

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



ECUACIONES.

DE PRIMER GRADO, 2º GRADO, GRADO SUPERIOR A 2 (BICUADRAS Y OTRAS), RACIONALES, IRRACIONALES (CON UNA Y DOS RAÍCES), EXPONENCIALES, LOGARÍTMICAS Y EN VALOR ABSOLUTO.

1. ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

1. Resuelves las siguientes ecuaciones **elementales**.

a. $x + 1 - 2x + 3 = 1 - 2x$

b. $x + 2 - 3x - 4 = 5x - 4 + 3x - 1$

c. $2x - 3 + 5 + 4x - 3 - 3x = 2 - 2x - 3x + 4$

VER VÍDEO <https://youtu.be/5O9IFDnLcs>

a. $x + 1 - 2x + 3 = 1 - 2x$

Términos con x al primer miembro, y términos sin x al segundo miembro.

$$x - 2x + 2x = 1 - 1 - 3$$

Agrupamos términos. $x = -3$

b. $x + 2 - 3x - 4 = 5x - 4 + 3x - 1$

Términos con x al primer miembro, y términos sin x al segundo miembro.

$$x - 3x - 5x - 3x = -4 - 1 - 2 + 4$$

Agrupamos términos. $-10x = -3$

$$\text{Despejamos } x: x = \frac{-3}{-10} = \frac{3}{10}$$

c. $2x - 3 + 5 + 4x - 3 - 3x = 2 - 2x - 3x + 4$

Términos con x al primer miembro, y términos sin x al segundo miembro.

$$2x + 4x - 3x + 2x + 3x = 2 + 4 + 3 - 5 + 3$$

Agrupamos términos. $8x = 7$

$$\text{Despejamos } x: x = \frac{7}{8}$$

2. Resuelves las siguientes ecuaciones (**quitar paréntesis**).

a. $2 \cdot (x + 1) - 3 \cdot (x - 4) = 2x + 3$

b. $5 \cdot (x + 2) - 3 \cdot (x + 3) = x - 3$

CARLOS ALCOVER GARAU. LICENCIADO EN CIENCIAS QUÍMICAS (U.I.B.) Y DIPLOMADO EN TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS (I.A.T.A.).

$$c. 3 \cdot (x + 4) - 5 \cdot (x - 3) = 3x + 2$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/qr-lVSHC4Kw>

$$a. 2 \cdot (x + 1) - 3 \cdot (x - 4) = 2x + 3$$

Quitar paréntesis. $2x + 2 - 3x + 12 = 2x + 3$

Términos con x al primer miembro y términos sin x al segundo miembro.

$$2x - 3x - 2x = 3 - 2 - 12; \text{ agrupamos términos. } -3x = -11 \rightarrow x = \frac{11}{3}$$

$$b. 5 \cdot (x + 2) - 3 \cdot (x + 3) = x - 3$$

Quitar paréntesis.

$$5x + 10 - 3x - 9 = x - 3$$

Términos con x al primer miembro

Términos sin x al segundo miembro

$$5x - 3x - x = -3 - 10 + 9 \rightarrow x = -4$$

$$c. 3 \cdot (x + 4) - 5 \cdot (x - 3) = 3x + 2$$

Quitar paréntesis. $3x + 12 - 5x + 15 = 3x + 2$

Términos con x al primer miembro y términos sin x al segundo miembro

$$3x - 5x - 3x = 2 - 12 - 15$$

Agrupar términos $-5x = -25$

Despejar la x $\rightarrow x = 5$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones quitando denominadores.

$$a. \frac{x}{5} - \frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = -3$$

$$b. \frac{3 \cdot (x+1)}{2} - \frac{2 \cdot (x+2)}{3} = 2x - 1$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/SwGcaHnrFvU>

$$\frac{x}{5} - \frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = -3$$

Quitar denominadores: $\left(\frac{x}{5} - \frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = -3\right) \cdot 30;$

$$6x - 15 \cdot (x-1) - 10 \cdot (x+1) = -90$$

Quitar paréntesis: $6x - 15x + 15 - 10x - 10 = -90$

Términos con x al primer miembro y términos sin x al segundo miembro

$$6x - 15x - 10x = -90 - 15 + 10$$

Agrupar términos: $-19x = -95$

Despejar la x: $x = 5$

$$\frac{3 \cdot (x+1)}{2} - \frac{2 \cdot (x+2)}{3} = 2x - 1$$

Quitar paréntesis: $\frac{3x+3}{2} - \frac{2x+4}{3} = 2x - 1$

Quitar denominadores: $\left(\frac{3x+3}{2} - \frac{2x+4}{3} = 2x - 1\right) \cdot 6$

$$3 \cdot (3x+3) - 2 \cdot (2x+4) = 6 \cdot (2x-1)$$

Quitar paréntesis: $9x + 9 - 4x - 8 = 12x - 6$

Términos con x al primer miembro y términos sin x al segundo miembro.

$$9x - 4x - 12x = -6 - 9 + 8$$

Agrupar términos: $-7x = -7$
Despejar la x : $x = 1$

4. Resuelve la siguiente ecuación.

$$\text{a. } \frac{2 \cdot (x+1)}{3} - \frac{3 \cdot (x+2)}{2} = x - 6$$

$$\text{b. } \frac{x+1}{2} - \frac{x+2}{3} - \frac{x+4}{5} = -1$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/12218HWAIWc>

$$\frac{2 \cdot (x+1)}{3} - \frac{3 \cdot (x+2)}{2} = x - 6$$

$$\text{Quitar paréntesis: } \frac{2x+2}{3} - \frac{3x+6}{2} = x - 6$$

$$\text{Quitar denominadores: } \left(\frac{2x+2}{3} - \frac{3x+6}{2} = x - 6 \right) \cdot 6$$

$$2 \cdot (2x+2) - 3 \cdot (3x+6) = 6 \cdot (x-6)$$

$$\text{Quitar paréntesis: } 4x + 4 - 9x - 18 = 6x - 36$$

Términos con x al primer miembro y términos sin x al segundo miembro.

$$4x - 9x - 6x = -36 - 4 + 18$$

$$\text{Agrupar términos: } -11x = -22$$

$$\text{Despejar la } x: x = 2$$

$$\frac{x+1}{2} - \frac{x+2}{3} - \frac{x+4}{5} = -1$$

$$\text{Quitar denominadores: } \left(\frac{x+1}{2} - \frac{x+2}{3} - \frac{x+4}{5} = -1 \right) \cdot 30$$

$$15 \cdot (x+1) - 10 \cdot (x+2) - 6 \cdot (x+4) = -30$$

$$\text{Quitar paréntesis: } 15x + 15 - 10x - 20 - 6x - 24 = -30$$

Términos con x al primer miembro y términos sin x al segundo miembro.

$$15x - 10x - 6x = -30 - 15 + 20 + 24$$

$$\text{Agrupar términos: } -x = -1$$

$$\text{Despejar la } x: x = 1$$

2. ECUACIONES DE 2º GRADO.

$$\text{FÓRMULA: } ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

VER VÍDEO https://youtu.be/CIztlV_6ktk

Deducción de la fórmula.

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow 4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0 \rightarrow 4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = -4ac + b^2 \rightarrow (2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \rightarrow 2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

5. Resolver las ecuaciones siguientes:

$$\text{a. } x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\text{b. } x^2 - 6x + 9 = 0$$

c. $2x^2 - 5x + 9 = 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/0c-cyXHD2j8>

$$\text{a. } x^2 - 5x + 4 = 0 \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 4 \end{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \end{cases}$$

Interior de la raíz positivo

$$\text{b. } x^2 - 6x + 9 = 0 \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 9 \end{cases} x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{6 \pm 0}{2} \rightarrow \overbrace{x = 3}^{\text{solución doble}}$$

Interior de la raíz cero

$$\text{c. } 2x^2 - 5x + 9 = 0 \begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \\ c = 9 \end{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{-47}}{2} = \nexists \text{ solución real.}$$

Interior de la raíz negativo

6. Resolver las ecuaciones siguientes:

a. $2x^2 + 3x - 5 = 0$

b. $4x^2 - 4x + 1 = 0$

c. $2x^2 + 4x + 9 = 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/Xz088MxqMcU>

$$\text{a. } 2x^2 + 3x - 5 = 0 \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = -5 \end{cases} x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-3 \pm 7}{4}$$

Interior de la raíz positivo

$$\rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-5}{2} \end{cases}$$

$$\text{b. } 4x^2 - 4x + 1 = 0 \begin{cases} a = 4 \\ b = -4 \\ c = 1 \end{cases} x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{4 \pm 0}{8} \rightarrow \overbrace{x = \frac{1}{2}}^{\text{solución doble}}$$

Interior de la raíz cero

$$\text{c. } 2x^2 + 4x + 9 = 0 \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \\ c = 9 \end{cases} x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9}}{2 \cdot 2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-56}}{2} = \nexists \text{ solución real.}$$

Interior de la raíz negativo

7. Resolver las ecuaciones incompletas siguientes:

a. $3x^2 - 9x = 0$

b. $2x^2 - 5x = 0$

c. $3x^2 - 7 = 0$

d. $2x^2 + 4 = 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/I-Pv9tul8sM>

5

- a. $\overbrace{3x^2 - 9x = 0}^{\text{Ecuación incompleta}} \rightarrow x(3x - 9) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 3x - 9 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$
- b. $\overbrace{2x^2 - 5x = 0}^{\text{Ecuación incompleta}} \rightarrow x(2x - 5) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 2x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{2} \end{cases}$
- c. $\overbrace{3x^2 - 7 = 0}^{\text{Ecuación incompleta}} \rightarrow 3x^2 = 7 \rightarrow x^2 = \frac{7}{3} \rightarrow X = \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$
- d. $\overbrace{2x^2 + 4 = 0}^{\text{Ecuación incompleta}} \rightarrow 2x^2 = -4 \rightarrow x^2 = -2 \rightarrow x = \pm\sqrt{-2} = \nexists \text{ solución real.}$

8. Resolver las ecuaciones incompletas siguientes:

- a. $3x^2 - 5x = 0$
 b. $2x^2 - 7x = 0$
 c. $x^2 - 5 = 0$
 d. $2x^2 - 8 = 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/0IuDb1Lm5G0>

- a. $\overbrace{3x^2 - 5x = 0}^{\text{Ecuación incompleta}} \rightarrow x(3x - 5) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 3x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{3} \end{cases}$
- b. $\overbrace{2x^2 - 7x = 0}^{\text{Ecuación incompleta}} \rightarrow x(2x - 7) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 2x - 7 = 0 \rightarrow x = \frac{7}{2} \end{cases}$
- c. $\overbrace{x^2 - 5 = 0}^{\text{Ecuación incompleta}} \rightarrow x^2 = 5 \rightarrow x = \pm\sqrt{5}$
- d. $\overbrace{2x^2 - 8 = 0}^{\text{Ecuación incompleta}} \rightarrow 2x^2 = 8 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

9. Resolver las ecuaciones factorizadas siguientes:

- a. $(x + 1) \cdot (x - 2) = 0$
 b. $(x + 1) \cdot (x - 2) = -2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/QUU-CLIFuLk>

El producto de paréntesis
es igual a cero

a. $\overbrace{(x + 1) \cdot (x - 2) = 0}^{\text{Ecuación incompleta}} \begin{cases} x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \end{cases}$

El producto de paréntesis
es distinto de cero

b. $\overbrace{(x + 1) \cdot (x - 2) = -2}^{\text{Ecuación incompleta}} \rightarrow x^2 - x - 2 = -2 \rightarrow \overbrace{x^2 - x}^{\text{Ecuación incompleta}} = 0 \rightarrow x \cdot (x - 1) = 0$

En este caso debes operar.

$\begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$

10. Resolver la ecuación siguiente:

$$2x \cdot (x + 1) - (x + 2) \cdot (x + 1) = x + 1$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/MW2nrT0oCQI>

Operar hasta llegar a una expresión

$$\begin{aligned} & \overbrace{2x \cdot (x + 1) - (x + 2) \cdot (x + 1)}^{ax^2+bx+c=0} = x + 1 \rightarrow 2x^2 + 2x - (x^2 + x + 2x + 2) = x + 1 \rightarrow \\ & \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{array} \right\} x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \\ & = \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

11. Resolver la ecuación siguiente:

$$x \cdot (x - 1) - (2x + 2) \cdot (x - 1) = 2x - 2$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/SL68oKEvSRI>

Operar hasta llegar a una expresión

$$\begin{aligned} & \overbrace{x \cdot (x - 1) - (2x + 2) \cdot (x - 1)}^{ax^2+bx+c=0} = 2x - 2 \rightarrow x^2 - x - (2x^2 - 2x + 2x - 2) = 2x - 2 \rightarrow \\ & \rightarrow \begin{cases} -x^2 - 3x + 4 = 0 \\ x^2 + 3x - 4 = 0 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -4 \end{array} \right\} x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} = \\ & = \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases} \end{aligned}$$

12. Resolver la ecuación siguiente:

$$\frac{x \cdot (x - 1)}{2} - \frac{(x + 3) \cdot (x - 1)}{3} = \frac{2x - 2}{4}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/t0QYCozpw6Y>

Operar hasta llegar a una expresión

$$\begin{aligned} & \overbrace{\frac{x \cdot (x - 1)}{2} - \frac{(x + 3) \cdot (x - 1)}{3}}^{ax^2+bx+c=0} = \frac{2x - 2}{4}; \\ & \frac{6 \cdot \overbrace{x \cdot (x - 1)}^{x^2-x}}{2} - 4 \cdot \overbrace{(x + 3) \cdot (x - 1)}^{x^2-x+3x-3} = \frac{3 \cdot (2x - 2)}{4} \\ & 6x^2 - 6x - 4x^2 - 8x + 12 = 6x - 6 \rightarrow 2x^2 - 20x + 18 = 0 \rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \\ & x^2 - 10x + 9 = 0 \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ b = -10 \\ c = 9 \end{array} \right\} x = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} \\ & = \begin{cases} x = 9 \\ x = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

3. ECUACIONES DE GRADO MAYOR QUE 2.**a. Bicuadradas. $ax^{2k} + bx^k + c = 0$**

CARLOS ALCOVER GARAU. LICENCIADO EN CIENCIAS QUÍMICAS (U.I.B.) Y DIPLOMADO EN TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS (I.A.T.A.).

13. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b. $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$

c. $x^4 - x^2 + 9 = 0$

d. $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

VER VIDEO <https://youtu.be/aYzQaYmNRH0>

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \quad \begin{array}{l} \text{Sustituir} \\ x^2 \text{ por } t \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad t^2 - 5t + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \\ t = 4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 + 4 = 0 \quad \begin{array}{l} \text{Sustituir} \\ x^2 \text{ por } t \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad t^2 + 5t + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = -1 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow \nexists \text{ sol. real} \\ t = -4 \rightarrow x^2 = -4 \rightarrow \nexists \text{ sol. real} \end{cases}$$

$$x^4 - x^2 + 9 = 0 \quad \begin{array}{l} \text{Sustituir} \\ x^2 \text{ por } t \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad t^2 - t + 9 = 0 \rightarrow \nexists \text{ solución real.}$$

$$x^6 - 9x^3 + 8 = 0 \quad \begin{array}{l} \text{Sustituir} \\ x^3 \text{ por } t \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad t^2 - 9t + 8 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 1 \rightarrow x^3 = 1 \rightarrow x = 1 \\ t = 8 \rightarrow x^3 = 8 \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

b. No bicuadradas.

14. Resuelve:

a. $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

b. $2x^5 + x^4 - 2x^3 - x^2 = 0$

VER VIDEO <https://youtu.be/EuugVv1UbuQ>

15. Resuelve: $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0 \quad \begin{array}{l} \text{Factorizamos} \\ \text{el polinomio} \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

16. Resuelve: $x^4 + 3x^3 + 13x^2 + 12x + 4 = 0$

$$x^4 + 3x^3 + 13x^2 + 12x + 4 = 0$$

Factorizamos
el polinomio

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 \cdot (x + 2)^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (doble)} \\ x = -2 \text{ (doble)} \end{cases}$$

4. ECUACIONES RACIONALES. LA VARIABLE EN EL DENOMINADOR.

17. Resuelve estas ecuaciones:

CARLOS ALCOVER GARAU. LICENCIADO EN CIENCIAS QUÍMICAS (U.L.B.) Y DIPLOMADO EN TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS (I.A.T.A.).

$$\text{a. } \frac{x}{x+1} - \frac{x}{x-1} = \frac{-4}{x^2-1}$$

$$\text{b. } \frac{1}{x^2-x} + \frac{x}{x^2-1} = \frac{3}{2x-2}$$

VER VIDEO <https://youtu.be/iVlzk2q8kGI>

18. Resuelve esta ecuación:

$$\frac{1}{x^2-5x+6} - \frac{1}{x^2-3x+2} = \frac{-1}{x^2-4x+3}$$

VER VIDEO <https://youtu.be/re-UnsPwnzs>

19. Resuelve estas ecuaciones:

$$\text{a. } \frac{6x}{x^2-9} - \frac{x}{x-3} = 2$$

$$\text{b. } \frac{5}{x^2-1} - \frac{10}{x+1} = \frac{-5}{3}$$

VER VIDEO <https://youtu.be/-ZH1UTSsW7Y>

20. Resuelve esta ecuación:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4}$$

El M.C.M. de los denominadores es $4x^2$

$$\frac{4x-4}{4x^2} = \frac{x^2}{4x^2}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0; x = 2$$

Sustituimos el 2 en el enunciado para ver la validez de la solución y comprobar los resultados

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}, \text{ válida}$$

21. Resuelve esta ecuación:

$$\frac{1}{x^2-x} + \frac{x}{x^2-1} = \frac{3}{2x-2}$$

Igualamos denominadores a cero y resolvemos. Descartamos soluciones.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - x = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \\ x^2 - 1 = 0 \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \\ 2x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \end{array} \right\} x = 0, x = 1 \text{ y } x = -1 \text{ no pueden ser soluciones.}$$

Factorizamos denominadores.

$$\frac{1}{\underbrace{x^2-x}_{x \cdot (x-1)}} + \frac{x}{\underbrace{x^2-1}_{(x-1) \cdot (x+1)}} = \frac{3}{\underbrace{2x-2}_{2 \cdot (x-1)}}$$

El M.C.M. de los denominadores es $2 \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x+1)$

$$\frac{2 \cdot (x+1) + 2x^2}{2 \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x+1)} = \frac{3 \cdot x \cdot (x+1)}{2 \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x+1)}$$

$$2x + 2 + 2x^2 = 3x^2 + 3x \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \begin{cases} x = 1 \text{ no válida.} \\ x = -2 \text{ válida.} \end{cases}$$

22. Resuelve esta ecuación:

$$\frac{x+2}{x+1} + \frac{x+3}{x+2} = \frac{3x+14}{2x+4}$$

Igualamos denominadores a cero y resolvemos. Descartamos soluciones.

$$\begin{cases} x+1=0; x=-1 \\ x+2=0; x=-2 \end{cases} x = -1 \text{ y } x = -2 \text{ no pueden ser soluciones.}$$

Factorizamos denominadores.

$$\frac{x+2}{x+1} + \frac{x+3}{x+2} = \frac{3x+14}{\underbrace{2x+4}_{2 \cdot (x+2)}}$$

El M.C.M. de los denominadores es $2 \cdot (x+1) \cdot (x+2)$

$$\frac{2 \cdot (x+2)^2 + (x+3) \cdot 2 \cdot (x+1)}{2 \cdot (x+1) \cdot (x+2)} = \frac{(3x+14) \cdot (x+1)}{2 \cdot (x+1) \cdot (x+2)}$$

$$2x^2 + 8x + 8 + 2x^2 + 2x + 6x + 6 = 3x^2 + 3x + 14x + 14$$

$$x^2 - x = 0 \begin{cases} x = 0, \text{ válida.} \\ x = 1, \text{ válida.} \end{cases}$$

23. Resuelve esta ecuación:

$$\frac{1}{x^2 - 4x + 3} - \frac{2}{x^2 - 3x + 2} = \frac{-5}{24}$$

Igualamos denominadores a cero y resolvemos. Descartamos soluciones.

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0; \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \\ x^2 - 3x + 2 = 0; \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} x = 1, x = 2 \text{ y } x = 3 \text{ no pueden ser soluciones.}$$

Factorizamos denominadores.

$$\frac{1}{\underbrace{x^2 - 4x + 3}_{(x-1) \cdot (x-3)}} - \frac{2}{\underbrace{x^2 - 3x + 2}_{(x-1) \cdot (x-2)}} = \frac{-5}{24}$$

El M.C.M. de los denominadores es

$$24 \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)$$

$$\frac{24 \cdot (x-2) - 2 \cdot 24 \cdot (x-3)}{24 \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)} = \frac{-5 \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)}{24 \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)}$$

$$24x - 48 - 48x + 144 = (-5x+5) \cdot (x^2 - 5x + 6)$$

$$96 - 24x = -5x^3 + 25x^2 - 30x + 5x^2 - 25x + 30$$

$$5x^3 - 30x^2 + 31x - 66 = 0$$

Resolviendo por Ruffini, $x = -1$, válida.

5. ECUACIONES IRRACIONALES. LA VARIABLE EN EL INTERIOR DE UNA RAÍZ.

a. Con una raíz.

24. Resolver las ecuaciones siguientes:

a. $x - \sqrt{x} = 2$

b. $\sqrt{x+1} - x = -1$

VER VIDEO <https://youtu.be/8kLhSRJPEM0>

Aislamos la raíz

$$x - 2 = \sqrt{x}$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$$(x - 2)^2 = \overbrace{(\sqrt{x})^2}^{\text{bimomino al cuadrado}}$$

$$x^2 - 4x + 4 = x$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 \rightarrow 1 - \sqrt{1} \neq 2, \text{ no válida} \\ x = 4 \rightarrow 4 - \sqrt{4} = 2, \text{ válida.} \end{array} \right.$$

Aislamos la raíz

$$\sqrt{x+1} = x - 1$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$$x + 1 = \overbrace{(x - 1)^2}^{\text{bimomino al cuadrado}}$$

$$x + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow \sqrt{0+1} - 0 \neq -1, \text{ no válida} \\ x = 3 \rightarrow \sqrt{3+1} - 3 = -1, \text{ válida.} \end{array} \right.$$

25. Resolver las ecuaciones

a. $x - \sqrt{x^3 - 1} = 1$

b. $2x - \sqrt{2x + 1} = 5$

VER VIDEO <https://youtu.be/bJeYXDGuano>

Aislamos la raíz

$$x - 1 = \sqrt{x^3 - 1}$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$$\overbrace{(x - 1)^2}^{\text{bimomino al cuadrado}} = (\sqrt{x^3 - 1})^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = x^3 - 1 \rightarrow x^3 - x^2 + 2x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow 1 - 1 = \sqrt{1^3 - 1}; \text{ válida.}$$

Aislamos la raíz

$$2x - 5 = \sqrt{2x + 1}$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado

bimomino al cuadrado

$$(2x - 5)^2 = 2x + 1$$

$$4x^2 - 20x + 25 = 2x + 1$$

$$4x^2 - 22x + 24 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 4 \rightarrow 2 \cdot 4 - \sqrt{2 \cdot 4 + 1} = 5, \text{ válida} \\ x = \frac{3}{2} \rightarrow 2 \cdot \frac{3}{2} - \sqrt{2 \cdot \frac{3}{2} + 1} \neq 5, \text{ no válida} \end{array} \right.$$

b. Con más de una raíz.

26. Resolver la ecuación

$$a. \sqrt{2x - 5} + \sqrt{x - 1} = 2\sqrt{3}$$

$$b. \frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x} = \frac{-3}{2}$$

VER VIDEO <https://youtu.be/5htJNAFEq90>

27. Resolver la ecuación $\sqrt{x + 1} + \sqrt{x} = \sqrt{1 - x}$

VER VIDEO <https://youtu.be/MsWl8bTUrXw>

Hay una raíz aislada.

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$$(\sqrt{x + 1} + \sqrt{x})^2 = 1 - x$$

$$x + 1 + 2\sqrt{x + 1}\sqrt{x} + x = 1 - x$$

$$2\sqrt{x(x + 1)} = 1 - x - x - 1 - x \rightarrow 2\sqrt{x^2 + x} = -3x$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$$4(x^2 + x) = 9x^2 \rightarrow -5x^2 + 4x = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow \sqrt{0 + 1} + \sqrt{0} = \sqrt{1 - 0}, \text{ válida} \\ x = \frac{4}{5} \rightarrow \sqrt{\frac{4}{5} + 1} + \sqrt{\frac{4}{5}} \neq \sqrt{1 - \frac{4}{5}}, \text{ no válida} \end{array} \right.$$

28. Resolver la ecuación $\sqrt{x} - \sqrt{x - 3} = 1$

Aislamos una raíz

$$\sqrt{x} = 1 + \sqrt{x - 3}$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$$x = (1 + \sqrt{x - 3})^2$$

$$x = 1 + 2\sqrt{x - 3} + x - 3$$

CARLOS ALCOVER GARAU. LICENCIADO EN CIENCIAS QUÍMICAS (U.L.B.) Y DIPLOMADO EN TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS (I.A.T.A.).

Aislamos una raíz

$$x - 1 - x + 3 = 2\sqrt{x-3} \rightarrow 2 = 2\sqrt{x-3}$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$$4 = 4(x-3)$$

$$x = 4 \rightarrow \sqrt{4} - \sqrt{4-3} = 1, \text{ válida}$$

29. Resolver la ecuación $\sqrt{x+4} = 2 + \sqrt{x-4}$

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$$x + 4 = (2 + \sqrt{x-4})^2$$

$$x + 4 = 4 + 4\sqrt{x-4} + x - 4$$

Aislamos una raíz

$$x + 4 - 4 - x + 4 = 4\sqrt{x-4} \rightarrow 4 = 4\sqrt{x-4}$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$$16 = 16(x-4)$$

$$x = 5 \rightarrow \sqrt{5+4} - \sqrt{5-4} = 1, \text{ válida}$$

30. Resolver la ecuación $\sqrt{2x} - \sqrt{x-4} = 2$

Aislamos una raíz

$$\sqrt{2x} = 2 + \sqrt{x-4}$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$$2x = (2 + \sqrt{x-4})^2$$

$$2x = 4 + 4\sqrt{x-4} + x - 4$$

Aislamos una raíz

$$2x - 4 - x + 4 = 4\sqrt{x-4} \rightarrow x = 4\sqrt{x-4}$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$$x^2 = 16(x-4) \rightarrow x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$x = 8 \rightarrow \sqrt{2 \cdot 8} - \sqrt{8-4} = 2, \text{ válida}$$

6. ECUACIONES EXPONENCIALES. LA VARIABLE ESTÁ EN EL EXPONENTE.

a. Ecuaciones exponenciales simples. Solo hay x en un exponente.

31. Resolver las ecuaciones siguientes:

a. $2^x = 8$

b. $3^{x+1} = 10$

c. $5^x = 0$

d. $7^x = -1$

e. $3^{x+1} \cdot 2^{x+1} = 36$

f. $2^{3x} = 0,5^{3x+2}$

g. $5^{x^2-3x+1} = \frac{1}{5}$

VER VIDEO <https://youtu.be/o8VrtBxIqx8>

dos formas.
$$\begin{cases} 2^x = 2^3 \rightarrow x = 3 \\ \log 2^x = \log 8 \rightarrow x \cdot \log 2 = \log 8 \rightarrow x = \frac{\log 8}{\log 2} = 3 \end{cases}$$

$$5^{x^2-3x+1} = 5^{-1} \rightarrow x^2 - 3x + 1 = -1 \rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

b. Ecuaciones exponenciales compuestas. Hay x en más de un exponente.

32. Resolver las ecuaciones siguientes:

a. $2^x - 2^{x-2} = 3$

b. $2^x + 2^{x+1} = 6$

VER VIDEO <https://youtu.be/4bQTiXfARsU>

33. Resolver la ecuación $25^x + 5^{x+1} - 5^{x-1} = 16225$

VER VIDEO <https://youtu.be/W456e907S30>

$$2^x + 2 \cdot 2^x = 6 \stackrel{2^x=t}{\rightarrow} t + 2t = 6 \rightarrow t = 2 \stackrel{2^x=t}{\rightarrow} 2^x = 2 \rightarrow x = 1$$

34. Resolver la ecuación $4^x + 2^{1-x} = \frac{33}{2}$

VER VIDEO <https://youtu.be/1LWQA9wQEM8>

$$(2^x)^2 + \frac{2}{2^x} = \frac{33}{2} \stackrel{2^x=t}{\rightarrow} t^2 + \frac{2}{t} = \frac{33}{2}; 2t^3 + 4 = 33t \rightarrow \overbrace{2t^3 - 33t + 4 = 0}^{\text{Ruffini}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 4 \stackrel{2^x=t}{\rightarrow} 2^x = 4 \rightarrow x = 2 \\ t = \frac{-4 + 3\sqrt{2}}{2} \stackrel{2^x=t}{\rightarrow} 2^x = \frac{-4 + 3\sqrt{2}}{2} \stackrel{\text{aplicando logaritmos}}{\rightarrow} x = \frac{\log \frac{-4 + 3\sqrt{2}}{2}}{\log 2} = -3'04 \\ t = \frac{-4 - 3\sqrt{2}}{2} \stackrel{2^x=t}{\rightarrow} 2^x = \frac{-4 - 3\sqrt{2}}{2} \rightarrow x = \frac{\log \frac{-4 - 3\sqrt{2}}{2}}{\log 2}, \text{ \#solución.} \end{array} \right.$$

35. Resuelve estas ecuaciones:

a. $\sqrt{2x-1} = \sqrt{x-1}$

b. $2^x + 2^{1-x} = 3$

VER VIDEO <https://youtu.be/Pt-l0soC2wg>

36. Resuelve estas ecuaciones:

a.- $\sqrt{x+7} - \sqrt{x} = 1$

b.- $4^{2x} - 2^{2x} = 12$

VER VÍDEO https://youtu.be/KHv620_d-RU

7. ECUACIONES LOGARÍTMICAS.

37. Resuelve aplicando la definición de logaritmo:

a. $\log_x 27 = 3$

b. $\log_2 x = 4$

c. $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{3} = x$

d. $\log_{\frac{1}{5}} \sqrt{125} = x$

VER VÍDEO <https://youtu.be/toh5cbbh-i4>

38. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $\log x + \log(x-9) = \log(2x-10)$

VER VÍDEO <https://youtu.be/9a4NVm3sKuo>

$$\log x + \log(x-9) = \log(2x-10) \rightarrow \log x \cdot (x-9) = \log(2x-10) \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - 9x = 2x - 10 \rightarrow x^2 - 11x + 10 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 10 \xrightarrow{*} \text{válida} \\ x = 1 \xrightarrow{*} \text{no válida} \end{cases}$$

* Sustituimos en el enunciado para verificar que la solución es correcta, pues pueden salir soluciones que no lo son, y hay que detectarlas.

39. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $\log_2(x+1) + \log_2(3x-1) = \log_2 x$

VER VÍDEO <https://youtu.be/xS6o3gYBPcQ>

$$\log_2(x+1) - \log_2(3x-1) = \log_2 x \rightarrow \log_2 \frac{x+1}{3x-1} = \log_2 x \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{x+1}{3x-1} = x \rightarrow x+1 = 3x^2 - x \rightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \rightarrow \text{válida} \\ x = \frac{-1}{3} \rightarrow \text{no válida} \end{cases}$$

40. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $2 \cdot \log x - \log(8x+2) = 1 - \log 100x$

VER VÍDEO <https://youtu.be/9v9fwkjrnmw>

$$\log x^2 - \log(8x+2) = \log 10 - \log 100x \rightarrow \log \frac{x^2}{8x+2} = \log \frac{10}{100x}$$

$$\rightarrow 10x^3 - 8x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \rightarrow \text{válida} \\ x = \frac{-5 + \sqrt{5}}{10} \rightarrow \text{no válida} \\ x = \frac{-5 - \sqrt{5}}{10} \rightarrow \text{no válida} \end{cases}$$

41. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $\ln x - 2 \ln (2x - e) = -1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/MDrXjbptnE>

$$\ln x - \ln(2x - e)^2 = \ln e^{-1} \rightarrow \ln \frac{x}{(2x - e)^2} = \ln e^{-1} \rightarrow$$

$$\frac{x}{(2x - e)^2} = \frac{1}{e} \rightarrow ex = 4x^2 - 4ex + e^2 \rightarrow 4x^2 - 5ex + e^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = e \rightarrow \text{válida} \\ x = \frac{e}{4} \rightarrow \text{no válida.} \end{cases}$$

42. Resuelve la siguiente ecuación:

a. $\log(\log x) = 0$

b. $\log_2(\log_2(\log_2 x)) = 1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/wpHFn4qUBI8>

a.

$$\log(\log x) = 0 \xrightarrow{*} 10^0 = \log x \rightarrow \log x = 1 \xrightarrow{*} x = 10 \rightarrow \text{válida}$$

* aplicamos la definición de logaritmo.

b.

$$\log_2(\log_2(\log_2 x)) = 1 \xrightarrow{*} (\log_2(\log_2 x)) = 2^1 = 2 \xrightarrow{*} \log_2 x = 2^2 \rightarrow x = 2^4 = 16$$

* aplicamos la definición de logaritmo.

43. Resuelve las siguiente ecuaciones:

a. $\log(x + 10) - \log(x + 1) = 1$

b. $2 \cdot \log_2(x + 3) - \log_2(x + 2) = 2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/Zy-sp2of5bQ>

a.

$$\log \frac{x + 10}{x + 1} = \log 10 \rightarrow \frac{x + 10}{x + 1} = 10 \rightarrow x + 10 = 10x + 10 \rightarrow x = 0 \text{ válida}$$

b.

$$\log_2(x + 3)^2 - \log_2(x + 2) = \log_2 4 \rightarrow \log_2 \frac{(x + 3)^2}{x + 2} = \log_2 4 \rightarrow \frac{(x + 3)^2}{x + 2} = 4$$

$$x^2 + 6x + 9 = 4x + 8 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \text{ válida}$$

44. Resuelve la siguiente ecuación: $\log(x + 6) - \log(x - 3) + \log(2x + 2) = 2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/6NvqRRkdEn8>

$$\log \frac{x + 6}{x - 3} + \log(2x + 2) = \log 100 \rightarrow \log \frac{(x + 6) \cdot (2x + 2)}{x - 3} = \log 100 \rightarrow$$

$$\frac{(x + 6) \cdot (2x + 2)}{x - 3} = 100 \rightarrow 2x^2 + 14x + 12 = 100x - 300 \rightarrow 2x^2 - 86x + 312 = 0$$

$$\begin{cases} x = 39 \\ x = 4 \end{cases} \text{ ambas son válidas.}$$

45. Resuelve la siguiente ecuación: $\log_3(\log_5(\log_2 x)) = 1$

CARLOS ALCOVER GARAU. LICENCIADO EN CIENCIAS QUÍMICAS (U.I.B.) Y DIPLOMADO EN TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS (I.A.T.A.).

VER VÍDEO <https://youtu.be/sIvAYR7uEc4>

$$\log_5 (\log_2 x) = 3; \log_2 x = 5^3 = 125; x = 2^{125}$$

46. Resuelve la siguiente ecuación: $\frac{1}{2} \log_3 x - \log_3 (x - 8) = 1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/wOTkrucsfda>

$$\log_3 \sqrt{x} - \log_3 (x - 8) = \log_3 3 \rightarrow \log_3 \frac{\sqrt{x}}{x - 8} = \log_3 3 \rightarrow \frac{\sqrt{x}}{x - 8} = 3$$

$$\sqrt{x} = 3x - 24 \rightarrow (\sqrt{x})^2 = (3x - 24)^2 \rightarrow x = 9x^2 - 144x + 576$$

$$9x^2 - 145x + 576 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 9, \text{ válida} \\ x = \frac{64}{9}, \text{ no válida} \end{cases}$$

47. Resolver la ecuación siguiente $\frac{1}{2} \log_2 (x + 5) + \log_2 (2 + x) = 1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/SvVrEAlDRW4>

$$\log_2 \sqrt{x + 5} + \log_2 (2 + x) = \log_2 2 \rightarrow \log_2 [\sqrt{x + 5} \cdot (2 + x)] = \log_2 2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sqrt{x + 5} \cdot (2 + x) = 2 \rightarrow [\sqrt{x + 5} \cdot (2 + x)]^2 = 2^2 \rightarrow (x + 5) \cdot (4 + 4x + x^2) = 4$$

$$4x + 4x^2 + x^3 + 20 + 20x + 5x^2 = 4 \rightarrow x^3 + 9x^2 + 24x + 16 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1, \text{ válida.} \\ x = -4, \text{ no válida.} \end{cases}$$

8. ECUACIONES EN VALOR ABSOLUTO.

48. Resolver las ecuaciones siguientes:

a. $|x+1| = 2$

b. $|3x - 2| = 7$

c. $|x^2 + 3x + 3| = 1$

d. $|x + 3| = -1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/HSKVmWhsAQQ>

a. $|x + 1| = 2 \rightarrow \begin{cases} x + 1 = 2; x = 1 \\ x + 1 = -2; x = -3 \end{cases}$

b. $|3x - 2| = 7 \rightarrow \begin{cases} 3x - 2 = 7; 3x = 9; x = 3 \\ 3x - 2 = -7; 3x = -5; x = \frac{-5}{3} \end{cases}$

c. $|x^2 + 3x + 3| = 1 \rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 3 = 1 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases} \\ x^2 + 3x + 3 = -1 \rightarrow \text{No tiene solución real} \end{cases}$

d. $|x + 3| = -1$ no tiene solución.

49. Resolver la ecuación

- a. $|x| + 1 = 3$
 b. $|x+1| + x = 1$
 c. $|x+1| + |x-2| = 5$

VER VÍDEO <https://youtu.be/yKh668J1Mx8>

- a. $|x| = 2 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$
 b. $\begin{cases} \text{Si } x > -1 \rightarrow x + 1 + x = 1 \rightarrow x = 0 \\ \text{Si } x < -1 \rightarrow -x - 1 + x = 1 \rightarrow -1 = 1 \rightarrow \text{no hay sol.} \end{cases}$
 c. $\begin{cases} \text{si } x < -1 \rightarrow -x - 1 - x + 2 = 5 \rightarrow -2x = 4 \rightarrow x = -2 \\ \text{si } -1 \leq x \leq 2 \rightarrow x + 1 - x + 2 = 5 \rightarrow 3 = 5 \rightarrow \text{no hay sol.} \\ \text{si } x > 2 \rightarrow x + 1 + x - 2 = 5 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3 \end{cases}$