SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

PREPARAR EL EXAMEN DE GEOMETRÍA ANALÍTICA EN EL ESPACIO.

1. Dadas las rectas: $\mathbf{I}\begin{cases}\mathbf{y = x + 3}\\ \mathbf{z = 2x + 2}\end{cases}$ **y** $\mathbf{II}\begin{cases}\mathbf{y = -\frac{1}{2}}\\ \mathbf{x = 2z + 3}\end{cases}$.

a. Calcula la ecuación vectorial de cada una de las rectas.
b. Si es posible, calcula el plano paralelo a la recta II que contiene a la recta I.
c. Calcula el plano perpendicular a la recta II que pasa por el punto (- 1, 0, 2).
d. Calcula la recta de dirección perpendicular a las rectas I y II que pasa por el origen.

VER VÍDEO https://youtu.be/ol1an_aJdUk

a. (x, y, z) = (0, 3, 2) + t·(1, 1, 2) y (x, y, z) = (3, 1/2, 0) + s·(2, 0, 1)
b. (x, y, z) = (0, 3, 2) + t·(1, 1, 2) + s·(2, 0, 1)
c. 2x + z = 0
d. $\frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$

2. Dados los puntos P = (1, 0, 1), Q = (1, 1, 0), i R = (0, 1, 1).

a. Comprueba que P, Q y R no están alineados.
b. Calcula la ecuación vectorial del plano que determinan P, Q y R.
c. Calcula el área del triángulo que tiene por vértices P, Q y R.
d. Calcula, de forma razonada, la condición que han de cumplir a, b y c para que los puntos P, Q, R y S(a, b, c) pertenezcan a un mismo plano.

VER VÍDEO https://youtu.be/3O51y_hkED0

a. no están alineados.
b. (x, y, z) = (1, 0, 1) + α·(0, 1, - 1) + β·(- 1, 1, 0)
c. $\sqrt{3}u^2$
d. a + b + a – 2 = 0

3. Hallar el valor de k sabiendo que r y s se cortan. Hallar el punto de corte.

$$r: \frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+k}{2} \text{ y } s: \begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=2-t \end{cases}$$

VER VÍDEO https://youtu.be/2Mt5g8in-3k

K = - 2 y El punto (0,1, 2)

4. **a. Hallar el simétrico de P = (1, 2, 0) respecto de π: x – 2y – 2z + 1 = 0.**

b. Hallar el simétrico de P = (0, 1, 2) respecto de r: $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$

VER VÍDEO https://youtu.be/yhhWn6h2oRA

$\left(\frac{13}{9},\frac{10}{9},\frac{-8}{9}\right)$ y $(3,-1,1)$

5. Considera el punto P (2, - 1, 1) y la recta r dada por:

$$\left.\begin{matrix} 2x-3y+4z-1=0 \\ x+2y-3z-2=0 \end{matrix}\right\} r$$

a. Calcula la expresión de la ecuación continua de la recta r.

b. Calcula la ecuación del plano π perpendicular recta r que pasa por el punto P.

c. Calcula el punto Q de intersección del plano π y la recta r.

d. De todas las rectas que pasan por el punto P calcula aquella que corta perpendicularmente a la recta r.

VER VÍDEO https://youtu.be/4Cz1Rrn-7lI

a. $\begin{cases} x=\frac{8}{7}+\mu \\ y=\frac{3}{7}+10\mu \\ z=7\mu \end{cases}$

b. $x+10y+7z+1=0$

c. $Q=\left(\frac{11}{10},0,\frac{-3}{10}\right)$

d. $(x,y,z)=(2,-1,1)+\mu\left(\frac{-9}{10},1,\frac{-13}{10}\right)$

6. Dada la recta r y el plano π, existe algún valor de m para el cual:

$$r: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+2}{-1};\ \pi: 3x-my+z=1$$

a. El plano de la recta son paralelos.

b. El plano contiene a la recta.

c. El plano y la recta se cortan exactamente en un punto.

VER VÍDEO https://youtu.be/t4Rn2bZFrSs

Si $m \neq 5/3$ se cortan. Si $m = 5/3$ son paralelos.

7. Dados los puntos A = (1, 1, 1), B = (2, - 1, 0), C = (2, 3, - 1) y D = (k, 1, 2).

a. Hallar k para que los cuatro puntos sean coplanarios y hallar el plano que los contiene.

b. Hallar los puntos de corte del plano anterior con los ejes de coordenadas.

c. Hallar el área del triángulo que tiene como vértices los puntos hallados en el apartado b.

d. Hallar los planos paralelos al encontrado en el apartado a que distan 3 unidades del punto P = (1, 1, 2).
VER VÍDEO https://youtu.be/EwafjLUkPvU

a. K = 1/3. 6x + y + 4z – 11 = 0
b. $\left(\frac{11}{6},0,0\right),(0,11,0)y\left(0,0,\frac{11}{4}\right)$
c. 18,35 u^2.
d. $6x+y+4z+3\sqrt{53}-15=0$; $6x+y+4z-3\sqrt{53}-15=0$

8. Dadas las rectas r y s

$$r:\begin{cases}15x+12y-14z=-17\\8x-y-5z=23\end{cases}\quad y\ s:\begin{cases}9x+5y-2z=5\\24x-2y-13z=67\end{cases}$$

a. Calcula un vector de posición y un vector director de cada una.
b. Calcula la ecuación vectorial de cada una.
c. Calcula el rango de la matriz formada por los dos vectores directores y el vector diferencia de los vectores posición obtenidos.
d. Del anterior rango deduce la posición relativa de las rectas.
VER VÍDEO https://youtu.be/vssJc9BXA94

a,b. $(x,y,z)=\left(0,\frac{-11}{2},\frac{-7}{2}\right)+t\cdot(-74,-37,81)$
$(x,y,z)=(0,-1,-5)+t\cdot(-23,23,-46)$
c. Rango 3
d. Las rectas se cruzan.

9. Dados los planos
π_1: 3x – ay + 2z – (a – 1) = 0; π_2: 2x – 5y + 3z – 1 = 0 y π_3: x + 3y – (a – 1)z = 0
a. Demostrar que para cualquier valor de a no hay ningún par de planos que sea paralelo.
VER VÍDEO https://youtu.be/l9zAwjOSzuI
b. Estudia su posición relativa según los diferentes valores del parámetro a.
VER VÍDEO https://youtu.be/XQrPwtEQEAg

Si $a\neq5$ y $a\neq2$ se cortan en un punto.
Si $a=5$ fprman un prima.
Si $a=2$ se cortan en una recta.

10. Considera los puntos, A = (5, a, 7), B = (3, -1, 7) y C = (6, 5, 4).
a. Determina el valor del parámetro a para el cual los puntos A, B y C forman un triángulo rectángulo, con el ángulo recto en el punto B.
b. Para el valor de a = - 2, calcula el área del triángulo de vértices A, B y C.
c. Para el valor de a = 5, calcula el ángulo que forman los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$
VER VÍDEO https://youtu.be/CV6JtGoP5Vw

a. a = - 2
b. 8,22 u^2.
c. 95,74°

11. Dadas las rectas r y s:

$$r: \frac{x-m}{-1} = \frac{y+10}{4} = \frac{z+3}{1} \quad y\ s: \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 + 4\alpha \\ z = -1 + 2\alpha \end{cases}$$

a. Calcula el valor de m para que las rectas se corten en un punto
b. Calcula el punto de corte.

VER VÍDEO https://youtu.be/E50VlsF9Q0w

a. m = 7
b. (1, 14, 3)

12. Se consideran los puntos A (3, 0, 0), B (0, 2, 0) y C (0, 0, 1).
a) Hallar la ecuación general del plano π que los contiene.
b) Hallar la ecuación de la recta r perpendicular a π y que pasa por el origen de coordenadas. Hallar también el punto de intersección de la recta con el plano.

VER VIDEO https://youtu.be/vOY8ZxBdhME

a. 2x + 3y + 6z = 6.

b. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 3t \\ z = 6t \end{cases}$

El punto de corte es P $\left(\frac{12}{49}, \frac{18}{49}, \frac{36}{49}\right)$

13. Proyectar la recta r:(x, y, z) = (1, 7, 0) + t·(2, - 3, 0) sobre el plano α: 2y – 3z = 1

VER VIDEO https://youtu.be/BgraMsmlBRc

La proyección es la recta $\begin{cases} 2y - 3z = 1 \\ 9x + 6y + 4z - 51 = 0 \end{cases}$

14. Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el origen de coordenadas y corta a las rectas: r : x = 2y = z – 1, s : 3x = 2y – 2 = 6z.

VER VIDEO https://youtu.be/6I2fiPwkHYU

$$v_t = (2b, b, b) \to (2,1,1) \to \text{La recta es:} \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1} \to \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

15. Dadas las rectas r: x = y = z y s: x = y + 1 = 2z – 2 halla la ecuación de la recta perpendicular común (recta que las corta perpendicularmente).

VER VIDEO https://youtu.be/nKb-YHikCqA

(x, y, z) = (3, 2, 7/2) + t·(½, - ½, ½)

16. Determinar m para que la recta r y el plano π formen un ángulo de 45º y calcular el punto de intersección entre la recta y el plano.

$$\mathbf{r: \frac{x-1}{0} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1} \text{ i } \pi: x + 2y + mz = 6}$$

VER VIDEO https://youtu.be/CMaQOJJvLF0

$m = 1/4$

La recta y el plano se cortan en el punto $\left(1, \frac{16}{9}, \frac{52}{9}\right)$

17. Consideramos la recta r y el plano π. Calcula el área del triángulo formado por el punto (A) de corte entre la recta y el plano, el punto B = (1, – 1, 1) de la recta y el punto (C) proyección ortogonal de este sobre el plano.

$$\mathbf{r: \frac{x-1}{2} = y + 1 = -z + 1 \text{ y } \pi: x - y = 0}$$

VER VIDEO https://youtu.be/MTeep3KMCKI

Punto A: $(-3, -3, 3)$
Punto B $(1, -1, 1)$
Punto C: $(0, 0, 1)$
Área del triángulo ABC: $\sqrt{11}\ u^2$