

1

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

ARITMÉTICA MERCANTIL.

LOS PORCENTAJES. INTERÉS BANCARIO.

1. LOS PORCENTAJES.

1. a. Calcula el 30 % de 270.
b. Calcula el 10 % del 30 % de 3000.

a.

$$\frac{30}{100} \cdot 270 = 8,1$$

b.

$$\frac{10}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot 3000 = 90$$

$$Cf = Ci \cdot \left(\frac{1 \pm \frac{\%}{100}}{I.V.} \right) \left\{ \begin{array}{l} Cf: \text{ cantidad final.} \\ Ci: \text{ cantidad inicial.} \\ I.V.: \text{ índice de variación.} \end{array} \right.$$

I.V.
Índice de
variación

Si tenemos un índice de variación y queremos saber a que % corresponde hacemos $I.V. - 1 = x 100$

2

2. Convierte los siguientes % en I.V.: 5 % de aumento, 75 % de descuento. Y los siguientes índices de variación en %: 1'19, 0'81 y 0'33

$$5\% \text{ de aumento} \rightarrow 1 + \frac{5}{100} = 1,05$$

$$75\% \text{ de descuento} \rightarrow 1 - \frac{75}{100} = 0,25$$

$$1,19 \rightarrow 1,19 \quad (-1 = x \cdot 100) \rightarrow 19\% \text{ de aumento.}$$

$$0,81 \rightarrow 0,81 \quad (-1 = x \cdot 100) \rightarrow 19\% \text{ de descuento. (ha dado negativo, descuento)}$$

$$0,33 \rightarrow 0,33 \quad (-1 = x \cdot 100) \rightarrow 67\% \text{ de descuento. (ha dado negativo, descuento)}$$

3.

- Por un artículo de 600 € he pagado 420 €. ¿Qué descuento me han hecho?
- Un artículo de 600 € está rebajado un 30%. ¿Cuánto pagaré?
- He pagado 420 € por un artículo que está rebajado un 30%. ¿Cuánto costaba?

a. Dos formas de hacerlo.

| Precio | % |
|--------|-----|
| 600 | 100 |
| 420 | x |

$$x = \frac{100 \cdot 420}{600} = 70\% \rightarrow \text{descuento } 30\%$$

$$Cf = Ci \cdot \underbrace{\left(1 \pm \frac{\%}{100}\right)}_{\substack{\text{I.V.} \\ \text{Índice de} \\ \text{variación}}} \rightarrow 420 = 600 \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right) \rightarrow \frac{420}{600} = 1 - \frac{x}{100} \rightarrow x = 30\%$$

b. Descuento de un 30 % implica que pago un 70 %.

| Precio | % |
|--------|-----|
| 600 | 100 |
| x | 70 |

$$x = \frac{600 \cdot 70}{100} = 420 \text{ €}$$

$$Cf = Ci \cdot \underbrace{\left(1 \pm \frac{\%}{100}\right)}_{\substack{\text{I.V.} \\ \text{Índice de} \\ \text{variación}}} \rightarrow x = 600 \cdot \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 420 \text{ €}$$

c. Descuento de un 30 % implica que pago un 70 %.

| Precio | % |
|--------|-----|
| x | 100 |
| 420 | 70 |

$$x = \frac{420 \cdot 100}{70} = 600 \text{ €}$$

3

$$Cf = Ci \cdot \underbrace{\left(1 \pm \frac{\%}{100}\right)}_{\substack{\text{I.V.} \\ \text{Índice de} \\ \text{variación}}} \rightarrow 420 = x \cdot \left(1 - \frac{30}{100}\right) \rightarrow 420 = x \cdot 0,7 \rightarrow x = \frac{420}{0,7} = 600 \text{ €}$$

4. a. Por una factura de 900 € he pagado 1008 €. ¿Qué porcentaje de impuestos he pagado?
 b. En una factura de 900 € me aplican un 12% de impuestos. ¿Cuánto pagaré por la factura?
 c. He pagado 1008 € por una factura con un 12% de aumento en impuestos. ¿Cuál era el coste de la factura?

a. Dos formas de hacerlo.

| Precio | % |
|--------|-----|
| 900 | 100 |
| 1008 | x |

$$x = \frac{100 \cdot 1008}{900} = 112 \% \rightarrow \text{impuestos } 12 \%$$

$$Cf = Ci \cdot \underbrace{\left(1 \pm \frac{\%}{100}\right)}_{\substack{\text{I.V.} \\ \text{Índice de} \\ \text{variación}}} \rightarrow 1008 = 900 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) \rightarrow \frac{1008}{900} = 1 + \frac{x}{100} \rightarrow x = 12 \%$$

b. Aumento de un 12 % implica que pago un 112 %.

| Precio | % |
|--------|-----|
| 900 | 100 |
| x | 112 |

$$x = \frac{900 \cdot 112}{100} = 1008 \text{ €}$$

$$Cf = Ci \cdot \underbrace{\left(1 \pm \frac{\%}{100}\right)}_{\substack{\text{I.V.} \\ \text{Índice de} \\ \text{variación}}} \rightarrow x = 900 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right) = 1008 \text{ €}$$

c. Aumento de un 12 % implica que pago un 112 %.

| Precio | % |
|--------|-----|
| x | 100 |
| 1008 | 112 |

$$x = \frac{1008 \cdot 100}{112} = 900 \text{ €}$$

$$Cf = Ci \cdot \underbrace{\left(1 \pm \frac{\%}{100}\right)}_{\substack{\text{I.V.} \\ \text{Índice de} \\ \text{variación}}} \rightarrow 1008 = x \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right) \rightarrow 1008 = x \cdot 1,12; x = \frac{1008}{1,12} = 900 \text{ €}$$

5. a. Por un bolso de 750 € he pagado 525 €. ¿Qué descuento me han hecho?
 b. En la factura del taller me aumentan el I.V.A. (12%). Si cuesta 3000 € ¿Cuánto pagaré?

a.

4

$$C_f = C_i \cdot \left(1 \pm \frac{\%}{100}\right) \rightarrow 525 = 700 \cdot (I.V.) \rightarrow I.V. = \frac{525}{700} = 0,7 \rightarrow$$

I.V.
Índice de
variación

→ un descuento del 30%

$-1 = x100$

b.

$$C_f = C_i \cdot \left(1 \pm \frac{\%}{100}\right) = 3000 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right) = 3360 \text{ €}$$

- 6. a. Si un objeto de 1450 € está rebajado un 15 % ¿Cómo queda?**
b. Por una factura de 3500 € he pagado 3780 €. ¿Qué I.V.A. me han aplicado?

a.

$$C_f = C_i \cdot \left(1 \pm \frac{\%}{100}\right) \rightarrow C_f = 1450 \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 1232,5 \text{ €}$$

b.

$$C_f = C_i \cdot (I.V.) \rightarrow I.V. = \frac{3780}{3500} = 1,08 \rightarrow \text{un 8\% de aumento.}$$

$-1 = x100$

- 7. En los últimos tres meses el alquiler de los pisos ha aumentado un 2% un 3'5% y un 1'8%. ¿Cuánto es el alquiler de un piso que hace tres meses costaba 1200 €?**

VER VIDEO

$$\begin{array}{ccc} 2\% & 3,5\% & 1,8\% \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1,02 & \times 1,035 & \times 1,018 = 1,0747 \end{array} \rightarrow (-1 = x100) \text{ un aumento de un 7,47 \%}$$

$$C_f = 1200 \cdot \left(1 + \frac{7,47}{100}\right) = 1289,64 \text{ €.}$$

- 8. Una camisa que costaba 70 € se rebajó dos veces. Un 15 % y un descuento desconocido. Si he pagado 53'55 € ¿Cuál es el segundo descuento?**

VER VIDEO

$$C_f = C_i \cdot (I.V.)_1 \cdot (I.V.)_2 \rightarrow I.V._2 = \frac{C_f}{C_i \cdot (I.V.)_1} = 0,90 \rightarrow \text{10\% de descuento.}$$

$-1 = x100$

2. INTERÉS BANCARIO. EL INTERÉS COMPUESTO.

$$\text{Pago anual de intereses: } C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^{\text{años}}$$

- 9. a. ¿En cuánto se convierten 50.000 euros al 6% anual durante cinco años?**
b. ¿Qué capital al 6% anual durante cinco años se convierte en 66911,28 euros?

5

c. Si 50.000 euros se convierten en cinco años en 66911,28 euros. ¿Cuál es el rédito (tanto por ciento anual)?

d. Si 50.000 euros se convierten al 6% anual en 66.911,28 euros. ¿Cuánto tiempo ha estado invertidos?

a.

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^{\text{años}} = 50000 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^5 = 66911,28 \text{ €}$$

b.

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^{\text{años}} \rightarrow 66911,28 = C_i \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^5 \rightarrow$$

$$\rightarrow 66911,28 = C_i \cdot 1,338 \rightarrow C_i = \frac{66911,28}{1,338} = 50000 \text{ €}$$

c.

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^{\text{años}} \rightarrow 66911,28 = 50000 \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^5 \rightarrow \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^5 =$$

$$= \frac{66911,28}{50000} \rightarrow \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^5 = 1,338 \rightarrow \left(1 + \frac{\%}{100}\right) = \sqrt[5]{1,338} = 1,06 \rightarrow \% = 6$$

d.

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^t \rightarrow 66911,28 = 50000 \cdot (1,06)^t \rightarrow 1,338 = (1,06)^t \rightarrow$$

$$t = \log_{1,06} 1,338 = 5$$

* Aplicando la definición de logaritmo $\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b$

Pago anual de intereses: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^{\text{años}}$

Pago mensual de intereses: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{\%}{1200}\right)^{\text{meses (años} \times 12)}$

Pago trimestral de intereses: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{\%}{400}\right)^{\text{trimestres (años} \times 4)}$

Pago semestral de intereses: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{\%}{200}\right)^{\text{semestres (años} \times 2)}$

SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

11. ¿En cuánto se convierten 60000 € al 5% anual durante 6 años?

a.- Si los pagos son anuales.

b.- Si los pagos son mensuales.

c.- Si los pagos son bimestrales.

VER VIDEO

a.-

$$Cf = Ci \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^{t(\text{años})} = 60000 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^6 = 80406 \text{ €}$$

b.-

$$Cf = Ci \cdot \left(1 + \frac{\%}{1200}\right)^{t(\text{meses})} = 60000 \cdot \left(1 + \frac{5}{1200}\right)^{6 \cdot 12} = 80941 \text{ €}$$

c.-

$$Cf = Ci \cdot \left(1 + \frac{\%}{600}\right)^{t(\text{bimestres})} = 60000 \cdot \left(1 + \frac{5}{600}\right)^{6 \cdot 6} = 80890,91 \text{ €}$$

12. a. Si 3000 € al 6 % anual se convierten en 4511 €. ¿Cuántos años han estado invertidos?
 b. Si 60.000 euros, al 5% anual, con pagos bimestrales se convierten en 80890,91 euros. ¿Cuánto tiempo han estado invertidos?

a.

$$Cf = Ci \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^t \rightarrow 4511 = 3000 \cdot (1,06)^t \rightarrow 1,5037 = (1,06)^t \stackrel{*}{\Leftrightarrow} t$$

$$= \log_{1,06} 1,5037 = 7$$

* Aplicando la definición de logaritmo $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$

b.

$$Cf = Ci \cdot \left(1 + \frac{\%}{600}\right)^{t(\text{bimestres})} \rightarrow 80890,91 = 60000 \cdot (1,0083)^t \rightarrow$$

$$\rightarrow 1,348 = (1,0083)^t \stackrel{*}{\Leftrightarrow} t = \log_{1,0083} 1,348 = 36 \text{ bimestres} = 6 \text{ años}$$

* Aplicando la definición de logaritmo $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$ **T.A.E.**

13. Calcular la T.A.E. de un rédito del 6% anual, con pagos mensuales de intereses.

$$\left(1 + \frac{6}{1200}\right)^{12 \leftarrow \text{siempre 1 año}} = 1,0617 \rightarrow 6,17\% \text{ (T.A.E.)}$$

Anualidades y mensualidades para amortizar una deuda. Tabla de amortización.

$$\text{Anualidad} = \mathbf{a} = C \cdot \frac{\left(1 + \frac{\%}{100}\right)^{t(\text{años})} \cdot \frac{\%}{100}}{\left(1 + \frac{\%}{100}\right)^{t(\text{años})} - 1}$$

7

$$\text{Mensualidad} = m = C \cdot \frac{\left(1 + \frac{\%}{1200}\right)^{t(\text{meses})} \cdot \frac{\%}{1200}}{\left(1 + \frac{\%}{100}\right)^{t(\text{meses})} - 1}$$

14. Calcular la anualidad que debemos pagar para devolver un préstamo de 60.000 euros al 5% anual durante 6 años. ¿Cuál sería la mensualidad?

$$\text{anualidades} = a = 60000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{5}{100}\right)^6 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)}{\left(1 + \frac{5}{100}\right)^6 - 1} = 11921'05\text{€}$$

$$\text{mensualidad} = m = C \cdot \frac{\left(1 + \frac{\%}{1200}\right)^{t(\text{meses})} \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)}{\left(1 + \frac{\%}{100}\right)^{t(\text{meses})} - 1} = 966,3 \text{ €}$$

15. Calcular la anualidad que debemos pagar para devolver un préstamo de 60.000 € al 6% anual durante 3 años. Realiza una tabla de amortización.

$$\text{anualidades} = a = 60000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{6}{100}\right)^3 \cdot \frac{6}{100}}{\left(1 + \frac{6}{100}\right)^3 - 1} = 22446,6 \text{ €}$$

| AÑO | DEUDA | INTERESES 6% | ANUALIDAD, PAGO | CAPITAL AMORTIZADO | DEUDA PENDIENTE |
|-----|---------|---|-----------------|---------------------------------|------------------------------|
| 1 | 60000 | $60000 \cdot \frac{6}{100} = 3600$ | 22446,6 | $22446,6 - 3600$ 18846,6 | $60000 - 18846,6$ 41153,4 |
| 2 | 41153,4 | $41153,4 \cdot \frac{6}{100} =$ 2469,2 | 22446,6 | $22446,6 - 2469,2$ 19977,4 | $41153,4 - 19977,4$ 21176 |
| 3 | 21176 | $21176 \cdot \frac{6}{100} =$ 1270,56 | 22446,6 | $22446,6 - 1270,56$ 21176,04 | $21176 - 21176,04$ - 0,04 |

Progresiones geométricas.

16. Al principio de cada año y durante tres años ingresó 5000 euros en el banco, al 7% anual, transcurridos los tres años ¿Qué capital tendré acumulado?

Los 5000 primeros euros están tres años en el banco, los segundos solo dos años, y los últimos solo un año. Calculamos en cuanto se convierte cada uno de los 5000 euros y sumamos.

8

$$Cf = Ci \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^{\text{años}} \rightarrow \begin{cases} Cf = 5000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^3 = 6125,22 \text{ €} \\ Cf = 5000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^2 = 5724,5 \text{ €} \\ Cf = 5000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right) = 5350 \text{ €} \\ \text{total } 17199,72 \text{ €} \end{cases}$$

Aplicando la fórmula: $Cf = \frac{C \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^{t+1} - C \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)}{\frac{\%}{100}}$.

$$Cf = \frac{5000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^4 - 5000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)}{\frac{7}{100}} = 17199,72 \text{ €}$$