

1

**SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.**



**SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.**

**ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.**

**PREPARAR EL EXAMEN FINAL DE MATEMÁTICAS DE 1º DE BACHILLERATO.**

**1. Opera.**

a.  $(2\sqrt{6} - 3\sqrt{2})^2 - (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$

b.  $(2 + \sqrt{3})^2 - (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})$

VER VÍDEO <https://youtu.be/LN7f9SRajQA>

a.  $41 - 24\sqrt{3}$

b.  $3 + 4\sqrt{3}$

**2. Opera.**

a.  $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{2}{1 + \sqrt{2}}$       b.  $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} + \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$

VER VÍDEO <https://youtu.be/DSasFbk5tzA>

a.  $\frac{4 - \sqrt{3}}{2}$

b. - 6

**3. Opera.**

$5\sqrt{\frac{8}{75}} - 4\sqrt{\frac{2}{3}} + 2\sqrt{\frac{98}{363}}$

CARLOS ALCOVER GARAU. LICENCIADO EN CIENCIAS QUÍMICAS (U.L.B.) Y DIPLOMADO EN TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS (I.A.T.A.).

2

VER VÍDEO <https://youtu.be/boBY85QuFU4>

$$\frac{-8}{11} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$$

4. Resolver:

a.  $(x^2 - 1)^2 - x^2 \cdot (x^2 - 3x + 2) = 0$

b.  $\sqrt{2x - 2} - \sqrt{x + 6} = -1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/k9J53LAvFk>

a.  $x = 1, x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$

b.  $x = 3$

5. Resolver las ecuaciones siguientes:

a.  $\frac{1}{x^2 - 2x} - \frac{x}{x^2 - x - 2} = \frac{-1}{6x - 12}$

b.  $9^x - 3^{x+1} + 3^{x-1} = 57$

VER VÍDEO <https://youtu.be/2UyZjAB9YzU>

a.  $x = -5/3$

b.  $x = 2$

6. resolver las ecuaciones siguientes.

a.  $\sqrt{x + 1} + \sqrt{x} = \sqrt{1 - x}$

VER VÍDEO <https://youtu.be/MsWl8bTUrxw>

b.  $25^x + 5^{x+1} - 5^{x-1} = 16225$

VER VÍDEO <https://youtu.be/W456e907S30>

a.  $x = 0.$

b.  $x = 3$

7. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:  $2 \cdot \log x - \log(8x + 2) = 1 - \log 100x$ VER VÍDEO <https://youtu.be/9v9fwkjrnmw>

$x = 1$

8. Calcula los coeficientes de una ecuación de segundo grado, si sabemos que la suma de sus soluciones es  $-12$ , la diferencia de sus soluciones es  $1$  y el coeficiente del término de mayor grado es  $3$ .VER VÍDEO <https://youtu.be/rAVWcft3wKg>

$a = 3, b = 36$  y  $c = 429/4$

9. Resolver los siguientes sistemas.

$$\text{a. } \begin{cases} \log x - \log(y + 8) = 1 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y + 2} = -1 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} xy - x = 3 \\ y - xy = -4 \end{cases}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/VvfvdyfGpG0>

$$\text{a. } x = 1, y = 2$$

$$\text{b. } x = 3, y = 2; x = -1, y = -2.$$

10. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x^2y + xy = 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/2iCYhwuBUxA>

$$x = 0,79, y = 4,27$$

$$x = -3,79, y = 0,57$$

11. Resolver el sistema siguiente por el método de Gauss:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 9 \\ 2x + 3y + z = 7 \\ 3x + 5y + 4z = 16 \end{cases}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/GGiEBUzbF2k>

$$x = 7\alpha - 13, y = 11 - 5\alpha \text{ y } z = \alpha$$

12. En una caja tenemos monedas de 50 céntimos €1 y €2, en total hay 50 monedas y €65. si por cada moneda de 50 céntimos hay dos monedas de euro calcula el número de monedas de cada tipo resolviendo el sistema por el método de gauss.

VER VÍDEO <https://youtu.be/pDZjBafCaTs>

$$50 \text{ cent: } 10, 1\text{€: } 20 \text{ y } 2\text{€: } 20$$

13. Un horno vendió 27 pasteles. El número de pasteles de chocolate duplicó el número de los pasteles de nata, y entre ambos excedieron en 3 las ventas de los pasteles de queso. ¿Cuántos pasteles se vendieron de cada tipo? Resuelve el sistema de ecuaciones resultante aplicando el método de Gauss.

VER VÍDEO <https://youtu.be/ZytiDxXDJbs>

Chocolate 10, nata 5 y queso 12.

14. Resolver las inecuaciones siguientes.

$$\text{a. } x^2 \cdot (x + 1) - (x^3 + 2x + 1) < 2$$

$$\text{b. } \frac{x + 1}{x - 1} \geq 2$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/nB3Zvt0PIq0>

$$(-1, 3)$$

(1, 3]

**15. Resuelve la ecuación  $\text{Sen}^2 2x - \cos^2 x = 0$** **VER VÍDEO** <https://youtu.be/sSz7rP6E7A8> $30^\circ + 60^\circ k$ .**16. Sabiendo que  $\text{sen} \alpha = -2/5$ ,  $\pi < \alpha < 3\pi$ , calcular  $\tan 2\alpha$  y  $\tan 3\alpha$ .****VER VÍDEO** <https://youtu.be/hhNMTK4BgvQ>

$$\tan 2\alpha = \frac{4\sqrt{21}}{17}, \tan 3\alpha \cong 2,86$$

**17. Sabiendo que  $\text{sen} \alpha = 3/5$  con  $\pi/2 < \alpha < \pi$  calcular  $\tan 3\alpha$  y  $\cos \alpha + 3\tan \alpha - \cos 2\alpha$ .****VER VÍDEO** <https://youtu.be/KJd1jsK3ESE>

$$\tan 3\alpha = \frac{117}{44}; \cos \alpha + 3\tan \alpha - \cos 2\alpha = \frac{-333}{100}$$

**18. Resolver  $\text{sen} x - \text{sen} \left(\frac{x}{2}\right) = 0$ .****VER VÍDEO** <https://youtu.be/sT77WvdvOii>

$$x = 0 + 360^\circ \cdot k \text{ y } x = 120^\circ + 360^\circ \cdot k \text{ (} k \in \mathbb{R} \text{)}$$

**19. Las diagonales de un paralelogramo miden 16 y 18 cm y forman un ángulo de  $48^\circ$ . Calcula el perímetro del paralelogramo.****Ver vídeo** <https://youtu.be/7uQPdMwjgEk>

Perímetro: 45,02 cm.

**20. Simplifica la expresión**

$$\frac{2 \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\cos 2\alpha}$$

**VER VÍDEO** <https://youtu.be/MQkmqm3hbMU>

Esta expresión simplificada es igual a 1.

**21. Resolver  $\text{sen} 2x - \cos x = 6 - \text{sen}^3 x - 4 - \text{sen} x$** **VER VÍDEO** <https://youtu.be/q3sOJS9Zv7Y> $60^\circ + 60^\circ k$ **22. Demostrar que si A, B y C son los ángulos de un triángulo se cumple la igualdad:**

$$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/wSm9apF-rSc>

23. Resolver la siguiente ecuación en números complejos:  $Z^4 + 120i = -119$ .

VER VÍDEO <https://youtu.be/yV8UjAlw8N4>

$$z_1 = \sqrt{13}_{56,31^\circ}; z_2 = \sqrt{13}_{146,31^\circ}; z_3 = \sqrt{13}_{236,31^\circ} \text{ y } z_4 = \sqrt{13}_{326,31^\circ}$$

24. a. Resuelve:  $(3 + (2 - i) \cdot (4 + i))^4$ .

b. Calcula:  $\sqrt[4]{-164 + 3360i}$  y halla el lado del cuadrado cuyos vértices son los afijos de las soluciones.

VER VÍDEO <https://youtu.be/mmgpWj7XHjU>

a.  $21904_{322,16^\circ}$

b.  $z_1 = \sqrt{58}_{23,2^\circ}, z_2 = \sqrt{58}_{113,2^\circ}, z_3 = \sqrt{58}_{203,2^\circ}, z_4 = \sqrt{58}_{293,2^\circ}, L = 2\sqrt{29}u.$

25. Hallar el lado y el área del triángulo cuyos vértices son los afijos de las raíces de  $-4\sqrt{3} + 4i$ .

VER VÍDEO <https://youtu.be/1Bu6eXQb76c>

$$2\sqrt{3} u.$$

26. a. Resolver la ecuación  $iz^2 + 7z - 12i = 0$

b. Dados los complejos  $z = m_\alpha$  y  $w = n_\beta$ , ¿Qué relación debe haber entre  $\alpha$  y  $\beta$  para que  $z \cdot w$  sea imaginario puro.

VER VÍDEO <https://youtu.be/0kE-XvQPt8>

a.  $4i$  y  $3i$ .

b.  $\alpha + \beta = 90^\circ$

27. Sean  $\vec{a} = (3, n)$  y  $\vec{b} = (-2, m)$  calcula el valor de los parámetros  $m$  y  $n$  para que se cumpla:  $\vec{a} \perp \vec{b}$  y  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ .

VER VÍDEO <https://youtu.be/ID-YylI6gVE>

$$m = 3 \text{ y } n = 2.$$

$$m = -3 \text{ y } n = -2$$

28. Hallar el ángulo que forman los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sabiendo que  $|\vec{u}| = 5$ ,  $|\vec{v}| = 3$  y  $|\vec{u} + \vec{v}| = 6$

VER VÍDEO <https://youtu.be/FCQec7RWJlY>

$$86,18^\circ.$$

29. Calcula el punto simétrico del punto  $P(2, 1)$  respecto de la recta que pasa por los puntos  $A(0, 3)$  y  $B(2, 5)$ .

VER VÍDEO <https://youtu.be/r7PAMH5Cwe4>

$$M=(0, 3) \text{ y } P'=(-2,5)$$

**30. Calcula los valores del parámetro k para que la recta  $(x, y) = (2, -1) + t \cdot (-4, -3)$  este a distancia 2 del punto  $P(2k - 1, 5)$ .**

**VER VÍDEO** <https://youtu.be/ncYLnMz1eO8>

$$k = \frac{43}{6} \text{ y } k = \frac{23}{6}$$

**31. Calcula los puntos que equidistan de las rectas r y s. r:  $3x - y = 6$  y s:  $(x, y) = (1, 4) + t \cdot (3, 1)$ .**

**VER VÍDEO** <https://youtu.be/VgU6cNOupXU>

Son todos los puntos de las rectas:  $2x + 2y - 17 = 0$  y  $4x - 4y + 5 = 0$

**32. Dados los puntos A(3, -1), B(2, 0) y C(1, 3), que son 3 puntos consecutivos de un paralelogramo, hallar el cuarto punto así como el área del paralelogramo.**

**VER VÍDEO** <https://youtu.be/Y5SEivWiUVo>

D(2, 2) y área = 1 u<sup>2</sup>.

**33. Dado el triángulo de vértices A(2, 1), B(4, -2) y C(6, 3).**

a. Calcula la mediatriz del lado AC.

b. Calcula el simétrico de B respecto al lado AC.

**VER VÍDEO** [https://youtu.be/6l\\_cLYAXcE](https://youtu.be/6l_cLYAXcE)

a. Mediatriz lado AC:  $\frac{x - 4}{-1} = \frac{y - 2}{2}$

b.  $B' = \left(\frac{4}{5}, \frac{22}{5}\right)$

**34. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto P(1, 3) y corta a la recta r:  $2x - y + 1 = 0$  formando un ángulo de 45°.**

**VER VÍDEO** <https://youtu.be/VDjdVUnxyFg>

$$\frac{x - 1}{3} = \frac{y - 3}{1} \text{ y } \frac{x - 1}{1} = \frac{y - 3}{-3}$$

**35. Indica la posición relativa entre las circunferencias:**

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y = -4$$

**VER VÍDEO** <https://youtu.be/5fh4lw1ZJE>

Son tangentes exteriores.

**36. Estudiar la continuidad de la función:**

CARLOS ALCOVER GARAU. LICENCIADO EN CIENCIAS QUÍMICAS (U.L.B.) Y DIPLOMADO EN TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS (I.A.T.A.).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{(x^2 + 1) \cdot (x^2 - 3x + 2)} & \text{si } x < 2 \\ \frac{-x^3}{x^2 - 7x} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/k2EQY1uNFdY>

Discontinua asintótica en  $x = 1$  y  $x = 7$ .

37. Calcula los siguientes límites.

a.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 3x - 1} - \sqrt{x^2 + 5x - 3}$

b.  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{4x + 1}{3x^2 - 3} \right)^{\frac{1}{x-2}}$

VER VÍDEO <https://youtu.be/Or9vuK0oIZk>

a.  $-1$

b.  $e^{-8/9}$ .

38. Hallar a y b sabiendo que  $f(x)$  es continua en  $x = -2$  y  $x = 1$ .

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 2 & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{x^2 - 4}{x^3 + x^2 + x + 6} & \text{si } -2 < x < 1 \\ 3bx + a & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/7R8q2MymP8Q>

$$a = \frac{-4}{7} \text{ y } b = \frac{5}{63}$$

39. Estudia la continuidad de la función  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{(x+2) \cdot (x^2 - x)} & x \leq -3 \\ \frac{x^2 + 5x + 6}{(x+5) \cdot (-x^2 - 3x)} & \text{si } x > -3 \end{cases}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/E9-0m32JwvQ>

Discontinua asintótica en  $x = 0$ .

40. Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$$

a. Asíntotas y posición de la curva respecto a estas.

b. Estudia la continuidad de la función.

VER VÍDEO <https://youtu.be/vHuwjGsP9tU>

Discontinua asintótica en  $x$  igual a  $-1$  y discontinua evitable en  $x$  igual a dos.

41. Derivar las funciones siguientes.

a.  $y = \sqrt{\ln(x^2 - x)}$

b.  $y = \frac{x^4 - 1}{x^4 + 1}$

c.  $y = \operatorname{sen}^3 x^3$ .

VER VÍDEO [https://youtu.be/WT12\\_NqdHas](https://youtu.be/WT12_NqdHas)

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln(x^2 - x)}} \frac{2x - 1}{x^2 - x}$$

$$f'(x) = \frac{8x^3}{(x^4 + 1)^2}$$

$$f'(x) = 3 \cdot (\operatorname{sen} x^3)^2 \cdot 3x^2 \cdot \operatorname{cos} x^3$$

42. Hallar la derivada de  $f(x) = \sqrt{x + 1}$  aplicando la definición.

VER VÍDEO <https://youtu.be/hA3C4iS2cdE>

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x + 1}}$$

43. Haya las asíntotas y estudia el crecimiento y decrecimiento de la función  $f(x)$  y haz una gráfica aproximada de la misma.

$$f(x) = \frac{x^2}{x - 3}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/BQN2RphGSB4>

$$D = \mathbb{R} - \{3\}$$

Asíntota vertical  $x = 3$ . Asíntota oblicua  $y = x + 3$

44. Estudia la monotonía y concavidad de la función:

$$f(x) = \frac{2 + 3x}{e^x}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/HtPc1z7q3mQ>

Crece  $(-\infty, \frac{1}{3})$ ; Decrece  $(\frac{1}{3}, +\infty)$  y máx  $(\frac{1}{3}, \frac{3}{e^{\frac{1}{3}}})$

Convexa  $(-\infty, \frac{4}{3})$ ; Cóncava  $(\frac{4}{3}, +\infty)$  y p. i.  $(\frac{4}{3}, \frac{6}{e^{\frac{4}{3}}})$

45. Estudia el dominio, asíntotas, monotonía y curvatura de la siguiente función y haz una representación gráfica de la misma.

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/3VRSOourlek>



- $R - \{0\}$ .
- Vertical  $x = 0$  (eje Y) y horizontal  $y = 1$ .
- Crece  $(0, +\infty)$ ; decrece  $(-\infty, 0)$ ; no tiene ni máximos ni mínimos.
- Convexa  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ . No tiene puntos de inflexión.

46. Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & \text{si } x \leq 0 \\ 2x - 4 & \\ 10x^2 + x + b & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- Calcula la condición para que cumplan los parámetros  $a$  y  $b$  para que la función sea continua.
- Calcula  $f'(x)$
- Haya la condición y calcula los parámetros  $a$  y  $b$  para que la función sea derivable.

VER VÍDEO <https://youtu.be/3xJtmuC9qDM>

- Continua:  $a = -4b$ .
  - Derivable:  $-2a = 16$ .
- $a = -8$  y  $b = 32$ .

47. Dados los sucesos  $A$  y  $B$ , se conocen las probabilidades siguientes:

$$P(A) = 0,7; P(\bar{B}) = 0,4 \text{ y } P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,58$$

- Calcular:  $P(\bar{A})$ ,  $P(B)$  y  $P(A \cap B)$ . ¿Son  $A$  y  $B$  sucesos independientes?
- $P(A \cup B)$
- $P(B \cap \bar{A})$
- $P(A/B)$  y  $P(\bar{A}/B)$

VER VÍDEO <https://youtu.be/8Gcm8E8ZXGs>

- $P(\bar{A}) = 0,3$ ;  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A \cap B) = 0,42$  y son independientes.
- $P(A \cup B) = 0,88$
- $P(B \cap \bar{A}) = 0,18$
- $P(A/B) = 0,7$  y  $P(\bar{A}/B) = 0,3$

48. Lanzamos 2 dados de 6 caras no trucados y consideramos los sucesos siguientes:  $A$  "la suma de los resultados de los 2 dados es 7" y  $B$  "el producto de los resultados de los 2 dados es impar"

- Calcula la probabilidad de cada uno de ellos.
- ¿Son independientes los 2 sucesos?

VER VIDEO <https://youtu.be/gdVPUqV0bG8>

- $P(\text{suma} = 7) = 1/6$ ;  $P(\text{producto impar}) = 9/36$
- Dependientes.

49. Un estudiante realiza dos pruebas en un mismo día. La probabilidad de que apruebe la primera prueba es de 0.6; la probabilidad de que apruebe la segunda es de 0.8, y la probabilidad de que apruebe ambas es de 0.5.

- ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos una prueba?
- ¿Cuál es la probabilidad de que no apruebe ninguna prueba?

c) Son "aprobar la primera prueba" y "aprobar la segunda prueba" sucesos independientes?  
d) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe la segunda prueba en caso de no haber superado la primera?

VER VÍDEO <https://youtu.be/qYdVB8iEw9w>

- a. 0,9.
- b. 0,1.
- c. Dependientes.
- d. 3/4

50. Se dispone de 2 urnas: U1 i U2. En U1 hay: 4 bolas rojas y 5 bolas negras. En U2 hay: 6 bolas rojas y 3 bolas negras. Al azar se saca una bola de U1 y se introduce en U2, a continuación, se saca una bola de U2. Calcular la probabilidad de que:

- a. Salga bola roja de U2
- b. La bola sacada de U1 sea negra sabiendo que la bola extraída de U2 también ha sido negra.
- c. Salga al menos una bola roja.

VER VÍDEO <https://youtu.be/FdxgcoO98hI>

- a. 29/45.
- b. 5/8.
- c. 7/9.