 0 \rightarrow (-\infty, -2] \cup (1, 2] \end{cases}$

9. Resolver la siguiente inecuación:

$$\frac{2}{x+2} < 1$$

VER VÍDEO https://youtu.be/a_kbVKsH1rM

$$\frac{2}{x+2} < 1 \rightarrow \frac{2}{x+2} - 1 < 0 \rightarrow \frac{-x}{x+2} < 0 \begin{cases} \text{Numerador: } -x = 0; x = 0 \\ \text{Denominador: } x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

Estudio del signo.

$-\infty$	$\frac{+}{-} = -$	-2	$\frac{+}{+} = +$	0	$\frac{-}{+} = -$	$+\infty$
-----------	-------------------	------	-------------------	-----	-------------------	-----------

Soluciones según el signo de la desigualdad. $\begin{cases} \geq 0 \rightarrow (-2, 0] \\ > 0 \rightarrow (-2, 0) \\ < 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (0, +\infty) \\ \leq 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup [0, +\infty) \end{cases}$

5. EJERCICIOS CON INECUACIONES.

10. ¿Para qué valores de k la ecuación $x^2 + kx + 3 = 0$ tiene dos soluciones?

Una ecuación de segundo grado tiene dos soluciones si su discriminante es mayor que cero. $ax^2 + bx + c = 0$ tiene dos soluciones si $b^2 - 4 \cdot a \cdot c > 0$; $k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 > 0$;

$$k \in (-\infty, -\sqrt{12}) \cup (\sqrt{12}, +\infty)$$

**SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS
CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.**

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

11. La función $f(t)$ representa los beneficios de una empresa en función de los años que hace que se creó. ¿En que periodo tuvo pérdidas la empresa?

$$f(t) = \frac{t^2 + 4}{t - 2,5}$$

Que la empresa tuviera pérdidas significa que la función que da los beneficios debe de ser negativa.

$$\frac{t^2 + 4}{t - 2,5} < 0; \text{ resolviendo } \rightarrow \begin{cases} (0; 2,5), f(t) < 0 \\ (2,5; +\infty), f(t) > 0 \end{cases}$$

Tuvo pérdidas al principio, $t = 0$; el primer año, $t = 1$ y el segundo año, $t = 2$
Para $t = 3$ ya tuvo beneficios.

6. SISTEMAS DE INECUACIONES.

12. Resolver el siguiente sistema de inecuaciones.

$$\begin{cases} \frac{x-1}{4} - \frac{x}{5} + \frac{x-3}{2} < 1 \\ (x+2) \cdot (x-1) < 4 \end{cases}$$

Resolvemos cada inecuación por separado.

$$\frac{x-1}{4} - \frac{x}{5} + \frac{x-3}{2} < 1; (-\infty, 5)$$

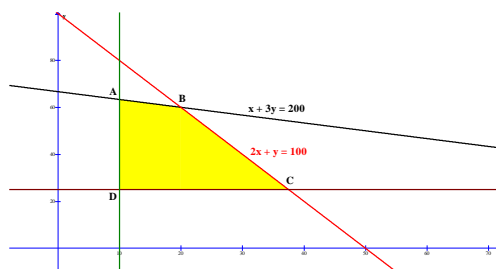
$$(x+2) \cdot (x-1) < 4; (-3, 2)$$

La zona común a ambas soluciones es $(-3, 2)$.

7. INECUACIONES CON DOS INCOGNITAS.

13. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones con dos incógnitas.

$$\begin{aligned} x &\geq 10 \\ y &\geq 25 \\ x + 3y &\leq 200 \\ 2x + y &\leq 100 \end{aligned}$$



14. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones con dos incógnitas.



$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ 4x + 10y &\geq 40; 2x + 5y \geq 20 \\ 10x + 5y &\geq 50; 2x + y \geq 10 \\ 7x + 7y &\geq 49; x + y \geq 7 \end{aligned}$$

