SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD.

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL. DISTRIBUCIÓN NORMAL. PASAR DE DISTRIBUCIÓN BINOMIAL A NORMAL.

1. DISTRIBUCIÓN BINOMIAL.

Si repetimos n veces un experimento dicotómico (solo podemos acertar o fallar, blanco o negro, cara o cruz…) de forma que cada repetición sea independiente de la anterior y todas tengan la misma probabilidad, tenemos una distribución binomial.

$$B(n,p)\left\{\begin{array}{l} n\text{: nº de repeticiones} = 10 \\ p = P(\text{acertar}) \\ q = 1-p = P(\text{fallar}) \end{array}\right\} \overbrace{\underbrace{P(x=k)}_{\substack{\text{k aciertos.} \\ \text{n−k fallos}}}}^{\substack{\text{x es el nº} \\ \text{de aciertos.} \\ \text{nº de caras.}}} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

1. Lanzamos una moneda 10 veces. Probabilidad de sacar 6 caras.

Se trata de un ejercicio de distribución binomial.

$$B\left(10,\frac{1}{2}\right)\left\{\begin{array}{l} n\text{: nº de repeticiones} = 10 \\ p = P(\text{acertar}) = P(\text{cara}) = \dfrac{1}{2} \\ q = 1-p = P(\text{fallar}) = P(\text{cruz}) = \dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \overbrace{P(x=6)}^{\substack{\text{x es el nº} \\ \text{de aciertos.} \\ \text{nº de caras.}}} = \binom{10}{6}\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$= \frac{105}{512}$$

2. Se sabe, por una estadística sociológica realizada recientemente, que el nivel de aceptación de un determinado partido es del 25% de la población. De un muestreo aleatorio realizado sobre 40 personas, se desea saber cuál es la probabilidad de que 15 de ellos acepten a dicho partido.

$$B(40,0'25)\left\{\begin{array}{l} n\text{: nº de repeticiones} = 40 \\ p = P(\text{acerta}) = 0'25 \\ q = 1-p = P(\text{no acertar}) = 0'75 \end{array}\right\} P(x=15)$$

$$= \binom{40}{15}(0'25)^{15}(0'75)^{25} = 0'0282$$

3. Después de realizar varios sondeos sobre una población con escasa cultura, se ha conseguido averiguar que únicamente el 15% de la misma es favorable a los tratamientos de psicoterapia. Elegida al azar una muestra de 50 personas de dicha población, se desea saber:

a) La probabilidad de que haya más de tres personas favorables a dichos tratamientos.

b) La probabilidad de que a lo sumo haya cuatro personas favorables.

$$B(50,0'15)\left\{\begin{matrix} n: \text{nº de repeticiones} = 50 \\ p = P(\text{acertar}) = 0'15 \\ q = 1 - p = P(\text{no acertar}) = 0'85 \end{matrix}\right\}$$

$$P(x > 3) = 1 - \big(P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)\big) = 1 - 0'0142 = 0'9858$$

$$P(x \leq 4) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3) + P(x = 4) = 0'1121$$

4. La probabilidad de que un lanzador enceste un triple es 0'87. Si efectúa 20 lanzamientos, calcula:

a. Probabilidad de encestar 17.

b. Probabilidad de encestar más de 17.

$$B(20,0'15)\left\{\begin{matrix} n: \text{nº de repeticiones} = 20 \\ p = P(\text{acertar}) = 0'87 \\ q = 1 - p = P(\text{no acertar}) = 0'13 \end{matrix}\right\}$$

a.

$$P(x = 17) = \binom{20}{17}(0'87)^{17}(0'13)^{3} = 0'2347$$

b.

$$P(x > 17) = P(x = 18) + P(x = 19) + P(x = 20) = 0'508$$

2. DISTRIBUCIÓN NORMAL.
Como utilizar la tabla de distribución normal (0,1).

CÁLCULO DE LA PROBABILIDAD: $P(z \le K)$. USO DE LA TABLA N(0, 1)	
VER VIDEO https://youtu.be/93IBoEpWVF8	
$P(z \le K+)$; VAMOS A LA TABLA	$P(z \le 1{,}13) = 0{,}8708$
$P(z \le K-) = 1 - P(z \le K+)$ Y VAMOS A LA TABLA	$P(z \le -1{,}18) = 1 - P(z \le 1{,}18) = 1 - 0{,}8810 = 0{,}119$
$P(z \ge K+) = 1 - P(z \le K+)$ Y VAMOS A LA TABLA	$P(z \ge 2{,}08) = 1 - P(z \le 2{,}08) = 1 - 0{,}9812 = 0{,}0188$
$P(z \ge K-) = P(z \le K+)$ Y VAMOS A LA TABLA	$P(z \ge -1{,}89) = P(z \le 1{,}89) = 0{,}9706$
$P(A \le z \le B) = p(z \le B) - P(z \le A)$	$P(0'97 < Z < 1'23) = P(z < 1'23) - P(z < 0'97) =$ $= 0'8907 - 0'8340 = 0'0567$

CÁLCULO DE LA PROBABILIDAD: $P(x \le K)$. USO DE LA TABLA $N(\mu, \sigma) \ne N(0, 1)$	
VER VIDEO https://youtu.be/gMpkG3TXeeU	
EJEMPLOS PARA N(20, 5)	
$P(x \le K) = P\left(z \le \frac{K-\mu}{\sigma}\right)$	$P(x \le 25) = P\left(z \le \frac{25-20}{5}\right) = P(z \le 1) = 0{,}8413$
	$P(x \le 15) = P\left(z \le \frac{15-20}{5}\right) = P(z \le -1) = 1 - \overbrace{P(z \le 1)}^{0{,}8413} = 0{,}1587$
	$P(x \ge 31) = P\left(z \ge \frac{31-20}{5}\right) = P(z \ge 1{,}2) = 1 - \overbrace{P(z \ge 1{,}2)}^{0{,}8849} = 0{,}1151$
	$P(x \ge 17{,}4) = P\left(z \ge \frac{17{,}4-20}{5}\right) = P(z \ge -0{,}52) = P(z \le 0{,}52) = 0{,}6985$

CÁLCULO DE K CONOCIENDO LA PROBABILIDAD	
$P(z \le K) = p > 0{,}5 \to$ TABLA	$P(x \le K) = P\left(z \le \frac{K-\mu}{\sigma}\right) = p > 0{,}5 \to$ TABLA
$P(z \le K) = p < 0{,}5 \to P(z \le -K) = 1 - p \to$ TABLA	$P(x \le K) = P\left(z \le \frac{K-\mu}{\sigma}\right) = p < 0{,}5$ $P(z \le \frac{\mu-k}{\sigma}) = 1 - p \to$ TABLA
$P(z \ge K) = p > 0{,}5 \to P(z \le -K) = p \to$ TABLA	$P(x \ge K) = P\left(z \ge \frac{K-\mu}{\sigma}\right) = p > 0{,}5$ $P(z \le \frac{\mu-K}{\sigma}) = p \to$ TABLA
$P(z \ge K) = p < 0{,}5 \to P(z \le K) = 1 - p \to$ TABLA	$P(x \ge K) = P\left(z \ge \frac{K-\mu}{\sigma}\right) = p < 0{,}5$ $P(z \le \frac{K-\mu}{\sigma}) = 1 - p \to$ TABLA

5. Calcular K en los siguientes casos.

a. P(x ≤ K) = 0, 97 (97 %)
b. P(x ≤ K) = 0, 34 (34 %)
c. P(x ≥ K) = 0, 56 (56 %)
d. P(x ≥ K) = 0, 42 (42 %)

VER VIDEO https://youtu.be/CIh_pCMwQi4
VER VIDEO https://youtu.be/HwNLT2Hm3rY

TABLA DE DISTRIBUCIÓN NORMAL (0,1)

z	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'5359
0'1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5754
0'2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6065	0.6103	0.6141
0'3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0'4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0'6	0.7258	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7518	0.7549
0'7	0.7580	0.7612	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0'8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7996	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0'9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
1'0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1'1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1'2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1'3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1'4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
1'5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1'6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1'7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1'8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1'9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
ACADEMIA ALCOVER 660 41 88 26										
2'0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2'1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2'2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2'3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2'4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
2'5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2'6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2'7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2'8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2'9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
3'0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3'1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3'2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3'3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3'4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
3'5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3'6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3'7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3'8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3'9	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000

6. El peso de los paquetes de azúcar en una determinada fábrica sigue una distribución normal de media 250 y desviación típica 20. Calcular:

a. La probabilidad de que un paquete pese menos de 260 gramos

b. La probabilidad de que la media del peso de 25 paquetes esté por encima de 252 gramos

c. La probabilidad de que el peso total de 25 paquetes no supere los 6150 gramos.

VER VIDEO https://youtu.be/1sd-VPTmonA

a.

$$\mathrm{N}(\mu,\sigma);\mathrm{N}(250{,}20);\mathrm{P}(x<260)=\mathrm{P}\left(z<\frac{260-250}{20}\right)=\mathrm{P}(z<0{,}5)=0{,}6915$$

b.

$$\mathrm{N}\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right);\mathrm{N}\left(250,\frac{20}{\sqrt{25}}\right);\mathrm{N}(250{,}4);\mathrm{P}(\bar{x}>252)=\mathrm{P}\left(z>\frac{252-250}{4}\right)=\mathrm{P}(z>0{,}5)$$

$$1-\mathrm{P}(z<0{,}5)=1-0{,}6915=0{,}3085$$

c.

$$\mathrm{N}(\mu\cdot n,\sigma\cdot\sqrt{n});\mathrm{N}(250\cdot 25{,}20\cdot\sqrt{25});\mathrm{N}(6250{,}100);\mathrm{P}\left(\sum x<6150\right);$$

$$=\mathrm{P}\left(z<\frac{6150-6250}{100}\right)=\mathrm{P}(z<-1)=1-P(z<1)=1-0{,}8413=0{,}1587$$

7. La altura de los estudiantes de 18 años de los institutos de Palma sigue una distribución normal de media 1,78 m. y desviación típica 0,65 m. Calcular:

a. El porcentaje de estudiantes de 18 años de los institutos de Palma qué tiene una altura superior a 1,90 m.

b. Si tomamos una muestra de 100 estudiantes de 18 años de los institutos de Palma, y queremos seleccionar los 30 más altos, ¿cuál es la altura mínima qué ha de tener un estudiante para ser seleccionado?

VER VIDEO https://youtu.be/l3ul0DHIsxk

$$\mathrm{N}(1'78, 0'65);$$

$$\mathrm{P}(x>1{,}90)=\mathrm{P}\left(z\geq\frac{1{,}90-1{,}78}{0{,}65}\right)=\mathrm{P}(z\geq 0{,}18)=1-\mathrm{P}(z\leq 0{,}18)=0{,}4286$$

$$\mathrm{P}(x>K)=0{,}3;\mathrm{P}\left(z\geq\frac{K-1{,}78}{0{,}65}\right)=0{,}3;\ \mathrm{P}\left(z\leq\frac{K-1{,}78}{0{,}65}\right)=0{,}7$$

$$\frac{K-1{,}78}{0{,}65}=0{,}52\rightarrow K=2{,}118\text{ m.}$$

8. El peso de los adultos de una comunidad determinada sigue una distribución normal de media 85 Kg. y desviación típica 15 Kg. Calcular:

a. ¿Qué porcentaje de la población tiene sobrepeso? Entendemos que una persona adulta tiene sobrepeso si pesa más de 100 kilos.

b. Consideramos el colectivo de los individuos más delgados de la comunidad. Si nos dicen que este colectivo representa el 40 % de todos los individuos de la comunidad. ¿Cuál es el peso máximo de un individuo de este colectivo?

VER VIDEO https://youtu.be/ETGRpvGvLuQ

a.

$$N(85,15) \to P(x > 100) = P\left(z > \frac{100-85}{15}\right) P(z > 1) = 1 - \overbrace{P(z < 1)}^{0{,}8413} = 0{,}1587$$

b.

$$N(85,15) \to P(x < k) = P\left(z < \frac{k-85}{15}\right) = 0{,}4 \to 1 - P\left(z < \frac{85-k}{15}\right) = 0{,}4$$

$$P\left(z < \frac{85-k}{15}\right) = 0{,}6 \to \frac{k-85}{15} = \frac{0{,}25+0{,}26}{2} = 0{,}255 \to k = 81{,}175 \text{ Kg.}$$

9. Consideramos la población de estudiantes que han aprobado la selectividad en la convocatoria de junio de un determinado año. Sea X la variable aleatoria que da la proporción de estudiantes de la población anterior que ha elegido estudiar Humanidades. Esta variable aleatoria X sigue una distribución normal de media 0,35 y desviación típica 0,1. Se pregunta

a. ¿Cuál es la probabilidad de que en un año cualquiera más del 45% de los estudiantes haya iniciado estudios de Humanidades.

b. En los últimos 10 años ¿en cuántos años el porcentaje de estudiantes de la población considerada, que ha escogido estudiar Humanidades, no ha superado el 30 %?

a. $N(0{,}35; 0{,}1)$

$$P(x > 0{,}45) = P\left(z > \frac{0{,}45-0{,}35}{0{,}1}\right) = P(z > 1) = 1 - P(z < 1) = 0{,}1587$$

10. El número de pasos realizados por el profesor Jaimito durante una hora de clase se moldea con una distribución normal de media 100 pasos y desviación típica 20,5 pasos.

a. Calcular la probabilidad de que el profesor haga más de 125 pasos durante una clase.

b. Nos dicen que en el 45% de las clases que hace el maestro hace menos de x pasos. Encuentra este valor x.

VER VIDEO https://youtu.be/KrENqh-aIIg

a. $N(100;\ 20{,}5)$

$$P(x > 125) = P\left(z > \frac{125-100}{20{,}5}\right) = P(z > 1{,}22) = 1 - \overbrace{P(z < 1{,}22)}^{0{,}8888} = 0{,}1112$$

b.

$$P(x > k) = 0{,}45 \to P\left(z > \frac{k-100}{20{,}5}\right) = 1 - P\left(z < -\frac{k-100}{20{,}5}\right) = 0{,}45 \to$$

$$P\left(z < -\frac{k-100}{20{,}5}\right) = 0{,}55 \to -\frac{k-100}{20{,}5} = 0{,}125 \to k = 97{,}44$$

11. Durante las diferentes pruebas de acceso en la Universidad (PAU) se ha observado que la distribución de las calificaciones de la asignatura MACSII sigue una ley normal de media de 5,3 puntos y desviación típica 0,8.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de 49 estudiantes tenga un promedio superior a 5,7?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante elegido aleatoriamente suspenda la asignatura de MACSII, entendiéndose que suspendería con una calificación de menos de 5 puntos?

VER VÍDEO https://youtu.be/T4foJYV0S3Q

a.

$$N\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=N\left(5{,}3,\frac{0{,}8}{\sqrt{49}}\right)=N\left(500;\frac{4}{35}\right)$$

$$P(\bar{x}\geq 5{,}7)=P\left(z\geq\frac{5{,}7-5{,}3}{\frac{4}{35}}\right)=P(z\geq 3{,}5)=1-\overbrace{P(z\leq 3{,}5)}^{0{,}9998}=0{,}0002$$

b.

$$N\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=N\left(5{,}3,\frac{0{,}8}{1}\right)=N(500;0{,}8)$$

$$P(\bar{x}\leq 5)=P\left(z\leq\frac{5-5{,}3}{0{,}8}\right)=P(z\leq 0{,}38)=0{,}6480$$

12. El tiempo que un alumno puede estar concentrado y escuchar al profesor en una clase de Matemáticas se modela como una distribución normal de media 15 minutos y desviación típica 5 minutos.

a. Hallar la probabilidad de que un alumno esté concentrado más de 20 minutos.

b. Hallar la probabilidad de que un alumno esté concentrado entre 10 y 30 minutos.

c. Nos dicen que la probabilidad de que un alumno esté concentrado más de x minutos vale 0.75. Hallar este valor de x minutos.

VER VIDEO https://youtu.be/E07uA9MFxWM

$N(15,5)$

a.

$$P(x\geq 20)=P\left(z\geq\frac{20-15}{5}\right)=P(z\geq 1)=1-P(z\leq 1)=1-0{,}8413=0{,}1587$$

b.

$$P(10\leq x\leq 30)=P\left(\frac{10-15}{5}\geq z\geq\frac{30-15}{5}\right)=P(-1\leq z\leq 3)=$$

$$P(z\leq 3)-P(z\leq -1)=0{,}9987-0{,}1587=0{,}84$$

c.

$$P(x\geq k)=0'75\rightarrow P\left(z\geq\frac{k-15}{5}\right)=0'75\rightarrow P\left(z\leq-\frac{k-15}{5}\right)=0'75$$

$$-\frac{k-15}{5}=0{,}6745\rightarrow k=11{,}6276$$

13. El análisis de la inteligencia (CI) es una prueba que en teoría mide la inteligencia del individuo y da un valor que aproximadamente tiene de media 100. Es decir, se asume que el nivel 100 es el nivel de inteligencia de una persona normal. Ahora supongamos que el nivel de inteligencia de una cierta población sigue una distribución normal de media de 100 y desviación típica 10.

a. Calcular el porcentaje de la población que se considera superdotada. Una persona se considera superdotada si tiene un nivel de inteligencia superior a 130.

b. Calcular el porcentaje de la población con un nivel de inteligencia entre 90 y 110.

c. Nos dicen que el 70% de la población tiene un nivel de inteligencia por debajo de un cierto umbral. Calcule este umbral.

VER VÍDEO https://youtu.be/ylQCe2YVyQk

a. $N(\mu,\sigma) = N(100,10)$

$$P(x \geq 130) = P\left(z \geq \frac{130-100}{10}\right) = P(z \geq 3) = 1 - P(z \leq 3) = 1 - 0.9987 =$$
$$= 0{,}0013$$

El 0,13 % de la población es superdotada.

b.

$$P(90 \leq x \leq 110) = P(x \leq 110) - P(x \leq 90) = P\left(z \leq \frac{110-100}{10}\right) - P\left(z \leq \frac{90-100}{10}\right) =$$
$$= P(z \leq 1) - P(z \leq -1) = 0{,}8413 - (1 - P(z \leq 1)) = 0{,}6827$$

El 68,27 % de la población está entre 90 y 110.

c.

$$P(x \leq k) = 0{,}7 \rightarrow P\left(z \leq \frac{k-100}{10}\right) = 0{,}7 \rightarrow \frac{k-100}{10} = 0{,}5244 \rightarrow k = 105{,}244$$

---

14. Una empresa dedicada a la elaboración de productos derivados del maíz tiene una determinada máquina que empaqueta los granos de maíz en sacos que siguen una distribución normal con μ = 250 g. y σ = 25 g. Las bolsas están empaquetadas en cajas de 200 unidades.

a. Determine la distribución de las medias de las muestras.

b. Calcule la probabilidad de que la media de los pesos de las bolsas en un paquete sea más pequeña de 245 g.

c. Calcula la probabilidad de que una caja de 200 sacos pese más de 51 kg.

VER VIDEO VER VIDEO https://youtu.be/BarAlI97ilQ

---

a.

$$N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(250, \frac{25}{\sqrt{200}}\right)$$

b.

$$P(\bar{x} \leq 245) = P\left(z \leq \frac{245-250}{\frac{25}{\sqrt{200}}}\right) = P(z \leq -2{,}83) = 1 - \overbrace{P(z \leq 2{,}83)}^{0{,}9977} = 0{,}0023$$

c. En este caso tenemos:

$$N(n \cdot \mu, \sigma \cdot \sqrt{n}) = N(50000, 25\sqrt{200})$$

$$P\left(\sum_{i=1}^{200} x_i \geq 51000\right) = P\left(z \geq \frac{51000-50000}{25\sqrt{200}}\right) = P(z \geq 2{,}83) = 1 - \overbrace{P(z \leq 2{,}83)}^{0{,}9977}$$
$$= 0{,}0023$$

---

15. La altura media de los jóvenes de 20 años de un pueblo sigue una distribución normal en media de 174 cm. y desviación típica 10 cm. Se elige una muestra simple de 144 jóvenes. Sea $\bar{x}$ la media de la muestra de las alturas observadas.

a. ¿Cuál es la media y la varianza de la variable aleatoria x?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que la altura media de la muestra este entre 173 cm. y 175 cm.?

VER VÍDEO https://youtu.be/TDT4xT8_x5c

---

a. Media $\mu = 174$ cm. y varianza $\sigma^2 = 100$ cm²

b.

$$N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(174, \frac{10}{\sqrt{144}}\right) = N(174; 0{,}833)$$

$$P(173 < \bar{x} < 175) = P(\bar{x} < 175) - P(\bar{x} < 173) =$$

$$= P\left(z < \frac{175-174}{0{,}833}\right) - P\left(z < \frac{173-174}{0{,}833}\right) = \overbrace{P(z < 1{,}2)}^{0{,}8849} - P(z < -1{,}2) =$$

$$\overbrace{P(z < 1{,}2)}^{0{,}8849} - \left(1 - \overbrace{P(z < 1{,}2)}^{0{,}8849}\right) = 0{,}7698$$

16. Se supone que el peso de limones de cierta variedad sigue una distribución normal de 250 g de media y desviación típica 24 g. Toma una muestra aleatoria de 64 de estos limones y calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que esta media sea inferior a 244 g?

VER VIDEO https://youtu.be/WQhYemP0VTU

$$\begin{cases} \mu = 250 \\ \sigma = 24 \\ n = 64 \end{cases} \rightarrow \text{Distribución de las medias muestrales: } N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N(250,3)$$

Calcular $P(\bar{x} < 244) = P\left(z < \frac{244-250}{3}\right) = P(z < -2) = 1 - P(z < 2) =$

= 1 – 0’9772 = 0’0228

17. El cociente intelectual de unos universitarios se distribuye normalmente con una media de 100 y una desviación típica de 10.

a) Se elige una persona al azar. Busca la probabilidad de que su cociente intelectual se encuentre entre 98 y 103. (4 puntos)

b) Se elige una muestra de veinticinco personas al azar. Busca la probabilidad de que la media de sus cocientes intelectuales se encuentre entre 98 y 103.

$$\begin{cases} \mu = 100 \\ \sigma = 10 \\ n = 1 \end{cases} \rightarrow \text{Distribución de las medias muestrales: } N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N(100,10)$$

$$p(98 < x < 103) = p\left(\frac{98-100}{10} < z < \frac{103-100}{10}\right) = p(-0'2 < z < 0'3) =$$

$$p(z < 0'3) - p(z < -0'2) = p(z < 0'3) - [1 - p(z < 0'2)] =$$

$$= 0'6179 - (1 - 0'5793) = 0'1972$$

18. El perímetro torácico de los individuos adultos de una población se distribuye normalmente con media 90 y desviación típica 6 cm.

a) ¿Cómo se distribuyen las medias muestrales con tamaños de 80 individuos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que esta media sea mayor de 88 cm.?

c) ¿y mayor de 91 cm.?

a)

$$\begin{cases}\mu = 90\\ \sigma = 8\\ n = 80\end{cases} \to \text{Distribución de las medias muestrales: } N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(90, \overbrace{\frac{8}{\sqrt{81}}}^{0'889}\right)$$

$$\text{b) } p(x > 88) = p\left(z > \frac{88-90}{0'889}\right) = p(z > 2'25) = 1 - p(z < 2'25) =$$
$$= 1 - 0'9878 = 0'0122$$

$$\text{c) } p(x > 91) = p\left(z > \frac{91-90}{0'889}\right) = p(z > 1'125) = 1 - p(z < 1'125)$$
$$= 1 - 0'8697 = 0'1303$$

19. Se supone que el peso de las mujeres de una región determinada sigue una distribución normal de 64 kg de media y una desviación típica 6 kg. Se toma una muestra aleatoria de 144 de estas mujeres y se calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que esta media sea de al menos 63 kg?

La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(64, \frac{6}{12}\right) = \left(64, \frac{1}{2}\right)$

$$P(\bar{x} \geq 63) = P\left(z \geq \frac{63-64}{0'5}\right) = P(z \geq 2) = 1 - P(z \leq 2) = 1 - 0'9772 = 0'0228$$

3. PASAR DE DISTRIBUCIÓN BINOMIAL A DISTRIBUCIÓN NORMAL.

20. El 70 % de los alumnos de bachillerato tienen móvil.

a. Si en un centro hay 1400 alumnos de bachillerato, ¿cuántos se espera que tenga móvil?

b. ¿Cuál es la probabilidad de qué en una muestra aleatoria con repetición de 150 alumnos de bachillerato haya más de 100 con teléfono móvil?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que en una muestra aleatoria de 200 alumnos de bachillerato haya 140 o menos con teléfono móvil?

VER VIDEO https://youtu.be/bmWfpyvJbc0

a.

Tienen móvil $1400 \cdot \frac{70}{100} = 980$ alumnos.

b. Se trata de una distribución binomial (150, 0'7). Debemos calcular $P(x > 100)$.

No es operativo hacerlo como binomial, aproximamos a distribución normal.

$$\text{Binomial}\begin{cases}n = 150\\ p = 0{,}7\\ q = 0{,}3\end{cases} \to \begin{cases}np = 105 > 5\\ nq = 45 > 5\end{cases} \to N\left(np, \sqrt{npq}\right) = N(105{,}5'61)$$

$$P(x > 100) = P(x' \geq 100{,}5) = P\left(z > \frac{100{,}5 - 105}{5{,}61}\right) = P(z > -0{,}8) = P(z < 0{,}8)$$
$$= 0{,}7881$$

c. Se trata de una distribución binomial (200, 0'7). Debemos calcular $P(x \leq 140)$.

No es operativo hacerlo como binomial, aproximamos a distribución normal.

$$\text{Binomial}\begin{cases} n = 200 \\ p = 0{,}7 \\ q = 0{,}3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} np = 140 > 5 \\ nq = 60 > 5 \end{cases} \rightarrow N\left(np, \sqrt{npq}\right) = N(140{,}6'48)$$

$$P(x \leq 140) = P(x' \leq 140{,}5) = P\left(z \leq \frac{140{,}5 - 140}{6{,}48}\right) = P(z \leq 0{,}08) = 0{,}5319$$

21. Lanzamos una moneda 60 veces. Calcular la probabilidad de sacar más de 32 caras.

Se trata de un distribución binomial B(60, ½) y debemos calcular $P(x > 32)$. Los cálculos son excesivos. Pasamos de binomial a normal.

$$B\left(\overbrace{60}^{n}, \overbrace{\frac{1}{2}}^{p}\right)\begin{cases} n \cdot p = 30 > 5 \\ n \cdot q = 30 > 5 \end{cases} \rightarrow N\left(n \cdot p, \sqrt{n \cdot p . q}\right) = N(30; 3{,}87)$$

$$P(x > 32) = P(x' > 32{,}5) = P\left(z > \frac{32{,}5 - 30}{3{,}87}\right) = P(z > 0{,}65) = 1 - P\overbrace{(z < 0{,}65)}^{0{,}7422}$$
$$= 0{,}2578$$

22. La probabilidad de dar en la diana al lanzar un dardo es 0,75. Si lanzamos 100 veces un dardo, ¿Cuál es la probabilidad de hacer 77 dianas o más?

Se trata de un distribución binomial B(100; 0,75) y debemos calcular $P(x \geq 77)$. Los cálculos son excesivos. Pasamos de binomial a normal.

$$B\left(\overbrace{100}^{n}; \overbrace{0{,}75}^{p}\right)\begin{cases} n \cdot p = 75 > 5 \\ n \cdot q = 25 > 5 \end{cases} \rightarrow N\left(n \cdot p, \sqrt{n \cdot p . q}\right) = N(75; 4{,}33)$$

$$P(x \geq 77) = P(x' > 76{,}5) = P\left(z > \frac{76{,}5 - 75}{4{,}33}\right) = P(z > 0{,}35) = 1 - P(z < 0{,}35)$$
$$= 0{,}6368$$

23. La probabilidad de que al lanzar el peso pasemos los 7 m. es 0,87.
a. Si lanzamos el peso 10 veces, ¿cuál es la probabilidad de pasar los 7 m. en más de 7 ocasiones?
b. Si lanzamos 100 veces, ¿cuál es la probabilidad de pasar de 7 m. en 88 ocasiones?

$$B(10{,}0'87)\left\{\begin{array}{l} n: \text{nº de repeticiones} = 20 \\ p = P(\text{acertar}) = 0'87 \\ q = 1 - p = P(\text{no acertar}) = 0'13 \end{array}\right\}$$

a.

$$P(x > 7) = P(x = 8) + P(x = 9) + P(x = 10) =$$
$$= \binom{10}{8}(0'87)^8(0'13)^2 + \binom{10}{9}(0'87)^9(0'13)^1 + \binom{10}{10}(0'87)^{10}(0'13)^0 = 0{,}8692$$

b.

$$B\left(\overbrace{100}^{n}; \overbrace{0{,}87}^{p}\right)\begin{cases} n \cdot p = 87 > 5 \\ n \cdot q = 13 > 5 \end{cases} \rightarrow N\left(np, \sqrt{n \cdot p . q}\right) = N(87; 3{,}36)$$

$$P(x > 88) = P(x' > 88{,}5) = P\left(z > \frac{88{,}5 - 87}{3{,}36}\right) = P(z > 0{,}45) = 1 - \overbrace{P(z < 0{,}45)}^{0{,}6736} =$$
$$= 0{,}3264$$