SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

PREPARAR EL EXAMEN DE FUNCIONES. DOMINIOS. INVERSA. COMPOSICIÓN. LÍMITES. CONTINUIDAD.

1. Estudiar el dominio de las siguientes funciones.

a. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

b. $f(x) = \dfrac{x-1}{x+3}$

c. $f(x) = \dfrac{x-2}{x^2-9}$

d. $f(x) = \dfrac{2x-1}{x^2-3x+2}$

e. $f(x) = \dfrac{2x-1}{x^2+x+2}$

f. $f(x) = \sqrt[3]{x^2+x+2}$

VER VÍDEO https://youtu.be/VZSkul5l2iE

a. Dom = R.
b. Dom = R − {−3}
c. Dom = R − {±3}
d. Dom = R − {1,2}
e. Dom = R
f. Dom f(x) = R

2. Estudiar el dominio de las siguientes funciones.

a. $f(x) = \sqrt[5]{\dfrac{x+3}{1-2x}}$

b. $f(x) = \sqrt{2-x}$

c. $f(x) = \sqrt[4]{\dfrac{x+1}{x^2-4x+3}}$

VER VÍDEO https://youtu.be/jlkUGq_y18I

$\text{a. Dom} = R - \left\{\frac{1}{2}\right\}$
$\text{b. Dom f(x)}:]-\infty, 2]$
$\text{c. Dom} = [-1,1) \cup (3, +\infty)$

3. Halla la inversa de las funciones siguientes.

$\mathbf{a.\ f(x) = 3x + 2}$

$\mathbf{b.\ g(x) = \sqrt{x^3 - 1}}$

$\mathbf{c.\ h(x) = \dfrac{2x - 3}{1 - 3x}}$

VER VÍDEO https://youtu.be/RNNUXy6bWds

$\text{a. } f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$
$\text{b. } \sqrt[3]{x^2 + 1}$
$\text{c. } \frac{x+3}{3x+2}$

4. Halla la composición de las funciones del ejercicio anterior.

$\mathbf{a.\ f \circ g(x)}$
$\mathbf{b.\ f \circ h(x)}$
$\mathbf{c.\ f \circ f^{-1}(x)}$

VER VÍDEO https://youtu.be/rjvXaIKoXPY

$\text{a. } f \circ g(x) = 3\sqrt{x^3 - 1} + 2$
$\text{b. } f \circ h(x) = \frac{-7}{1-3x}$
$\text{c. } f \circ f^{-1}(x) = x$

5. Dada la siguiente función, hallar su inversa o recíproca y la composición de ambas.

$$\mathbf{y = \frac{2x - 1}{2 - 3x}}$$

VER VÍDEO https://youtu.be/F1p5Wmm3UT4

$$f^{-1}(x) = \frac{2x + 1}{2 + 3x};\ f \circ f^{-1}(x) = x$$

6. Dadas las funciones:

$$\mathbf{f(x) = \sqrt{4 - 2x} \qquad g(x) = \frac{x}{2x - 3}}$$

a. Dominio de ambas.
b. Inversa o recíproca de ambas.
c. f∘f $^{-1}$ (x)

VER VÍDEO https://youtu.be/7oh5h56BSnk

$\text{a. Dom } f(x) = (-\infty, 2] \text{ y Dom } g(x) = R - \left\{\frac{3}{2}\right\}$

b. $f^{-1}(x) = \frac{4-x^2}{2}$; $g^{-1}(x) = \frac{3x}{2x-1}$
c. $f \circ f^{-1}(x) = x$

7. Calcula los siguientes límites.

a. $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-x}{x+1}$

b. $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-x}{2x^2+1}$

c. $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-x}{2x^2+x^3}$

VER VIDEO https://youtu.be/ddHDqJA6L1g

a. $+\infty$
b. ½
c. 0

8. Calcula el límite siguiente de tres formas distintas.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2x^2-1}-x}{3x+1}$$

VER VIDEO https://youtu.be/RDwLUk9qlaY

$$\frac{\sqrt{2}+1}{3}$$

9. Calcula el siguiente límite.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{x-1} - \frac{x^2+1}{x}$$

VER VIDEO https://youtu.be/gy6heM7h1S4

1

10. Calcula el siguiente límite.

$$\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2-1}-x\right)$$

VER VIDEO https://youtu.be/RuP12Z7IoZ8

0

11. Calcula los siguientes límites.

a. $\lim_{x\to1} \frac{x^3-1}{x^2-3x+2}$

b. $\lim_{x\to2} \frac{x-2}{x^3-3x-2}$

VER VÍDEO https://youtu.be/B81oiQ6upAA

a. – 3
b. 1/9

12. Calcula los siguientes límites.

a. $\lim_{x \to 1} \frac{x+1}{x-1}$

b. $\lim_{x \to -2} \frac{x+1}{x+2}$

VER VÍDEO https://youtu.be/J-mJvc0kzCs

a. Límites laterales + ∞ y - ∞, por tanto, no existe el límite.
b. Límites laterales - ∞ y + ∞, por tanto, no existe el límite.

13. Estudia la continuidad de la siguiente función.

$$y = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{si } x < -3 \\ 2x - 1 & \text{si } -3 \leq x \leq 1 \\ \frac{3}{x+2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

VER VIDEO https://youtu.be/bzSnfk76Qrg

Continua en $R - \{-3\}$

14. Dada la siguiente función calcula a y b para que sea continua y represéntala para esos valores de a y b.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & \text{si } x < -1 \\ x + 2 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{ax + 2b}{x - 1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

VER VIDEO https://youtu.be/mjFyou25fvI
VER VIDEO https://youtu.be/DNEbHCUTmW0

$a = 1$ y $b = 1$.

15. Dada la función, estudia su continuidad y los tipos de discontinuidad que presenta.

$$y = \frac{x^2 + x}{x^2 - 4x}$$

VER VIDEO https://youtu.be/Jag569F9XVI

$D = R - \{0,4\}$
Discontinua en x = 0 y x = 4. El tipo de discontinuidad lo estudiamos calculando los límites.
Discontinua evitable en x = 0.
Discontinua no evitable, asintótica en $x = 4$.

16. Hallar a, b y c para que la función sea discontinua en x = 1 y x = 2, siendo evitable en x = 2.

$$y = \frac{\mathbf{x^2 + a}}{\mathbf{x^2 + bx + c}}$$

VER VIDEO https://youtu.be/IuUX9AdTYMg

Para que sea discontinua en x = 1 y x = 2 el denominador de la función debe anularse para esos dos valores.

$$\begin{cases} \text{Para } x = 1 \rightarrow 1 + b + c = 0 \\ \text{Para } x = 2 \rightarrow 4 + 2b + c = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ c = 2 \end{cases}$$

Para que sea evitable en x = 2 el numerador también debe anularse en este punto.

4 + a = 0 → a = – 4

17. La función siguiente representa la valoración de una empresa, en millones de euros, en función del tiempo t en los últimos 13 años.

$$F(t) = \begin{cases} \mathbf{5 - 0,1 \cdot t} & \mathbf{0 \le t < 5} \\ \mathbf{a + 0,05 \cdot (t - 5)} & \mathbf{5 \le t < 10} \\ \mathbf{4,75 + 0,3 \cdot (t - b)} & \mathbf{10 \le t \le 13} \end{cases}$$

a. Calcula el valor de a y b para que la valoración de la empresa sea una función continua del tiempo.

b. ¿Cuál era el valor inicial de la empresa, y el valor a los 13 años?

VER VÍDEO https://youtu.be/FbuVQWNVSuo

Continua en $t = 5$

$$\begin{cases} f(5) = a \\ \lim_{t \to 5} f(t) = \begin{cases} \lim_{t \to 5^-} 5 - 0{,}1t = 4{,}5 \\ \lim_{t \to 5^+} a + 0{,}05 \cdot (t - 5) = a \end{cases} \end{cases} \rightarrow a = 4{,}5$$

Continua en $t = 10$

$$\begin{cases} f(10) = 4{,}75 + 0{,}3 \cdot (10 - b) = 7{,}75 - 0{,}3b \\ \lim_{t \to 10} f(t) = \begin{cases} \lim_{t \to 10^-} a + 0{,}05 \cdot (t - 5) = a + 0{,}25 = 4{,}75 \\ \lim_{t \to 10^+} 4{,}75 + 0{,}3 \cdot (t - b) = 4{,}75 + 0{,}3 \cdot (10 - b) \end{cases} \end{cases} ; 7{,}75 - 0{,}3b = 4{,}75$$

$b = 10$

Valor inicial de la empresa: $f(0) = 5$ millones de euros

Valor de la empresa a los 13 años: $f(13) = 4{,}75 + 0{,}3 \cdot (13 - 10) = 5{,}65$ millon

18. El tipo de interés anual que ofrece una financiera depende del tiempo que el cliente esté dispuesto a mantener la inversión y viene dada por la función siguiente:

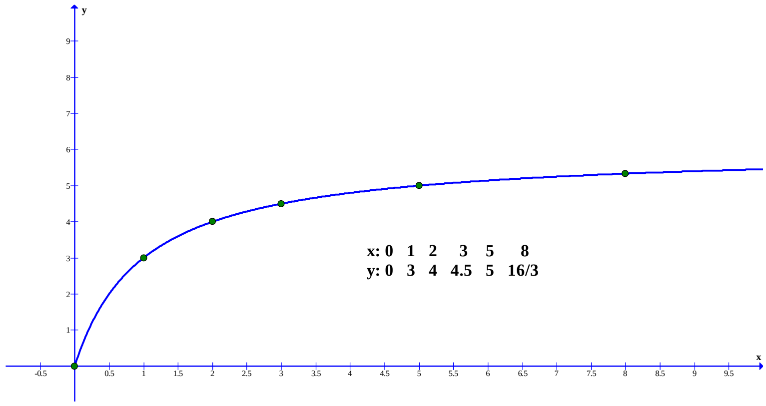
$$\mathbf{I(t) = \frac{6t}{t + 1}; t > 0}$$

a. Representa la función para un período de 10 años.

b. ¿A qué valor tiende el interés si la inversión se mantiene durante mucho tiempo?

VER VÍDEO https://youtu.be/bPtza0fbQQo

Hacemos una tabla de puntos y representamos.



$$\lim_{t\to+\infty}\frac{6t}{t+1}=6,$$ a largo plazo el interés se estabiliza en 6.

19. La función p(t) muestra como varía la profundidad de la capa de arena de una playa desde la construcción de un dique (p en metros y t en años). Si la profundidad llega a superar los 4 metros se tendrá que elevar el paseo marítimo.

a. Estudia si la profundidad es una función continua del tiempo.

b. A largo plazo ¿hará falta elevar la altura del paseo?

$$\mathbf{p(t)}=\begin{cases}\mathbf{2+t^2} & \mathbf{0\le t\le 1}\\ \dfrac{\mathbf{8t^2-t-1}}{\mathbf{2t^2}} & \mathbf{t>1}\end{cases}$$

VER VIDEO https://youtu.be/ZLq0qTPefTc

a.

Continua en $t=1$

$$\begin{cases}p(1)=3\\ \lim\limits_{t\to 1}p(t)=\begin{cases}\lim\limits_{t\to 1^-}2+t^2=3\\ \lim\limits_{t\to 1^+}\dfrac{8t^2-t-1}{2t^2}=3\end{cases}\end{cases}\rightarrow \text{Es continua.}$$

b.

$$\lim_{t\to+\infty}\frac{8t^2-t-1}{2t^2}=4$$

A muy largo plazo la capa de arena alcanzaría los 4 metros, luego no hace falta elevar el paseo marítimo