SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

EXAMEN DE ANÁLISIS DE MATEMÁTICAS II. 2º DE BACHILLERATO.

1. Halla las asíntotas de las funciones siguientes y haz su interpretación geométrica.

$$\mathbf{a.}\ f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x + 3}$$

VER VIDEO https://youtu.be/UccalmaB8fY
VER VIDEO https://youtu.be/jSELizzlb9A

$$\mathbf{b.}\ f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3}$$

VER VIDEO https://youtu.be/h3yLK5mdbn0

2. Hallar la recta tangente y la normal a $y = x^2 \cdot e^x$ en $x = 0$.
VER VIDEO https://youtu.be/w--UEyOKLa0

3. Estudia la monotonía y curvatura de la función f(x).

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

VER VIDEO https://youtu.be/u9Qp_mtnghg

4. Un estudio acerca de la presencia de CO_2 en la atmosfera de una ciudad indica el nivel de contaminación viene dado por la función: $C(t) = -0.2t^2 + 4t + 25$, $0 \le t \le 25$. Siendo t los años transcurridos desde el año 2000. Se pregunta:
   a. ¿En qué año se alcanzará un máximo en el nivel de contaminación?
   b. ¿En qué año se alcanzará el nivel de contaminación cero?
   c. ¿Cuándo t = 17 el nivel de contaminación será creciente o decreciente?

VER VIDEO https://youtu.be/0n5LB7Wv-4I

5. En una cierta población el consumo de agua (en m^3) en función de las horas del día, viene dado por

$$C(t)=\begin{cases}\frac{17}{9}\cdot t & \text{si } 0\le t<9\\ at^2+bt-172 & \text{si } 9\le t<20\\ 168-7t & \text{si } 20\le t<24\end{cases}$$

Sabiendo que la función es continua en el intervalo (0,20), y que a las 15 horas se consigue el máximo consumo de agua, determina a y b.
VER VIDEO https://youtu.be/-ucx-mhOS0g

6. Calcula a y b para que la función $f(x) = a.\ln x + bx^2+x$ tenga extremos relativos en x = 1 y x = 3.
VER VIDEO https://youtu.be/4rcGnYirdGw

7. De todos los rectángulos de diagonal $6\sqrt{2}$, determinar el rectángulo de perímetro máximo.
VER VIDEO. https://youtu.be/IQfuUZ6nr5U

8. Deriva y simplifica las siguientes funciones.

$$a.\ y=\frac{x^2+4}{x^2-4}$$
$$b.\ y=\ln\sqrt{x^3-1}$$
$$c.\ y=3^{x^2-x-1}$$

VER VIDEO https://youtu.be/9Pb8WsfwY-o

9. Determinar los valores de a, b y c para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ pase por el punto (1, 0), tenga un máximo relativo en x = - 1 y un mínimo relativo en x = 0.
VER VIDEO https://youtu.be/SkclLsirwyI

10. Calcular las dimensiones de una caja con las dos tapas de base cuadrada de volumen 64 m^3 de superficie mínima. Compruebe que la solución obtenida es un mínimo.
VER VIDEO https://youtu.be/vl0ZTGnlU7c

11. El número de visitantes de un museo viene expresado mediante la siguiente función donde t es la hora desde la apertura del museo. Suponemos que la hora de apertura del museo son las 9:00 de la mañana.

$$V(t)=\frac{300t}{t^3+2}$$

a. ¿Cuándo crece y decrece el número de visitantes del museo?
b. ¿Cuándo recibe el museo el mayor número de visitantes? ¿Cuál es este número?
c. ¿En qué valor de t se produce un punto de inflexión de la función V(t)?

VER VIDEO https://youtu.be/kKnm6PlgnXQ

12. Dibuja el área comprendida entre las gráficas de las funciones siguientes y calcula el área del recinto anterior. $f(x) = x^3 + 1$ y $g(x) = x + 1$
VER VIDEO https://youtu.be/EF3V8z8No9Q

13. Calcular los máximos y mínimos relativos de la función $f(x) = x^3 - 3x - 2$, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y hacer un boceto de su gráfica para x entre − 3 y 3.
VER VIDEO https://youtu.be/suMiy94Mi9M

14. Calcular la siguiente integral:

$$\int \frac{2x^2 + x - 2}{x^3 - 2x^2 - x + 2} dx$$

VER VIDEO https://youtu.be/0ZSB3I7dGRw

15. a) Demostrar que x = 0 es la única solución de la ecuación siguiente: $5x^9 + 3x^5 + 7x = 0$.
b) Demostrar que x = 0 es la única solución de la ecuación siguiente: $e^x = 1 + x$.
VER VIDEO https://youtu.be/-WyRIywAviY

16. Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva y = x.lnx en el punto de corte con el eje X.
VER VIDEO https://youtu.be/9H8SQAOW0fw

17. Deriva y simplifica las siguientes funciones.
VER VIDEO https://youtu.be/9Pb8WsfwY-o

$$a.\ y = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4};$$

$$b.\ y = \ln\sqrt{x^3 - 1}$$

$$c.\ y = 3^{x^2 - x - 1}$$

18. Demostrar que existe un único valor de x > 0 solución de la ecuación $x^2 - e^{-x} = 0$.
VER VIDEO https://youtu.be/aPo0-yrhNQ4

19. Resolver la siguiente integral.

$$\int \frac{x - 2}{x^2 + x} dx$$

VER VIDEO https://youtu.be/G44oll9BVdA

20. Determinar los valores de a, b y c para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ pase por el punto (1, 0), tenga un máximo relativo en x = - 1 y un mínimo relativo en x = 0.
VER VIDEO https://youtu.be/SkclLsirwyI

21. Dada la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ determinar el valor de c qué verifica que la pendiente de la recta tangente de f(x) en x = c es mínima.
VER VIDEO https://youtu.be/eFBKqpc2aNA

22. El beneficio neto en miles de euros obtenido por la venta de x unidades de un artículo viene dado por la función $B(x) = -x^2 + 9x - 16$.
a. ¿Cuál es la función que determina el beneficio neto unitario?

b. Calcula el número de unidades del artículo que se han de vender para obtener un beneficio neto, por unidad, máximo.

c. Determina este beneficio neto máximo, por unidad.

VER VIDEO https://youtu.be/UT7QwB2yGmg

23. Deriva y simplifica las siguientes funciones.

VER VIDEO https://youtu.be/ow0aSR2oFoo

$$\mathbf{a.}\ y = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}};$$

$$\mathbf{b.}\ y = \cos\sqrt{x^3 - x^2}$$

$$\mathbf{c.}\ y = \operatorname{sen}^3 x^3 = (\operatorname{sen} x^3)^3$$

24. Consideremos la función f(x) = x·|x−1|. Haz un dibujo aproximado de la función anterior en el intervalo [0,2]. Calcula el área limitada por la gráfica de la función anterior y el eje de las X.

VER VIDEO https://youtu.be/GEGrNUUuVXQ

25. Consideramos la función $f(x) = e^{x-3} - x - 2$, para $x \geq 0$. Calcula sus extremos relativos dando los intervalos de crecimiento y de decrecimiento. Y deducir que sí $x \geq 4$ entonces $f(x) \geq -4$.

VER VIDEO https://youtu.be/YytKmWY8saw

26.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x - x + \frac{x^3}{6}}{x^3} = 0$$

VER VIDEO https://youtu.be/q4Tflt5ahJs

27. Calcula la siguiente integral:

$$\int (x^2 + 1) \cdot \ln x \, dx$$

VER VIDEO https://youtu.be/c-EqZnhLAyw

28. Calcula la siguiente integral:

$$\int e^x . \operatorname{sen} x \, dx.$$

VER VIDEO https://youtu.be/S_-vmQoKW4Y

29. Calcula la siguiente integral:

$$\int \ln(x^2 + 1) \, dx$$

VER VIDEO https://youtu.be/gSkOVOsPQSA

30. Entre dos torres de 15 y 25 metros de altura, respectivamente, hay una distancia de 30 metros. En medio de las dos torres tenemos que poner otra torreta de 5 metros de altura y tenemos que extender

un cable que una los extremos de la parte de arriba de la primera torre con la torreta y los extremos de la parte de arriba de esta con la segunda torre. ¿Dónde tenemos que situar la torreta de 5 metros para que la longitud total del cable sea mínima? ¿cuánto vale la longitud del cable en este caso?
VER VIDEO https://youtu.be/bsy05okmFGE

31. Calcula el rectángulo de área máxima que tiene la base situada en el eje de abscisas, y los otros dos vértices con coordenada positiva situados en la parábola $y = 12 - x^2$.
VER VÍDEO https://youtu.be/fpnRTVujCSc

32. Demostrar que la curva $f(x) = x - 2\cos x$ tiene un punto de inflexión en el interior del intervalo $[0, \pi]$ y hallar la ecuación de la recta tangente a la curva en este punto. Haz un dibujo en un entorno de éste.
VER VIDEO https://youtu.be/octLRhKbrlI

33. Hallar los puntos de la curva $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ en los cuáles la pendiente de la recta tangente es uno.
VER VIDEO https://youtu.be/-X8mvvk7YuI

34. Se considera la función: $f(x) = a.e^{x^2+bx+c}$. Calcula los parámetros a, b y c sabiendo que la función tiene un mínimo relativo en el punto (1, a) y f(0) = 1.
VER VÍDEO https://youtu.be/_Dar4Zve7r0

35. Encontrar los valores a, b y c para que la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 5 & \text{si } x < 2 \\ cx + 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$
Verifique las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo [0, 4]. Determinar en qué punto(s) se verifica la tesis que asegura el teorema.
VER VÍDEO https://youtu.be/-9iUJYHu4Nc

36. Considerar la siguiente f(x). Se pregunta:

$$f(x) = \frac{-4x}{1 + x^2}$$

a. Calcula la derivada de dicha función
b. Resuelve la ecuación $f'(x) = 0$
c. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función
d. Determina los máximos y mínimos de la función.
e. Calcula $f''(x)$ y resuelve la ecuación $f''(x) = 0$. Razona si existe o no un punto de inflexión.

VER VIDEO https://youtu.be/IO17YD8CYjw

37. Dibuja el recinto limitado por las curvas $y = 6x - x^2$ y $y = x^2 - 2x$. Calcula el área.
VER VÍDEO https://youtu.be/0_axoqVcNwA