

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



EL LENGUAJE ALGEBRAICO.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS. MONOMIOS. POLINOMIOS: Operaciones, regla de Ruffini, valor numérico de un polinomio, sacar factor común y factorizar polinomios de 2º grado. IDENTIDADES NOTABLES. FRACCIONES ALGEBRAICAS.

1. EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

1. Describe mediante una expresión algebraica cada uno de los enunciados siguientes:

- El doble de un número menos su tercera parte.
- Dos números consecutivos
- Dos múltiplos de 2 consecutivos.
- La suma de dos números consecutivos.
- El doble del resultado de sumarle tres unidades a un número.
- Gasté en un traje $\frac{3}{5}$ de lo que tenía y 60 € en dos camisas. Me queda la mitad de lo que tenía.
- El precio de la pintura que se obtiene al mezclar 5 kg de una de 3 €/kg con 7 kg de otra de x €/kg.
- Lo que tenemos que pagar por un helado, un refresco y un café, si el helado cuesta el triple que el café y el refresco la mitad que el helado.
- El área total y el volumen de un prisma de base cuadrada de lado x y de 5 cm de altura.

VER VÍDEO <https://youtu.be/hkx1qKaY8z8>

- $2x - x/3$
- $x y x + 1$
- $2x y 2x + 2$ o $x y x + 2$
- $x + x + 1$
- $2 \cdot (x + 3)$
- $\frac{3}{5} \cdot x + 60 = \frac{1}{2} \cdot x$

g. $\frac{5 \cdot 3 + 7 \cdot x}{5 + 7}$

h. $\begin{cases} \text{Helado} = 3 \cdot \text{café.} \\ \text{Refresco} = \frac{1}{2} \text{ helado} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Café} = x \\ \text{Helado} = 3 \cdot x \\ \text{Refresco} = \frac{3}{2} \cdot x \end{cases}$

i. $\begin{cases} \text{Área total} = 2 \cdot x^2 + 4 \cdot 5 \cdot x \\ \text{Volumen} = 5 \cdot x^2 \end{cases}$

2. Escribe una frase explicativa para cada expresión algebraica.

a. $2x + 1$ b. $x^2 - 1$ c. $2x + 3x$ d. $x + (x+1)^2$ e. $x, x + 1, x + 2$

- a. El doble de un número más 1.
- b. El cuadrado de un número menos 1
- c. El doble de un número más su triple.
- d. Un número más el cuadrado del siguiente.
- e. Tres números consecutivos

2. MONOMIOS.

3. Completar la tabla siguiente.

Monomio	Coficiente	Parte literal	Grado	Monomio equivalente	Opuesto
$3 \cdot x \cdot y$					
					$4 \cdot x^2 \cdot y$
	-7			$4 \cdot a \cdot b \cdot c^2$	
	6	$x \cdot y^3 \cdot z^2$			

VER VÍDEO <https://youtu.be/0c4mQ3DYuo4>

Monomio	Coficiente	Parte literal	Grado	Monomio equivalente	Opuesto
$3 \cdot x \cdot y$	3	$x \cdot y$	2	$7 \cdot x \cdot y$	$-3 \cdot x \cdot y$
$-4 \cdot x^2 \cdot y$	-4	$x^2 \cdot y$	3	$12 \cdot x^2 \cdot y$	$4 \cdot x^2 \cdot y$
$-7 \cdot a \cdot b \cdot c^2$	-7	$a \cdot b \cdot c^2$	4	$4 \cdot a \cdot b \cdot c^2$	$7 \cdot a \cdot b \cdot c^2$
$6 \cdot x \cdot y^3 \cdot z^2$	6	$x \cdot y^3 \cdot z^2$	6	$11 \cdot x \cdot y^3 \cdot z^2$	$-6 \cdot x \cdot y^3 \cdot z^2$

3. POLINOMIOS.

a. Operaciones.

4. Efectúa las siguientes operaciones.

- a. $(x^3 + x^2 - x + 1) + (x^2 - 1)$
- b. $(x^4 + 3x^3 - x + 1) - (x^2 - x - 1)$
- c. $(4x^4 + 2x^3 - x^2 - x + 1) \cdot (2x^2 - x - 1)$

VER VÍDEO <https://youtu.be/DTZdxRAkQaM>

- a. $(x^3 + x^2 - x + 1) + (x^2 - 1) = x^3 + 2 \cdot x^2 - x$
- b. $(x^4 + 3x^3 - x + 1) - (x^2 - x - 1) = x^4 + 3x^3 - x^2 + 2$

b. Regla de Ruffini

Si el divisor es del tipo $x \pm a$, también se puede hacer aplicando la regla de Ruffini.

7. Efectúa las divisiones siguientes.

- a. $(x^4 + 3x^3 - x + 1) : (x - 1)$
- b. $(3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 4) : (x - 2)$
- c. $(4x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 2x + 5) : (x + 2)$

VER VÍDEO <https://youtu.be/SItQpZTg4zM>

Dividimos como en los ejemplos anteriores.

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 3x^3 \quad -x + 1 \quad \overline{) x - 1} \\
 -x^4 + x^3 \\
 \hline
 / \quad 4x^3 \quad -x + 1 \\
 -4x^3 + 4x^2 \\
 \hline
 / \quad +4x^2 -x + 1 \\
 -4x^2 + 4x \\
 \hline
 / \quad 3x + 1 \\
 -3x + 3 \\
 \hline
 / \quad +4
 \end{array}$$

Aplicamos la regla de Ruffini.

$\overset{*}{\underset{\sim}{1}}$	\downarrow	$\overset{1.1}{\underset{\sim}{1}}$	$\overset{4.1}{\underset{\sim}{4}}$	$\overset{4.1}{\underset{\sim}{4}}$	$\overset{3.1}{\underset{\sim}{3}}$
$\overset{1}{\underset{\sim}{1}}$	\downarrow	$\overset{3+1}{\underset{\sim}{4}}$	$\overset{0+4}{\underset{\sim}{4}}$	$\overset{-1+4}{\underset{\sim}{3}}$	$\overset{1+3}{\underset{\sim}{4}}$
		x^3	x^2	x	

Cociente: $1x^3 + 4x^2 + 4x + 3$; Resto: 4

* $x - 1 \rightarrow$ El número cambiado de signo, es decir 1

$3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 4 \quad \overline{) x - 2}$
 Aplicamos la regla de Ruffini

$\overset{*}{\underset{\sim}{2}}$	\downarrow	$\overset{3.2}{\underset{\sim}{6}}$	$\overset{4.2}{\underset{\sim}{8}}$	$\overset{10.2}{\underset{\sim}{20}}$	$\overset{19.2}{\underset{\sim}{38}}$
$\overset{3}{\underset{\sim}{3}}$	\downarrow	$\overset{-2+6}{\underset{\sim}{4}}$	$\overset{2+8}{\underset{\sim}{10}}$	$\overset{-1+20}{\underset{\sim}{19}}$	$\overset{4+38}{\underset{\sim}{42}}$
		x^3	x^2	x	

cociente: $3x^3 + 4x^2 + 10x + 19$; resto: 42

* $x - 2 \rightarrow$ El número cambiado de signo, es decir 2

$4x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 2x + 5 \quad \overline{) x + 2}$
 Aplicamos la regla de Ruffini



$\overbrace{-2}^*$	4	-2	0	3	-2	5
	↓	-8	20	-40	74	-144
	4	-10	20	-37	72	-139
	x^3	x^2	x			

cociente: $4x^4 - 10x^3 + 20x^2 - 37x + 72$; resto: $-149x$

* $x + 2 \rightarrow$ El número cambiado de signo, es decir -2

c. Valor numérico de un polinomio.

8. Hallar el valor numérico de los polinomios siguientes para el valor de x indicado.

a. $P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$ para $x = -1$.

b. $P(x) = 3x^4 - x^2 + 3x + 2$ para $x = 2$.

c. $P(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ para $x = -2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/MQkuA93RbFs>

a. $P(-1) = (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 + (-1) - 1 = -1 - 2 - 1 - 1 = -5$

b. $P(2) = 3 \cdot (2)^4 - 2^2 + 3 \cdot 2 + 2 = 3 \cdot 16 - 4 + 6 + 2 = 52$

c. $P(-2) = (-2)^5 - 3 \cdot (-2)^3 + 2 \cdot (-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 1 =$
 $= -32 + 24 + 8 + 6 + 1 = 7$

d. Sacar factor común.

9. Sacar factor común.

a. $x^2 + x$ b. $2ax - 3x^2 + 6a^2x$ c. $2x^3 + 4x^2 - 8x$

d. $3xyz - 9xy^2z^2 + 6x^2yz$ e. $5ab^3 - 25a^3b^2 + 125ab^2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/NF7bhHASqMc>

a. $x^2 + 2x = x \cdot (x + 2)$

b. $2ax - 3x^2 + 6a^2x = x \cdot (2a - 3x + 6a^2)$

c. $2x^3 + 4x^2 - 8x = 2x \cdot (x^2 + 2x - 4)$

d. $3xyz - 9xy^2z^2 + 6x^2yz = 3xyz \cdot (1 - 3yz + 2x)$

e. $5ab^3 - 25a^3b^2 + 125ab^2 = 5ab^2 \cdot (b - 5a^2 + 25)$

e. Factorizar polinomios de 2º grado.

10. Factorizar los siguientes polinomios.

a. $P(x) = 3x^2 - 5x$

b. $P(x) = x^2 - 3x + 2$

c. $P(x) = 3x^2 - 7x + 4$

d. $P(x) = x^2 - 6x + 9$

e. $P(x) = x^2 + x + 1$

f. $P(x) = 3x^2 - 3$

VER VÍDEO https://youtu.be/y4zVy_BPL1g

a. $p(x) = 3x^2 - 5x$. Basta sacar factor común: $p(x) = x \cdot (3x - 5)$

b. $p(x) = x^2 - 3x + 2$

Resolvemos $x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \begin{matrix} \text{dos soluciones} \\ \Leftrightarrow \end{matrix} p(x) = (x - 1) \cdot (x - 2)$

c. $p(x) = 3x^2 - 7x + 4$

Resolvemos $3x^2 - 7x + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases} \begin{matrix} \text{dos soluciones} \\ \Leftrightarrow \end{matrix} p(x) = 3 \cdot (x - 1) \cdot \left(x - \frac{4}{3}\right)$

d. $p(x) = x^2 - 6x + 9$. Si nos damos cuenta de que es una identidad notable podemos escribir $p(x) = (x - 3)^2$. En cualquier caso, podemos hacer:

Resolvemos la ecuación $x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow \overbrace{x = 3}^{\substack{\text{solución} \\ \text{única} \\ \text{el polinomio} \\ \text{es un} \\ \text{binomio} \\ \text{al cuadrado}}} \begin{matrix} \text{solución} \\ \text{doble} \end{matrix} \Leftrightarrow p(x) = (x - 3)^2$

e. $p(x) = x^2 + x + 1$

Resolvemos la ecuación $x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow$ No hay solución
 \rightarrow El polinomio no se factoriza

f. $p(x) = 3x^2 - 3 = 3 \cdot (x^2 - 1)$. Si nos damos cuenta de que es una identidad notable podemos escribir $p(x) = 3 \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$. En cualquier caso, podemos hacer:

Resolvemos la ecuación $3x^2 - 3 = 0$

$\rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \begin{matrix} \text{dos soluciones} \\ \Leftrightarrow \end{matrix} p(x) = 3 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1)$

4. IDENTIDADES NOTABLES

$$\text{IDENTIDADES NOTABLES} \begin{cases} (A + B)^2 = A^2 + 2 \cdot A \cdot B + B^2 \\ (A - B)^2 = A^2 - 2 \cdot A \cdot B + B^2 \\ (A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2 \end{cases}$$

II. Efectúa las operaciones siguientes.

a. $(x + 1)^2$

b. $(x - 3)^2$

c. $(2x + 4)^2$

d. $(3x - 3)^2$

e. $(x + 2) \cdot (x - 2)$

f. $(5x + 2) \cdot (5x - 2)$

VER VIDEO https://youtu.be/Rr_QGj2f608

a. $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

b. $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

c. $(2x + 4)^2 = 4x^2 + 16x + 16$

d. $(3x - 3)^2 = 9x^2 - 18x + 9$

e. $(x + 2) \cdot (x - 2) = x^2 - 4$

f. $(5x + 2) \cdot (5x - 2) = 25x^2 - 4$

12. Efectúa las operaciones siguientes.

- $(2x - y)^2$
- $(3a + 2b)^2$
- $(x - 1)^2 - (x + 1)^2$
- $x \cdot (x + 2)^2 - (x + 1) \cdot (x + 2)$
- $(x + 2) \cdot (x - 2) - (2x - 3)^2$
- $(2x^2 - 3x)^2 - (3x^2 + 2x)^2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/sVws0MzYcCs>

$$\begin{aligned} \text{a. } (2x - y)^2 &= 4x^2 - 2 \cdot 2x \cdot y + y^2 = 4x^2 - 4x \cdot y + y^2 \\ \text{b. } (3a + 2b)^2 &= 9a^2 + 2 \cdot 3a \cdot 2b + 4b^2 = 9a^2 + 12a \cdot b + 4b^2 \\ \text{c. } (x - 1)^2 - (x + 1)^2 &= x^2 - 2x + 1 - (x^2 + 2x + 1) = x^2 - 2x + 1 - x^2 - 2x - 1 = \\ &= -4x \\ \text{d. } x \cdot (x + 2)^2 - (x + 1) \cdot (x + 2) &= x \cdot (x^2 + 4x + 4) - (x^2 + 2x + x + 2) = \\ &= x^3 + 4x^2 + 4x - x^2 - 2x - x - 2 = x^3 + 3x^2 + x - 2 \\ \text{e. } (x + 2) \cdot (x - 2) - (2x - 3)^2 &= x^2 - 4 - (4x^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 9) = \\ &= x^2 - 4 - 4x^2 + 12x - 9 = -3x^2 + 12x - 13 \\ \text{f. } (2x^2 - 3x)^2 - (3x^2 + 2x)^2 &= 4x^4 - 2x^2 \cdot 3x + 9x^2 - (9x^4 + 3x^2 \cdot 2x + 4x^2) = \\ &= -5x^4 - 12x^3 + 5x^2 \end{aligned}$$

5. FRACCIONES ALGEBRAICAS.

13. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\frac{4x - 16}{x^2 - 3x - 4}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/RgxFsmQjkjE>

$$\frac{4x - 16}{x^2 - 3x - 4} = \frac{4 \cdot (x - 4)}{(x + 1) \cdot (x - 4)} = \frac{4}{x + 1}$$

14. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 3x - 4}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/S0RHMTRXanA>

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 3x - 4} = \frac{(x - 1) \cdot \cancel{(x - 4)}}{(x + 1) \cdot \cancel{(x - 4)}} = \frac{x - 1}{x + 1}$$

15. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

$$\begin{aligned} \text{a. } &\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \\ \text{b. } &\frac{1}{x - 1} + \frac{1}{x^2 - 1} \end{aligned}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/KkcRSxVzbFU>



$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} = \frac{x^2 - x - 1}{\underbrace{x^3}_{\text{M.C.M. de } x, x^2, x^3}}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-1} + \frac{1}{\underbrace{x^2-1}_{\text{factorizamos}}} &= \frac{x}{x-1} + \frac{1}{(x-1) \cdot (x+1)} = \frac{x \cdot (x+1) + 1}{\underbrace{(x-1) \cdot (x+1)}_{\text{M.C.M. de } x-1 \text{ y } x^2-1}} \\ &\text{no se puede factorizar} \\ &= \frac{\overbrace{x^2+x+1}}{(x-1) \cdot (x+1)} \end{aligned}$$

16. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2x} + \frac{1}{x^2-2x}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/i-oVhpVTpCc>

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} - \frac{1}{\underbrace{x^2+2x}_{\text{factorizar}}} + \frac{1}{\underbrace{x^2-2x}_{\text{factorizar}}} &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x \cdot (x+2)} + \frac{1}{x \cdot (x-2)} = \\ \frac{(x+2) \cdot (x-2) - (x-2) + x+2}{\underbrace{x \cdot (x+2) \cdot (x-2)}_{\text{M.C.M. de } x, x^2+2x \text{ y } x^2-2x}} &= \frac{x^2}{x \cdot (x+2) \cdot (x-2)} = \frac{x}{(x+2) \cdot (x-2)} \end{aligned}$$

17. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

a. $\frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$

b. $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$

VER VÍDEO <https://youtu.be/gFQ-pZukOog>

a. $\frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{x}{x-1}$

b. $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} = \frac{1}{\frac{x-1-x}{x-1}} = \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = 1 - x$

18. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

$$\frac{x^2-4}{x^2-2x} : \frac{x^2+2x}{x^2-4x+4}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/7zap-wwBX08>

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x} : \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4x + 4} = \frac{(x+2) \cdot (x-2)}{x \cdot (x-2)} : \frac{x \cdot (x+2)}{(x-2)^2} = \frac{(x+2) \cdot (x-2) \cdot (x-2)^2}{x \cdot (x-2) \cdot x \cdot (x+2)} = \frac{(x-2)^2}{x^2}$$

19. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

$$\left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x^2-x} \right) : \left(\frac{x}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} \right)$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/-HXOr5nb-VA>

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x^2-x} \right) : \left(\frac{x}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} \right) = \\ & = \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x \cdot (x-1)} \right) : \left(\frac{x}{(x+1) \cdot (x-1)} + \frac{x}{x-1} \right) = \frac{x^2-1}{x \cdot (x-1)} : \frac{x + x \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot (x-1)} = \\ & = \frac{\overbrace{x^2-1}^{(x+1) \cdot (x-1)}}{x \cdot (x-1)} : \frac{\overbrace{x^2+2x}^{x \cdot (x+2)}}{(x+1) \cdot (x-1)} = \frac{(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (\cancel{x-1})}{x^2 \cdot (x+2) \cdot (\cancel{x-1})} = \frac{(x+1)^2 \cdot (x-1)}{x^2 \cdot (x+2)} \end{aligned}$$