**SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.**

# PROBABILIDAD.

**Ejercicios básicos. Espacio muestral. Ley de Laplace. Tabla de contingencia. Diagrama de árbol.**

## 1. EJERCICIOS BÁSICOS. ESPACIO MUESTRAL. LEY DE LAPLACE.

**1. Lanzamos dos monedas. Calcular la probabilidad de que salgan dos caras; salga al menos una cruz.**

$$\text{Espacio muestral:}\left\{\begin{matrix}\text{cc}\\\text{cx}\\\text{xc}\\\text{xx}\end{matrix}\right\}\begin{cases}\text{P(dos c)} = \dfrac{1}{4}\\[2ex]\text{P(al menos una x)} = \dfrac{3}{4}\end{cases}$$

**2. Lanzamos tres monedas. Calcular la probabilidad de que salgan tres caras; salgan exactamente dos cruces; salgan más caras que cruces.**

$$\text{Espacio muestral:}\left\{\begin{matrix}\text{ccc}\\\text{ccx}\\\text{cxc}\\\text{xcc}\\\text{cxx}\\\text{xcx}\\\text{xxc}\\\text{xxx}\end{matrix}\right\}\begin{cases}\text{P(tres caras)} = \dfrac{1}{8}\\[2ex]\text{P(exactamente dos cruces)} = \dfrac{3}{8}\\[2ex]\text{P(mas c que x)} = \dfrac{4}{8}\end{cases}$$

**3. Lanzamos cuatro monedas. Calcular la probabilidad de que salgan exactamente tres caras; salgan exactamente dos cruces; salgan más caras que cruces.**

$$\text{Espacio muestral:}\left\{\begin{matrix} cccx & cccc \\ ccxx & ccxc \\ cxcx & cxcc \\ xccx & xccc \\ cxxx & cxxc \\ xcxx & xcxc \\ xxcx & xxcc \\ xxxx & xxxc \end{matrix}\right\}\left\{\begin{array}{l} P(\text{tres caras}) = \dfrac{4}{16} \\ P(\text{exactamente dos cruces}) = \dfrac{6}{16} \\ P(\text{mas c que x}) = \dfrac{5}{16} \end{array}\right.$$

Las columnas rojas son el lanzamiento de tres monedas. En la primera añadimos una x a cada una de ellas y en la segunda añadimos una cara. Así obtenemos el espacio muestral para cuatro monedas.
Si aumentamos el número de monedas lanzadas, trabajar con el espacio muestral es casi imposible. Trabajaremos con distribución binomial. Lo veremos más adelante.

**4. Lanzamos 2 dados de 6 caras no trucados y consideramos los sucesos siguientes: A "la suma de los resultados de los 2 dados es 7" y B "el producto de los resultados de los 2 dados es impar"**

**a. Calcula la probabilidad de cada uno de ellos.**

**b. ¿Son independientes los 2 sucesos?**

VER VIDEO https://youtu.be/gdVPUqV0bG8

Espacio muestral:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | $P(A) = P(\text{suma} = 7) = \dfrac{6}{36}$ |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | $P(B) = P(\text{producto impar}) = \dfrac{9}{36}$ |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | |

b. $P(A \cap B) = 0 \neq P(A) \cdot P(B) \rightarrow$ Son dependientes.

**5. Un dado se carga de manera que la probabilidad de obtener un 6 es de 1/2 y las probabilidades de obtener cada una de las otras caras son iguales a p. Se lanza el dado, calcula la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:**

**a. Se obtiene un dos.**

**b. No se obtiene ningún tres.**

**c. Se obtiene un número par.**

**d. Se obtiene un número impar.**

$$\overbrace{p+p+p+p+p}^{\text{Probabilidad de no sacar un 6}} = 0{,}5 \rightarrow p = 0{,}1$$

a. $P(2) = 0{,}1$

b. $P(\text{ningún } 3) = 1 - P(3) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$

c. $P(\text{par}) = 0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}5 = 0{,}7$

d. $P(\text{impar}) = 0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}1 = 0{,}3$

**6. Lanzamos tres dados. Calcular la probabilidad de que los tres sean impares, el tercero sea la suma de los otros dos y de que la suma sea mayor que 12.**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $11\left\{\begin{matrix}1\\2\\3\\4\\5\\6\end{matrix}\right.$ | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 |

Hacer completo el espacio muestral no podemos pues son 216 casos posibles. Pero podemos basarnos en el espacio muestral de dos dados.

$$P(\text{los tres impares}) = \frac{27}{216}$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $11\left\{\begin{matrix}1\\2\\3\\4\\5\\6\end{matrix}\right.$ | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 |

$$P(3^{\underline{o}} = \text{suma dos primeros}) = \{112, 213, 314, 415, 516, 123, 224, 325, 426, \dots\} = \frac{15}{216}$$

$$P(\text{suma} > 12)\left\{\begin{matrix}616\\626\\625\\636\\635\\634\\\vdots\\266\\265\\256\end{matrix}\right\} = \frac{27}{216}$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $11\left\{\begin{matrix}1\\2\\3\\4\\5\\6\end{matrix}\right.$ | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 |

## 2. TABLA DE CONTINGENCIA.

**7. Se ha hecho un estudio sobre el miedo a volar y el nivel de estrés en una cierta comunidad. Nos dicen que el 60 % de los individuos no tiene miedo a volar y el 50 % tiene un nivel bajo de estrés, el 25 % un nivel medio y el 5 por ciento un nivel alto de estrés y miedo a volar. Sabiendo además que el 5 % de los individuos tiene un nivel medio de estrés y no tiene miedo a volar, calcular:**

**a. Probabilidad de que un individuo de la comunidad tenga un nivel medio de estrés y miedo a volar.**

**b. Sabiendo que un individuo tiene miedo a volar cuál es la probabilidad de que tenga un nivel de estrés bajo.**

**c. Son independientes los sucesos nivel de estrés bajo y miedo a volar razona la respuesta.**

VER VIDEO https://youtu.be/wxw83WQbUdo

| | ALTO (A) | MEDIO (M) | BAJO (B) | |
|---|---|---|---|---|
| MV (V) | 5 | 20 | 15 | 40 |
| NMV ($V^c$) | 20 | 5 | 35 | 60 |
| | 25 | 25 | 50 | |

a. $P\,(M \cap V) = 20\ \% = 0{,}2$

b. $P\left({}^{B}/_{V}\right) = \dfrac{P(B \cap V)}{P(V)} = \dfrac{0{,}15}{0{,}4} = 0{,}375$

c. $\left\{\begin{matrix}P(B \cap V) = 0{,}15\\P(B) \cdot P(V) = 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}2\end{matrix}\right\} P(B \cap V) \neq P(B) \cdot P(V) \rightarrow \text{Dependientes.}$

**8. En una segunda clase segundo de bachiller, el 60% de los estudiantes son chicas, el 40% aprobó la lengua española y el 20% de ellos son chicas que aprobaron lengua castellana. Pregunta:**

**a. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar una persona que sea chico y suspenda lengua castellana?**
**b. ¿Cuál es la probabilidad de que un chico suspenda lengua castellana?**
**c. Si un estudiante ha aprobado lengua española, ¿cuál es la probabilidad de que sea chico?**

VER VIDEO https://youtu.be/2Ps30i1EvjY

| | $L$ | $\bar{L}$ | |
|---|---|---|---|
| $A$ | 0,2 | 0,4 | 0,6 |
| $\bar{A}$ | 0,2 | 0,2 | 0,4 |
| | 0,4 | 0,6 | 1 |

a. $P(A \cap \bar{L}) = 0{,}4$

b. $P(\bar{L}/\bar{A}) = \dfrac{P(\bar{L} \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \dfrac{0{,}2}{0{,}4} = \dfrac{1}{2}$

c. $P(\bar{A}/L) = \dfrac{P(\bar{A} \cap L)}{P(L)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}4} = \dfrac{1}{2}$

**9. Sean A y B dos sucesos que tienen probabilidades 0.4 y 0.6 respectivamente. Se sabe que, dado B, la probabilidad de que ocurra A es 0.3. Se pide:**
**a. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran ambos sucesos a la vez?**
**b. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra cualquiera de los sucesos?**
**c. ¿Cuál es la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos?**

VER VIDEO https://youtu.be/70XTCREqZKY

$P(A) = 0{,}4;\ p(B) = 0{,}6 \text{ y } P(A/B) = 0{,}3$

| | $B$ | $\bar{B}$ | |
|---|---|---|---|
| $A$ | 0,18 | 0,22 | 0,4 |
| $\bar{A}$ | 0,42 | 0,18 | 0,6 |
| | 0,6 | 0,4 | |

a.
$P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \to P(A \cap B) = 0{,}18$

b. $P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}82$

c. $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}18$

**10. Sean A y B dos sucesos tales que $P(A \cup B) = 0{,}9$, $p(A^C) = 0{,}4$, donde $A^C$ denota el suceso complementario al suceso A, y $P(A \cap B) = 0{,}2$. Calcular las probabilidades siguientes: P(B), P(A/B), $P(A) \cap B^C)$ y $P(A^C \cup B^C)$.**

VER VIDEO https://youtu.be/kvrElYnatB8

$P(AUB) = P(A) + P(B) – P(A \cap B) \to 0{,}9 = 0{,}6 + P(B) – 0{,}2 \to P(B) = 0{,}5$

| | $B$ | $B^c$ | |
|---|---|---|---|
| $A$ | 0’2 | 0’4 | 0’6 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $A^c$ | 0'3 | 0'1 | 0'4 |
| | 0'5 | 0'5 | 1 |

P(B) = 0,5

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}2}{0{,}5} = 0{,}4$$

$P(A\cap B^c) = 0{,}4$

$P(A^c \cup B^c) = P(A^c) + P(B^c) - P(A^c\cap B^c) = 0{,}8$

**11. Un estudiante realiza dos pruebas en un mismo dia. La probabilidad de que apruebe la primera prueba es de 0.6; la probabilidad de que apruebe la segunda es de 0.8, y la probabilidad de que apruebe ambas es de 0.5.**

**a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos una prueba?**

**b) ¿Cuál es la probabilidad de que no apruebe ninguna prueba?**

**c) Son "aprobar la primera prueba" y "aprobar la segunda prueba" sucesos independientes?**

**d) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe la segunda prueba en caso de no haber superado la primera?**

VER VÍDEO https://youtu.be/WPPHV3etR0k

Hacemos una tabla de contigencia.

| | B | $\overline{B}$ | |
|---|---|---|---|
| A | 0'5 | 0'1 | 0'6 |
| $\overline{A}$ | 0'3 | 0'1 | 0'4 |
| | 0'8 | 0'2 | 1 |

a) P(aprobar al menos una) = 1 – P( no aprobar ninguna) = 1 – 0'1 = 0'9

b) P(no aprobar ninguna) = 0'1

c) $P(A).P(B) = 0'48 \neq P(A\cap B) \longrightarrow$ dependientes.

d) $$P\left(\frac{B}{\overline{A}}\right) = \frac{P(B\cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{0'3}{0'4} = 0'75$$

**12. Contestar los apartados siguientes:**

**a. Si la probabilidad de la intersección de dos sucesos independientes es 0,2 y la de su unió es 0,7, ¿Cuál es la probabilidad de cada uno de los sucesos?**

**b. En un experimento se sabe que p(A) = 0'6, p(B) = 0'3 y p(A/B) = 0'1. Calcule p(A U B).**

VER VIDEO https://youtu.be/RbdRgjByfco

a)

$$\left.\begin{array}{r} P(A\cap B) = 0'2 = P(A).P(B) \\ P(AUB) = 0'7 = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A\cap B)}_{0'2} \end{array}\right\} \begin{cases} P(A) = 0'5y\ P(B) = 0'4 \\ P(A) = 0'4y\ P(B) = 0'5 \end{cases}$$

b)

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \rightarrow P(A\cap B) = 0'1.0'3 = 0'03$$

P(AUB) = P(A) + P(B) – P(A∩B) = 0'6 + 0'3 – 0'03 = 0'87

**13. Considerar dos sucesos, A y B. Si se conocen las probabilidades p(A) = 0'84; p(B) = 0'5 y p($A^c \cup B^c$) = 0'58: (donde $A^c$ es el suceso complementario de A). Entonces:**

**a) ¿Son independientes los sucesos A i B?**

**b) Calcular la probabilidad de que se cumplan B y $A^c$.**

$p(A^c \cup B^c) = P(A^c) + P(B^c) - P(A^c \cap B^c) \rightarrow P(A^c \cap B^c) = 0'08$

| | B | $B^c$ | |
|---|---|---|---|
| A | 0'42 | 0'42 | 0'84 |
| $A^c$ | 0'08 | 0'08 | 0'16 |
| | 0'5 | 0'5 | 1 |

a)

$$\text{Si } P(A).P(B) \begin{cases} = P(A \cap B) \rightarrow \text{independientes} \\ \neq P(A \cap B) \rightarrow \text{dependientes} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P(A).P(B) = 0'84.0'5 = 0'42 \\ P(A \cap B) = 0'42 \end{cases} \rightarrow \text{independientes.}$$

b)

$P(A^c \cap B) = 0'08$ (tabla).

**14. Una familia que hace un viaje en coche desde Cartagena por la Comunidad Valenciana tiene un 50% de probabilidades de visitar la ciudad de Valencia, un 40% de visitar a Peñiscola y el 30% de visitar ambas ciudades. Se pregunta:**

**a. La probabilidad de que visite al menos una de las dos ciudades.**

**b. La probabilidad de que visite València pero no visite Peñíscola.**

**c. La probabilidad de que visite únicamente una de las ciudades.**

**d. La probabilidad de que visite Peñíscola, sabiendo que ha visitado Valencia.**

| | P | $P^c$ | |
|---|---|---|---|
| V | 0'3 | 0'2 | 0'5 |
| $V^c$ | 0'1 | 0'4 | 0'5 |
| | 0'4 | 0'6 | 1 |

a) P(Al menos una) =1 – P(ninguna) = 1 – 0'4 = 0'6

b) $P(V \cap P^c) = 0'2$

c) P(visite una de las dos) = $P(V \cap P^c) + P(V^c \cap P) = 0'2 + 0'1 = 0'3$

$$\text{d) } P\left({}^{P}/_{V}\right) = \frac{P(P \cap V)}{V} = \frac{0'3}{0'5} = 0'6$$

**15. Dados dos sucesos, se sabe que P(A) = 0'6, P(B) = 0'3 y P($A \cap B$) = 0'2. Calcular:**

**a) P(A/B) y P(A/$A \cap B$).**

**b) P(AUB), P[($A \cap B$)/(AUB)] y P(A/AUB)**

a)

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0'2}{0'3} = \frac{2}{3}$$

$$P(A/A \cap B) = \frac{P(A \cap (A \cap B))}{P(A \cap B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B)} = 1$$

b)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0'7$$

$$P(A \cap B / A \cup B) = \frac{P((A \cap B) \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{0'2}{0'7} = \frac{2}{7}$$

$$P(A/A \cup B) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{0'6}{0'7} = \frac{6}{7}$$

**16. En una determinada fábrica de automóviles, el 10% de los coches tiene defectos de motor, el 8% tienen defectos de carrocería y el 4% de ambos.**

**a. Expresa los datos proporcionados como probabilidades.**
**b. ¿Cuál es la probabilidad de que un coche tenga al menos un defecto?**
**c. ¿Cuál es la probabilidad de que un coche no sea defectuoso?**
**d. Expresa los resultados obtenidos en b) y c) en porcentajes.**

a)

| | C | $C^c$ | |
|---|---|---|---|
| M | 0'04 | 0'06 | 0'1 |
| $M^c$ | 0'04 | 0'86 | 0'9 |
| | 0'08 | 0'92 | |

b) P(Al menos uno) =1 – P(ninguno) = 1 – 0'86 = 0'14 = 14%

c) $P(M^c \cap C^c)$ = 0'86 = 86%

**17. Sean A y B dos sucesos tales que P(A) = 0,3, P(B) = 0,7 y P(A∩B) = 0,1. Se pregunta calcular las siguientes probabilidades: $\mathbf{P(\overline{A}), P(\overline{A} \cap \overline{B}), P(\overline{A} \cup \overline{B}), P(A \cap \overline{B})}$ y $\mathbf{P(A/A \cap B)}$**

Hacemos una tabla de contingencia:

| | B | $\overline{B}$ | |
|---|---|---|---|
| A | 0'1 | 0'2 | 0'3 |
| $\overline{A}$ | 0'6 | 0'1 | 0'7 |
| | 0'7 | 0'3 | |

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0'7$$
$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0'1$$
$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0'9$$
$$P(A \cap \overline{B}) = 0'2$$
$$P(A/A \cap B) = \frac{P(A \cap A \cap B)}{P(A \cap B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B)} = 1$$

**18. En cierta Universidad hay estudiantes de Ingeniería, de Ciencias y de letras. Se han graduado el 15% de la ingeniería, el 20% de ciencia y el 35% de los estudiantes de letras. Se sabe que el 20% estudia ingeniería, el 30% Ciencias y el 50% letras.**

**a. Especifique los porcentajes dados como probabilidades.**

**Tomando una oportunidad de estudiante:**

**b) Se pregunta la probabilidad de completar los estudios y sean de ingeniería.**

**c) Nos dice que ha completado sus estudios. Pregunta la probabilidad de que sean de ingeniería**

a) P(I) = 0'2; P(C) = 0'3; P(L) = 0'5; P(A/I) = 0'15; P(A/C) = 0'2 y P(A/L) = 0'35

b) $P(A\cap I) = P(I).P(A/I) = 0'2.0'15 = 0'03$

c) $P(A) = P(A\cap I) + P(A\cap C) + P(A\cap L) = P(I).P(A/I) + P(C).P(A/C) + P(L).P(A/L) = 0'2.0'15 + 0'3.0'2 + 0'5.0'35 = 0'265$

$$P\left(\frac{I}{A}\right) = \frac{P(A\cap I)}{P(A)} = \frac{0'03}{0'256} \approx 0'1172$$

**19. Son A y B dos sucesos independientes. La probabilidad de que ocurra A es 0'4, y la probabilidad de B es 0'7.**

**a. Calcular la probabilidad de al menos uno de los dos eventos.**

**b) Calcular la probabilidad de que ocurra el suceso A pero no el B.**

Si A y B son independientes, $P(A\cap B) = P(A).P(B) = 0'4.0'7 = 0'28$.

Tabla de contingencia:

| | B | $\overline{B}$ | |
|---|---|---|---|
| A | 0'28 | 0'12 | 0'4 |
| $\overline{A}$ | 0'02 | 0'58 | 0'6 |
| | 0'3 | 0'7 | 1 |

a) P(al menos uno) = 1 – P(ninguno) = 1 – 0'58 = 0'42

b) $P(A\cap\overline{B}) = 0'12$

**20. En una ciudad determinada, el 20% de los habitantes habla inglés, el 30% tiene educación superior y el 15% habla inglés y tiene educación superior.**

**a. Calcular la probabilidad de que eligiendo un habitante de esta ciudad al azar, o habla inglés o tiene educación superior.**

**b) ¿En esta ciudad son independiente los sucesos "hablan inglés" y "tienen educación superior"?**

| | S → estudios superiores | NS → no estudios superiores | |
|---|---|---|---|
| I → habla inglés | 15 | 5 | 20 |
| NI → no habla inglés | 15 | 65 | 80 |
| | 30 | 70 | 100 |

a) $P(NA \cap NS) = 65\% = 0'65$.

b) $\left.\begin{cases} P(I).P(S) = 0'2.0'3 = 0'06 \\ P(I \cap S) = 0'15 \end{cases}\right\} P(I).P(S) \neq P(I \cap S) \rightarrow \text{Dependientes}$

## 3. DIAGRAMA DE ÁRBOL.

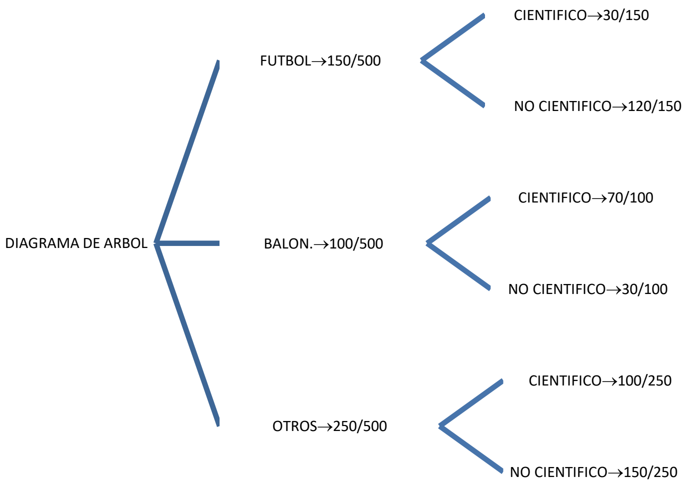
**21. En una comunidad de 500 estudiantes de segundo de bachillerato, 200 estudian la opción científica. Hay 150 que practican fútbol y 100 que practican baloncesto (entendemos que no hay nadie que practique fútbol y baloncesto a la vez). De los que practican baloncesto, 70 estudian la opción científica y hay 150 estudiantes que no practican deporte ni hacen la opción científica. Calcular:**

**a) Probabilidad de que un estudiante estudie la opción científica y no practique deporte.**

**b) Sabiendo que un estudiante practica fútbol, ¿Cuál es la probabilidad de que estudie la opción cientifica?**

**c) ¿Son independientes los sucesos "practicar fútbol" y "estudiar la opción científica"?**

VER VIDEO https://youtu.be/oH5Sw0XqGHo




$$P(CIEN \cap OTROS) = \frac{250}{500} \cdot \frac{100}{250} = \frac{1}{5}$$

$$P\left(\frac{CIEN}{FUTBOL}\right) = \frac{P(CIEN \cap FUTBOL)}{P(FUTBOL)} = \frac{\frac{150}{500} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{150}{500}} = \frac{1}{5}$$

$$\left.\begin{aligned} P(CIEN) \cdot P(FUTBOL) &= \frac{200}{500} \cdot \frac{150}{500} = \frac{3}{25} \\ P(CIEN \cap FUTBOL) &= \frac{150}{500} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{50} \end{aligned}\right\} \text{Resultados distintos, DEPENDIENTES}$$

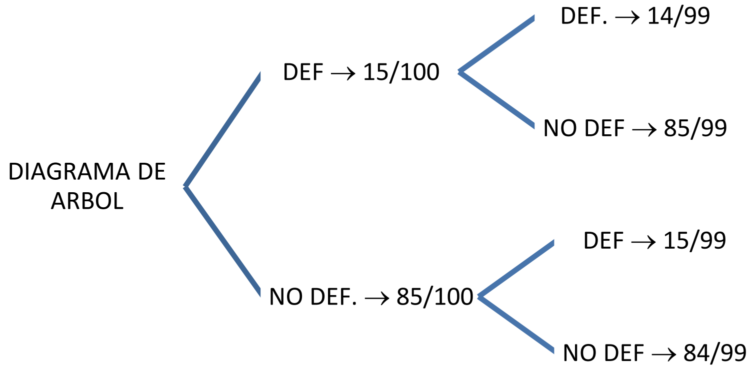
**22. En una máquina se han fabricado 100 piezas, de las cuales 15 han presentado algún defecto.**

**a. Calcula la proporción de piezas que no son defectuosas.**

**b. Calcula la probabilidad de que si examinamos dos piezas al azar, ambas sean defectuosas.**

**c. Si tomamos dos piezas al azar, y la 1ª es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que la 2ª no lo sea?**

VER VIDEO https://youtu.be/6SSYUCLDaC8




a. El 85 5 no son defectuosas.

b.

$$P(\text{ambas def.}) = P(DEF_1 \cap DEF_2) = \frac{15}{100} \cdot \frac{14}{99} = \frac{7}{330}$$

$$P\left({}^{\text{NO DEF}_2}/_{\text{DEF}_1}\right) = \frac{P(\text{NO DEF}_2 \cap \text{DEF}_1)}{P(\text{DEF}_1)} = \frac{\frac{15}{100} \cdot \frac{85}{99}}{\frac{15}{100}} = \frac{85}{99}$$

---

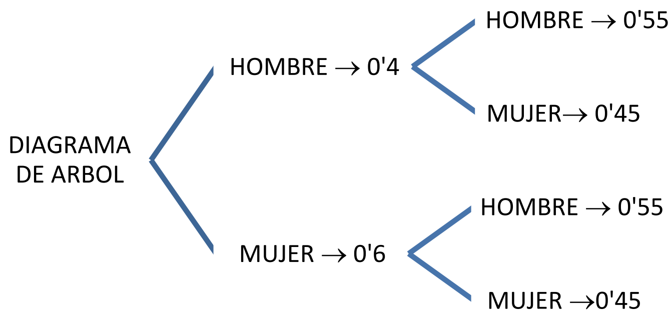
**23. Una empresa tiene dos fábricas, en la 1ª el 60 % de los trabajadores son mujeres y en la 2ª el 55 % de los trabajadores son hombres. Se elige al azar un trabajador de cada fábrica para pertenecer al comité de empresa. Suponiendo que el hecho de pertenecer a una fábrica es independiente de pertenecer a la otra, calcula:**

**a. La probabilidad de los siguientes sucesos A: los dos son hombres; B: sólo hay una mujer y C: las dos son mujeres.**

**b. Razona si el suceso contrario al C es el A, el B, el A ∪ B, el A ∩ *B* o algún otro y calcula su probabilidad.**

VER VIDEO https://youtu.be/79K1MqKYuN4

---




a.

$P(A) = P(H_1)\cdot P(H_2) = 0{,}4\cdot 0{,}55 = 0{,}22$

$P(B) = P(H_1)\cdot P(M_2) + P(M_1)\cdot P(H_2) = 0{,}4\cdot 0{,}45 + 0{,}6\cdot 0{,}55 = 0{,}51$

$P(C) = P(M_1)\cdot P(M_2) = 0{,}6\cdot 0{,}45 = 0{,}27$

b. El suceso contrario a "las dos personas son mujeres" sería "hay algún hombre" que es el suceso A U B.

P(AUB) = 1 – P(C) = 1 – 0,27 = 0,73

**24. Tenemos un dado correcto y dos urnas con bolas descritas a continuación:**
**Urna I: 1 bola negra, 3 bolas rojas y 6 bolas verdes.**
**Urna II: 2 bolas negras, 6 bolas rojas y 2 bolas verdes.**
**Tiramos el dado. Si obtienes 1 o 2, ve a la urna I. Si sale 3, 4, 5 o 6, vamos a la urna II. Extraemos al azar una bola de la urna correspondiente.**

**a. Haz un diagrama de árbol que representa el experimento con todas las probabilidades.**

**b. Calcular las siguientes probabilidades:**

**i) p** $(\{3,4,5,6\}\mathbf{y}\{\textbf{bola roja}\})$

**ii) p** $\left(\{\textbf{bola verde}\}/_{\{1\}}\right)$

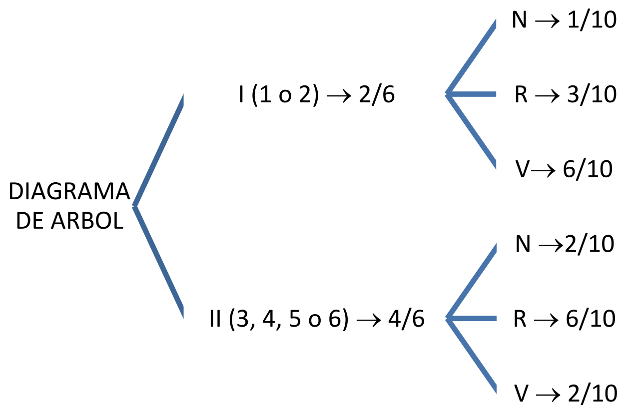
**iii) p** $\left(\{\textbf{bola roja}\}/_{\{5\}}\right)$

**iv) p** $(\{2\} \cap \{\textbf{bola verde}\})$

**c. Calcular la probabilidad de la bola extraída haya sido roja y haya sido negra. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída haya sido verde? ¿Cuánto es la suma de las tres probabilidades? Justifica la respuesta.**

VER VIDEO https://youtu.be/CceRWFXmKXU

a.




b.

$$P(\{3,4,5,6\}y\{\text{bola roja}\}) = \frac{4}{6}\cdot\frac{6}{10} = 0{,}4$$

$$P\left(\{\text{bola verde}\}/_{\{1\}}\right) = \frac{6}{10}$$

$$P\left(\{\text{bola roja}\}/_{\{5\}}\right) = \frac{6}{10}$$

$$P(\{2\} \cap \{\text{bola verde}\}) = \frac{1}{6}\cdot\frac{6}{10} = 0{,}1$$

c.

$$P(\{\text{roja}\}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{3}{10} + \frac{4}{6}\cdot\frac{6}{10} = 0{,}5$$

$$P(\{\text{negra}\}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{1}{10} + \frac{4}{6}\cdot\frac{2}{10} = \frac{1}{6}$$

$$P(\{\text{verde}\}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{6}{10} + \frac{4}{6}\cdot\frac{2}{10} = \frac{1}{3}$$

Las tres probabilidades suman 1.

**25. Tenemos dos urnas descritas a continuación :**
**Urna I: 2 bolas negras, 1 bola roja y 3 bolas verdes.**
**Urna II: 1 bola negra, 2 bolas rojas y 1 bola verde.**
**El experimento consiste en extraer una bola al azar de la urna 1, introducirla en la urna dos y finalmente extraer una bola al azar de la urna 2.**

**a. Hacer un diagrama de árbol que represente el experimento con las probabilidades asociadas.**

**b. Calcula la probabilidad de que la 2ª bola extraída sea:**

**i. Roja.**

**ii. Negra.**

**iii. Verde.**

**c. Sabiendo que la 2ª bola ha sido negra ¿cuál es la probabilidad de que la 1ª también sea negra?**

**d. ¿Cuál es la probabilidad de que la 1ª bola sea roja siendo roja la 2ª?**

VER VIDEO https://youtu.be/Zwu79T3cJZo

DIAGRAMA DE ÁRBOL
- NEGRA $\rightarrow$ 2/6
  - NEGRA $\rightarrow$ 2/5
  - ROJA $\rightarrow$ 2/5
  - VERDE $\rightarrow$ 1/5
- ROJA $\rightarrow$ 1/6
  - NEGRA $\rightarrow$ 1/5
  - ROJA $\rightarrow$ 3/5
  - VERDE $\rightarrow$ 1/5
- VERDE $\rightarrow$ 3/6
  - NEGRA $\rightarrow$ 1/5
  - ROJA $\rightarrow$ 2/5
  - VERDE $\rightarrow$ 2/5

b.

$$P(\text{negra}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}+\frac{3}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{4}{15}$$

$$P(\text{roja}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{5}+\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}=\frac{13}{30}$$

$$P(\text{verde}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}+\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}=\frac{3}{10}$$

c.

$$P\left({}^{N_1}/_{N_2}\right)=\frac{P(N_1\cap N_2)}{P(N_2)}=\frac{\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{5}}{\frac{4}{15}}=\frac{1}{2}$$

d.

$$P\left({}^{R_1}/_{R_2}\right) = \frac{P(R_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}}{\frac{13}{30}} = \frac{1}{13}$$

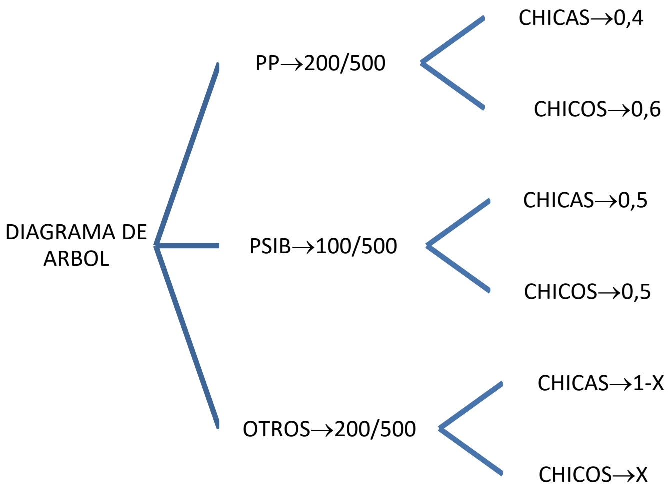
**26. Queremos hacer un estudio de las opiniones políticas de los estudiantes de primer curso de la Universidad. Para ello hemos tomado una muestra representativa de 500 estudiantes de primer curso y les hemos preguntado por qué partido político votaron en las últimas elecciones. De los 500 de estudiantes, 200 votaron al PP, 100 al PSIB y el resto a otras formaciones políticas. Sabemos que 200 de los estudiantes eran chicos, que el 40 % de los votantes del PP son chicas y que el 50 % de los votantes del PSIB son chicos. Se pregunta:**

**a. La probabilidad de que un estudiante haya votado a otras formaciones políticas y sea chica.**

**b. La probabilidad de que un estudiante chico haya votado al PP.**

**c. La probabilidad de que un estudiante que ha votado a otras formaciones políticas sea chica.**

VER VÍDEO https://youtu.be/wpI3HYHblpk




$$P(\text{CHICO}) = \frac{200}{500} = \frac{2}{5}\cdot 0{,}4 + \frac{1}{5}\cdot 0{,}5 + \frac{2}{5}\cdot x \rightarrow x = 0{,}15$$

$$\text{a. } P(O \cap A) = \frac{2}{5}\cdot 0{,}85 = 0{,}34$$

$$\text{b. } P(PP/O) = \frac{P(PP \cap O)}{P(O)} = \frac{\frac{2}{5}\cdot 0{,}6}{\frac{2}{5}} = 0{,}6$$

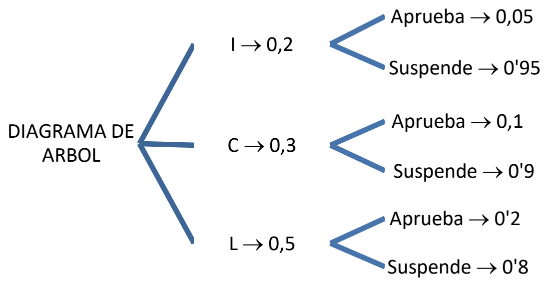
$$\text{c. } P(A/\text{OTRAS}) = \frac{P(A \cap \text{OTRAS})}{P(\text{OTRAS})} = \frac{\frac{2}{5}\cdot 0{,}85}{\frac{2}{5}} = 0{,}85$$

**27. En una universidad donde no hay más que estudiantes de ingeniería, de ciencias y de letras, acaban la carrera de 5% de la ingeniería, 10% de las ciencias y 20% de letras. Se sabe que el 20% estudia ingeniería, el 30% ciencias y el 50%, letras. Tomó a un estudiante al azar, pregunta:**

**a. Probabilidad de acabar la carrera de ingeniería.**

**b Nos dice que ha terminado su carrera, calcular la probabilidad de sea de ingeniería.**

VER VÍDEO https://youtu.be/cDoqHg35K9I




a. $P(A \cap I) = 0{,}2 \cdot 0{,}05 = 0{,}01$

b.

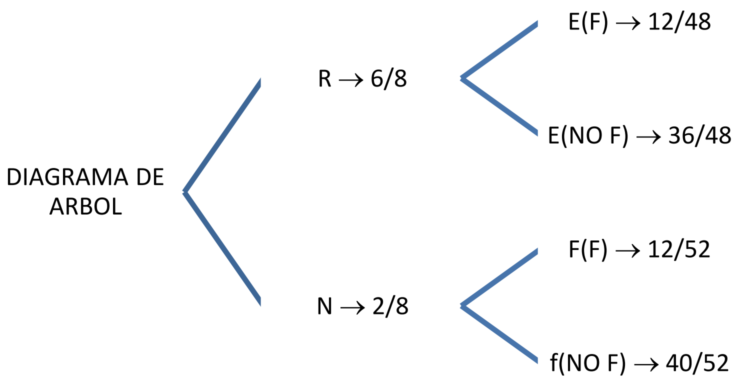
$$P(I/A) = \frac{P(I \cap A)}{P(A)} = \frac{0{,}01}{0{,}2 \cdot 0{,}05 + 0{,}3 \cdot 0{,}1 + 0{,}5 \cdot 0{,}2} = 0{,}0714$$

**28. Una urna con 6 bolas rojas y 2 bolas negras. Se dispone además de una baraja española 48 cartas y una baraja francesa de 52 cartas. Se extrae una bola al azar. Si es roja, extraemos una carta de la baraja española. Si se extrae bola negra, extraemos una carta de la baraja francesa.**

**a. Calcule la probabilidad de que la carta extraída sea figura**

**b. Si la carta extraída es figura, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea roja?**

VER VÍDEO https://youtu.be/r14ISSlhtLw




$$a.\ P(\text{figura}) = \frac{6}{8} \cdot \frac{12}{48} + \frac{2}{8} \cdot \frac{12}{52} = \frac{51}{208}$$

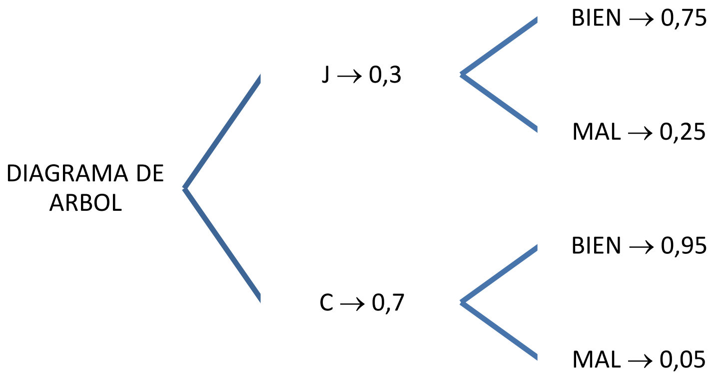
$$b.\ P(R/\text{figura}) = \frac{P(R \cap \text{Figura})}{P(\text{Figura})} = \frac{\frac{6}{8} \cdot \frac{12}{48}}{\frac{51}{208}} = \frac{13}{17}$$

**29. Un restaurante tiene contratados dos camareros, Juan y Catalina, para atender el servicio de comedor. Catalina pone el servicio el 70% de los días y se confunde al colocar los cubiertos el 5% de los días que pone el servicio. Joan, por contra, coloca mal alguna pieza el 25% de los días que posa el servicio.**

**a. Esta mañana, el encargado del restaurant pasa revista al servicio: ¿Cuál es la probabilidad de que encuentre algún servicio mal colocado?**

**b. Para desgracia, el encargado encuentra unos cubiertos mal colocados y desea saber la probabilidad de que haya sido Juan.**

VER VÍDEO https://youtu.be/6cZ1PsbUH2g




$$\text{a. } P(MAL) = P(J) \cdot P(MAL/J) + P(C) \cdot P(MAL/C) = 0{,}3 \cdot 0{,}25 + 0{,}7 \cdot 0{,}05 = 0{,}11$$

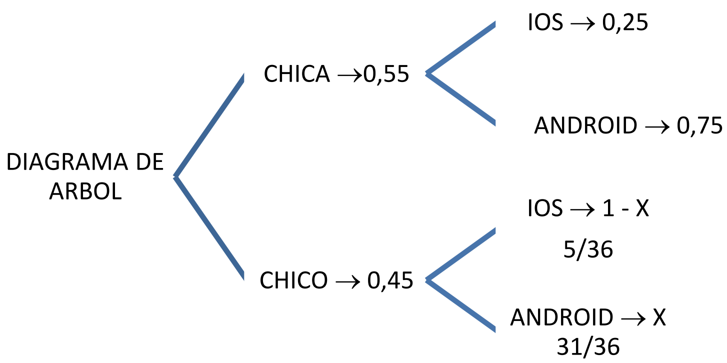
$$\text{b. } P(J/MAL) = \frac{P(J \cap MAL)}{P(MAL)} = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}25}{0{,}11} = 0{,}682$$

**30. Suponemos que los estudiantes de la UIB solo tienen dos sistemas operativos en sus teléfonos móviles: android y IOS (el de los iphone). El 80% de los estudiantes de la UIB tienen el sistema operativo android. El 25% de las chicas estudiantes de la UIB tienen IOS en su teléfono móvil y el 45% de los estudiantes de la UIB son chicos.**

**a. Hallar la probabilidad de que un muchacho de la UIB tenga IOS en su teléfono móvil.**

**b. Hallar la probabilidad de que un estudiante que tenga android en el teléfono móvil sea chica.**

VER VIDEO https://youtu.be/drPeEqZ7fxg




$$P(ANDROID) = 0{,}55 \cdot 0{,}75 + 0{,}45 \cdot x = 0{,}8 \rightarrow x = \frac{31}{36}$$

a.

$$P\left({}^{IOS}/_{CHICO}\right) = \frac{p(IOS \cap ANDROID)}{p(CHICOS)} \frac{0{,}45 \cdot \frac{5}{36}}{0{,}45} = \frac{5}{36}$$

b.

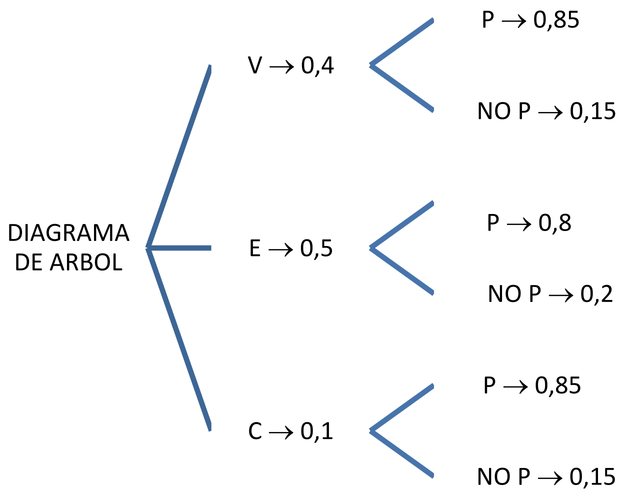
$$p(CHICA/ANDROID) = \frac{P(CHICA \cap ANDROID)}{P(ANDROID)} = \frac{0{,}55 \cdot 0{,}75}{0{,}8} = \frac{33}{64}$$

**31. En una cierta entidad bancaria, el 40% de los créditos concedidos son para vivienda, el 50% se destinan a empresas, y el 10% son para consumo. Se sabe además que, de los créditos concedidos a vivienda, el 15% resultan impagados; de los créditos concedidos a empresas son impagados el 20%; y de los créditos concedidos al consumo resultan impagados el 15%.**

**a) Calcular la probabilidad de que un cierto crédito elegido al azar sea pagado.**

**b. ¿Cuál es la probabilidad de que un crédito elegido al azar se haya destinado a consumo, sabiendo que se ha pagado?**

VER VIDEO https://youtu.be/fTkBDE_MbGs




a.

$$P(P) = P(V)\cdot P(P/V) + P(E)\cdot P(P/E) + P(C)\cdot P(P/C) =$$
$$= 0{,}4\cdot 0{,}85 + 0{,}5\cdot 0{,}8 + 0{,}1\cdot 0{,}85 = 0{,}825$$

b.

$$P(C/P) = \frac{P(C\cap P)}{P(P)} = \frac{P(C)\cdot P(P/C)}{P(P)} = \frac{0{,}1\cdot 0{,}85}{0'825} = 0{,}103$$

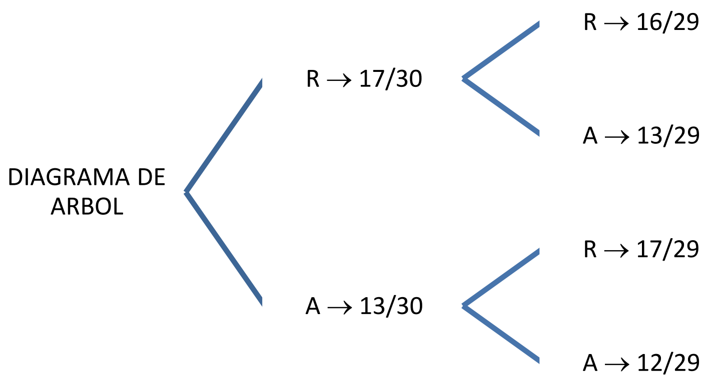
**32. Un estuche que contiene 17 lápices rojos y 13 de color azul.**

**a. Si elegimos uno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea roja?**

**b. Si extraemos dos aleatoriamente, sin reemplazamiento, ¿cuál es la probabilidad de que ambos sean azules?**

**c. Si se eligen dos aleatoriamente, sin ser reemplazados, calcule la probabilidad de que el primero sea azul y el segundo sea rojo.**

VER VIDEO https://youtu.be/tLl1LGeZ6wQ




a. $P(R) = 17/30$

b.

$$P(\text{ambas azules}) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) = \frac{13}{30} \cdot \frac{12}{29} = \frac{26}{145}$$

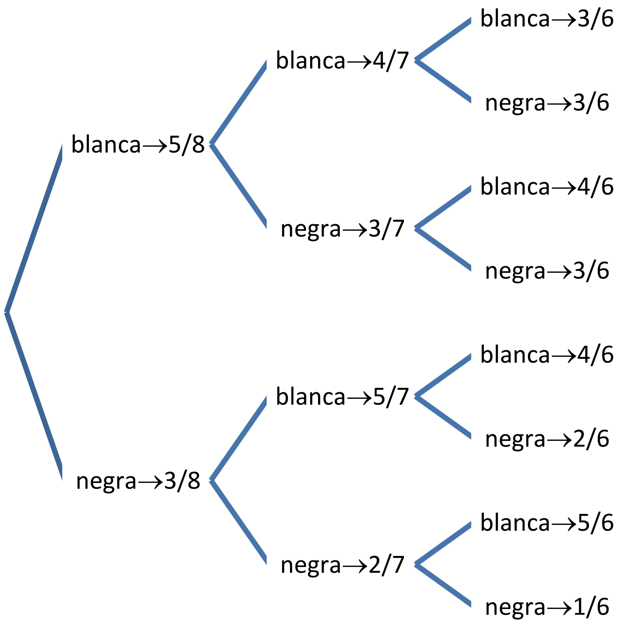
c.

$$P(A_1 \cap R_2) = P(A_1) \cdot P(R) = \frac{13}{30} \cdot \frac{17}{29} = \frac{221}{870}$$

**33. Una urna contiene 5 bolas blanca y 3 negras. Se extraen 3 bolas al azar sin reemplazamiento.**

**a) Calcula la probabilidad de que se extraigan 2 blancas y 1 negra.**

**b) Calcula la probabilidad de que se extraiga al menos 1 negra.**




$$P(2b \text{ y } 1n) = P(b \cap b \cap n) + P(b \cap n \cap b) + P(n \cap b \cap b) = \frac{5\,4\,3}{8\,7\,6} + \frac{5\,3\,4}{8\,7\,6} + \frac{3\,5\,4}{8\,7\,6} = \frac{15}{28}$$

$$P(\text{al menos } 1n) = 1 - P(\text{ninguna } n) = 1 - P(b \cap b \cap b) = 1 - \frac{5\,4\,3}{8\,7\,6} = \frac{23}{28}$$

**34. En una caja hay guardados 20 relojes, de los cuales 15 funcionan correctamente.**

**a. Representar la situación del problema, cuando se extraen dos relojes al azar sin**

**reemplazamiento, mediante un diagrama en arbol.**

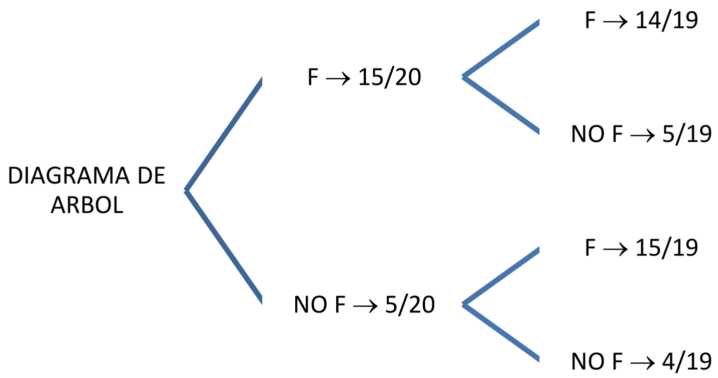
**b. Si se extrae un reloj al azar, ¿Cuál es probabilidad de que funcionen bien?**

**c) Si se extraen dos relojes al azar, sin reemplazamiento, ¿Cuál es la probabilidad de que los dos funcionen bien?**

**d) Si se extraen dos relojes al azar sucesivamente, sin reemplazamiento, y el primero no funciona correctamente, ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo tampoco funcione?**

VER VIDEO https://youtu.be/cDl92wqSceU

a)




b) P(F) = 15/20

$$c)\ P(F_1 \cap F_2) = P(F_1).P(F_2/F_1) = \frac{15}{20}\cdot\frac{14}{19} = \frac{21}{38}$$

$$d)\ P(NO\ F_2/NO\ F_1) = \frac{P(NO\ F_2 \cap NO\ F_1)}{P(NO\ F_1)} = \frac{\frac{5}{20}\cdot\frac{4}{19}}{\frac{5}{20}} = \frac{4}{19}$$

**35. En cierto curso de segundo de bachillerato de un IES el 72,5% de los alumnos aprobaron Matemáticas. De los alumnos que aprobaron Matemáticas, el 70% aprobó también Biología. Por otra parte, el 33,3% de los que no aprobaron Matemáticas, aprobaron Biología.**

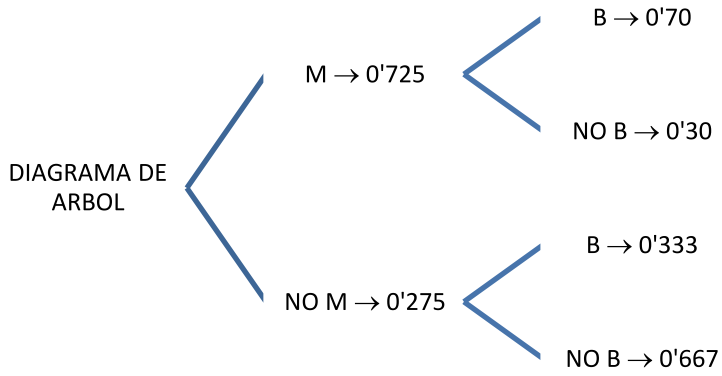
**a. Expresar los datos proporcionados como probabilidades y dar un árbol que represente los datos.**

**b. ¿Qué porcentaje consiguió aprobar ambas asignaturas a la vez?**

**c. ¿Cuál fue el porcentaje de aprobados en la asignatura de Biología?**

**d. Si un estudiante no aprobó Biología, ¿qué probabilidad hay que aprobara Matemáticas?**

a)




b) $P(M \cap B) = P(M).P(B/M) = 0'725.0'70 = 0'5075$

c) $P(B) = P(M \cap B) + P(NO\ M \cap B) = 0'725.0'70 + 0'275.0'333 = 0'6$

d) $P(M/NO\ B) = \dfrac{P(M \cap NO\ B)}{P(NO\ B)} = \dfrac{0'725.0'3}{0'725.0'3 + 0'275.0'667} = 0'5425$

**36. Una pareja para celebrar su 25º aniversario planea pasar un fin de semana gastronómico eligiendo al azar una de las tres ciudades del País Vasco: B, SS, V. no obstante, se predice tiempo lluvioso durante estos días. Concretamente, las posibilidades de lluvia durante el fin de semana son de 3/5, 2/7 y 1/4 a B, SS y V, respectivamente.**

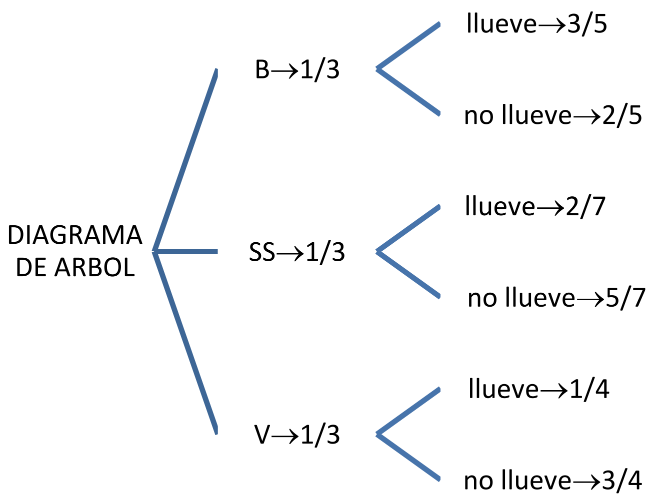
**a. Haz el diagrama en el árbol asociado al problema.**

**b. ¿Cuál es la probabilidad de lluvia durante el fin de semana?**

**c. ¿Cuál es la probabilidad de que la ciudad elegida sea SS y no llueva durante la visita?**

**d. La pareja ha tenido un fin de semana lluvioso. ¿Cuál es la probabilidad de que hayan estado en la ciudad B?**

a)




b)

$$P(\text{no llueve}) = \overbrace{P(B \cap \text{no llueve})}^{P(B).P\left(\text{no ll}/_{B}\right)=\frac{1}{3}\frac{2}{5}} + \overbrace{P(SS \cap \text{no llueve})}^{\frac{1}{3}\frac{5}{7}} + \overbrace{P(V \cap \text{no llueve})}^{\frac{1}{3}\frac{3}{4}} = \frac{87}{140}$$

c)

$$\overbrace{P(SS \cap \text{no llueve})}^{P(SS).P\left(\text{no ll}/_{SS}\right)\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{7}} = \frac{5}{21}$$

d)

$$P(B/LL) = \frac{P(B \cap LL)}{P(LL)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{7}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}} = \frac{28}{53}$$

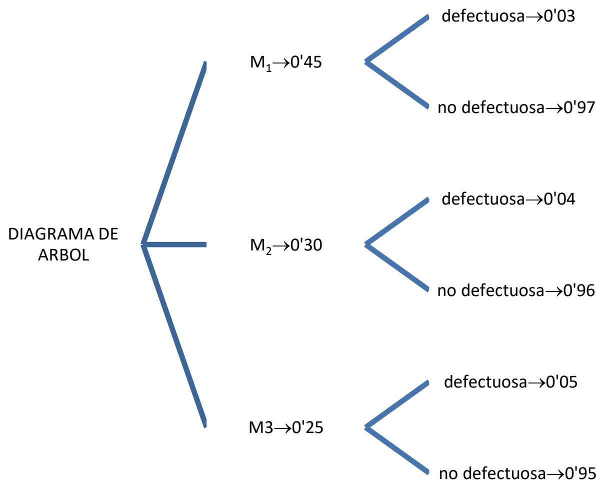
**37. Tres máquinas, $M_1$, $M_2$ y $M_3$, producen el 45%, el 30% y el 25%, respectivamente, del total de piezas producidas en una fábrica. Los porcentajes de producción defectuosa de estas máquinas son 3%, 4% y 5% respectivamente.**

**a. Dibuje un diagrama de árbol que describa el proceso y presente la información proporcionada.**

**b. Seleccione una pieza al azar, calcule la probabilidad de que sea defectuosa.**

**c. Tomada una pieza al azar, es defectuosa; calcule la probabilidad de que haya sido producida por el $M_2$.**

**d. ¿Qué máquina tiene la mayor probabilidad de haber producido esta pieza defectuosa?**




b) P(defectuosa) = $P(M_1 \cap D) + P(M_2 \cap D) + P(M_3 \cap D)$ = 0'45.0'03 + 0'3.0'04 + 0'25.0'05 = 0'038.

$$\text{c) } P\,(M_2/D) = \frac{P(M_2 \cap D)}{P(D)} = \frac{0'3.0'04}{0'038} = 0'316$$

$$\text{d) } P\,(M_1/D) = \frac{P(M_1 \cap D)}{P(D)} = \frac{0'45.0'03}{0'038} = 0'355$$

$$P\,(M_3/D) = \frac{P(M_3 \cap D)}{P(D)} = \frac{0'25.0'05}{0'038} = 0'329$$

La máquina con más probabilidad de haber fabricado la pieza defectuosa es la primera.

**38. Un estuche contiene 15 bolígrafos rojos y 10 de color azul. Pregunta:**

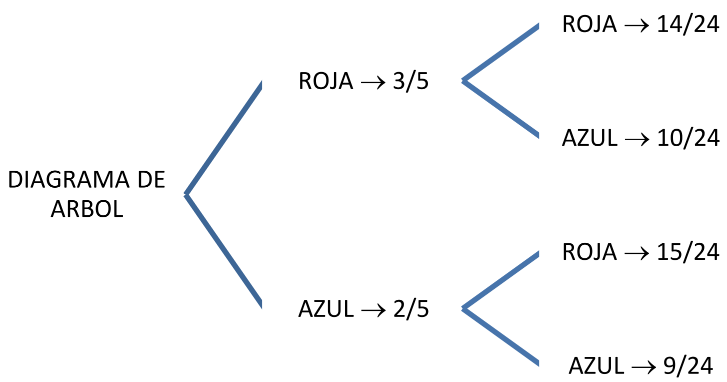
**a. Si elegimos un bolígrafo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea rojo? ¿Y azul?**

**b. Si extraemos dos, sin reemplazo, ¿cuál es la probabilidad de que ambos sean azules?**

**c. Si extraemos dos, sin sustitución, calcula la probabilidad de que el primero sea azul y el segundo rojo.**

a) $P(\text{rojo}) = \dfrac{15}{25} = \dfrac{3}{5}$; $P(\text{azul}) = \dfrac{10}{25} = \dfrac{2}{5}$

b)



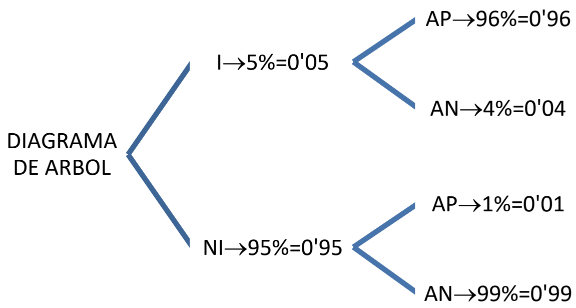

$$P(\text{azul}\cap\text{azul}) = \frac{2}{5}\frac{9}{24} = \frac{3}{20}$$

c)

$$P(\text{azul}\cap\text{rojo}) = \frac{2}{5}\frac{15}{24} = \frac{1}{4}$$

**39. Los estudios realizados sobre las aguas de los pozos en una región en particular han revelado dos cosas, por un lado, que el 5% está infectado por la bacteria Escherichia coli. Por otro lado, el análisis de agua, X, diagnostica como infectado el 96% de los infectados y 1% de los que no lo están. Sabiendo que un pozo de esta región elegida al azar ha sido diagnosticado como infectado por el análisis de X, ¿cuál es la probabilidad de que realmente está infectado. ¿Y de que no lo esté?**

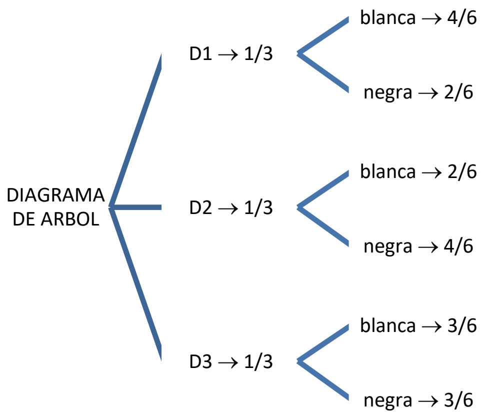
I:infectado. NI: no infectado; AP: análisis positivo; AN: análisis negativo.




$$P(I/AP) = \frac{P(I\cap AP)}{P(AP)} = \frac{0'05.0'96}{0'05.0'96 + 0'95.0'01} = 0'835$$

$$P(I/AN) = 1 - 0'835 = 0'165$$

**40. En una bolsa tenemos tres dados iguales excepto por el color de las caras. El dado $D_1$ tiene cuatro caras blancas y dos rojas, el dado $D_2$ tiene dos caras blancas y cuatro rojas, y el dado $D_3$ tiene tres caras blancas y tres rojas. Uno de los tres dados se extrae aleatoriamente y se arroja al aire. Sabiendo que la cara ha sido blanca, ¿cuál es la probabilidad de que el dado elegido haya sido $D_1$? ¿Cuál es la probabilidad de que se haya elegido $D_2$? ¿Qué probabilidad ha sido elegida $D_3$?**




$$P(D1/blanca) = \frac{P(D1 \cap blanca)}{P8blanca)} = \frac{\frac{1}{3}\frac{4}{6}}{\frac{1}{3}\frac{4}{6} + \frac{1}{3}\frac{2}{6} + \frac{1}{3}\frac{3}{6}} = \frac{4}{9}$$

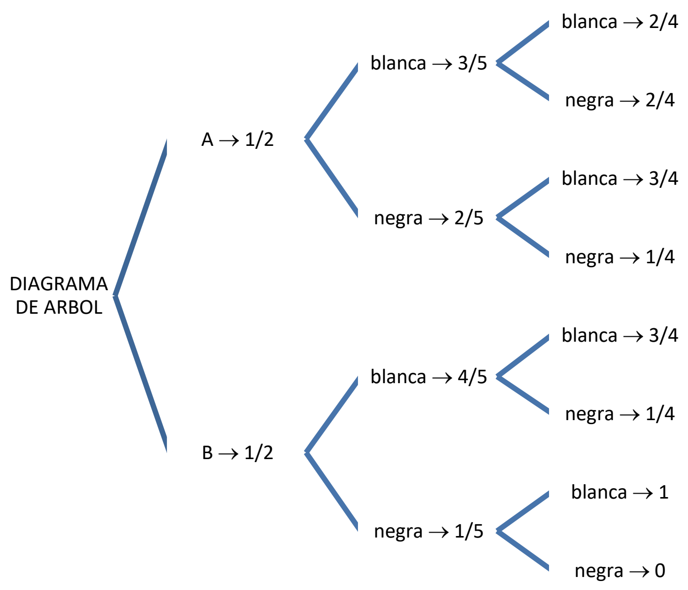
$$P(D2/blanca) = \frac{P(D2 \cap blanca)}{P8blanca)} = \frac{\frac{1}{3}\frac{2}{6}}{\frac{1}{3}\frac{4}{6} + \frac{1}{3}\frac{2}{6} + \frac{1}{3}\frac{3}{6}} = \frac{2}{9}$$

$$P(D3/blanca) = \frac{P(D3 \cap blanca)}{P8blanca)} = \frac{\frac{1}{3}\frac{3}{6}}{\frac{1}{3}\frac{4}{6} + \frac{1}{3}\frac{2}{6} + \frac{1}{3}\frac{3}{6}} = \frac{3}{9}$$

**41. Una urna A contiene 3 bolas blancas y 2 negras, y otra urna B contiene 4 blancas y 1 negra. Se elige una urna al azar y se extraen 2 bolas sin reemplazamiento.**

**a. Calcular la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean blancas.**

**b. Suponiendo que las dos bolas extraídas son blancas, calcular la probabilidad de que la urna elegida haya sido la A.**



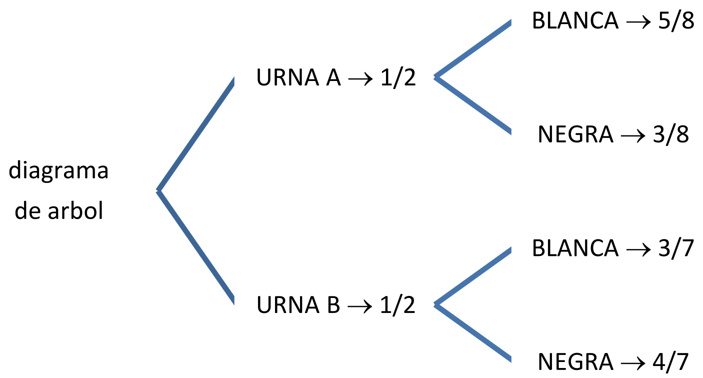

$$a)\ P(\text{dos blancas}) = P(A\cap B_1\cap B_2) + P(B\cap B_1\cap B_2) = \frac{1}{2}\frac{3}{5}\frac{2}{4}+\frac{1}{2}\frac{4}{5}\frac{3}{4}=\frac{18}{40}$$
$$=\frac{9}{20}$$

$$b)\ P\left(\frac{A}{B_1\cap B_2}\right)=\frac{P(A\cap B_1\cap B_2)}{P(B_1\cap B_2)}=\frac{\frac{1}{2}\frac{3}{5}\frac{2}{4}}{\frac{9}{20}}=\frac{1}{3}$$

**42. Una urna A contiene 5 bolas blancas y 3 de negras y otra urna B contiene 3 de blancas y 4 de negras. Se elige una urna al azar y se extrae una bola.**

**a) Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea negra.**

**b) Suponiendo que la bola extraída es blanca, calcular la probabilidad de que la urna elegida haya sido la A.**



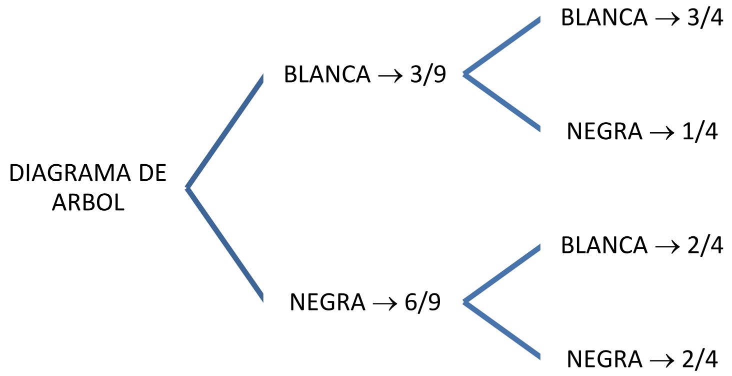

$$a)\ P(N) = P(A\cap N) + P(B\cap N) = \frac{1}{2}\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\frac{4}{7}=\frac{53}{112}$$

$$b)\ P(A/Bl)=\frac{P(A\cap Bl)}{P(Bl)}=\frac{\frac{1}{2}\frac{5}{8}}{\frac{1}{2}\frac{5}{8}+\frac{1}{2}\frac{3}{7}}=\frac{35}{59}$$

**43. Una urna A contiene 3 bolas blancas y 6 negras, y otra urna B contiene 2 blancas y 1 negra. Se extrae una bola al azar de la urna A y se coloca dentro de la B. Luego se extrae de la urna B una bola.**

**a. Calcular la probabilidad de la bola extraída de la urna B sea negra.**

**b. Suponiendo que la bola extraída de la urna B es negra, calcule la probabilidad de que la bola extraída de la urna A también sea negra.**



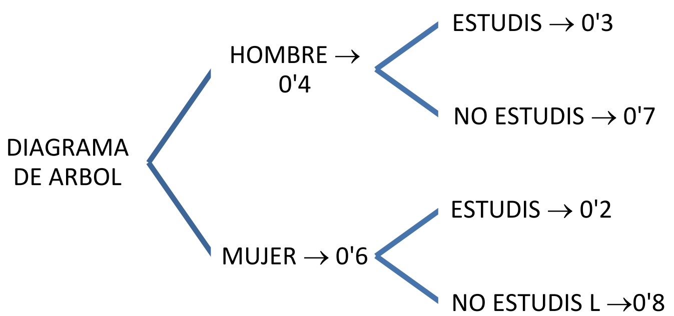

$$a)\ P(N_B)=P(Bl_A\cap N_B)+P(N_A\cap N_B)=\frac{3}{9}\frac{1}{4}+\frac{6}{9}\frac{2}{4}=\frac{5}{12}$$

$$b)\ P(N_A/N_B)=\frac{P(N_A\cap N_B)}{P(N_B)}=\frac{\frac{6}{9}\frac{2}{4}}{\frac{5}{12}}=\frac{4}{5}$$

**44. Una cierta multinacional tiene el 40% de empleados que son hombres y un 60% que son mujeres. De los empleados de esta multinacional, tienen estudios superiores el 30% de los hombres y el 20% de las mujeres.**

**a. Calcular el porcentaje de empleados de esta multinacional que no tienen estudios.**

**b. Calcular la probabilidad de que un empleado de esta multinacional elegido aleatoriamente entre las personas con educación superior sea mujer.**




a)

$$P(\text{Sin estudios}) = P(H \cap \overline{E}) + P(M \cap \overline{E}) = 0'4.0'7 + 0'6.0'8 = \frac{19}{25}$$

b)

$$P(M/E) = \frac{P(M \cap E)}{P(E)} = \frac{0'6.0'2}{\frac{6}{25}} = \frac{1}{2}$$