

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



LOS NÚMEROS REALES.

CLASIFICACIÓN. NOTACIÓN CIENTÍFICA. INTERVALOS. LAS RAÍCES: sacar factores, introducir factores, suma y resta, producto y cociente, raíz de raíz y racionalizar. LOS LOGARITMOS: definición y su aplicación, propiedades y ecuaciones logarítmicas.

1. CLASIFICACIÓN.

N = NATURALES = {0, 1, 2, 3, 4 ...}

Z = ENTEROS = {..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 ...}

Q = RACIONALES = SE EXPRESAN COMO FRACCIÓN

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ENTEROS: } 3 = \frac{9}{3} \\ \text{DECIMALES: } \left\{ \begin{array}{l} \text{EXACTOS: } 3.247 = \frac{3247}{1000} \\ \text{NÚMERO FINITO DE DECIMALES} \\ \text{PERIÓDICOS: } \left\{ \begin{array}{l} \text{PUROS: } 3.767676... = 3.\overline{76} = \frac{376 - 3}{99} = \frac{373}{99} \\ \text{MIXTOS: } 4.98757575... = 4.98\overline{75} = \frac{49875 - 498}{9900} = \frac{49377}{9900} \\ \text{INFINITOS DECIMALES} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

I = IRRACIONALES = { π , e, Φ ...
Raíces no exactas

R = REALES = I + Q : $\left\{ \begin{array}{l} \text{N C Z C Q C R} \\ \text{I C R} \end{array} \right.$

1. Convertir en fracción los siguientes números: 3,5678; 3,565656...; 12,57171...; 3,565656; 5,435435...; 43,432555... Y 2,12112112...

VER VÍDEO <https://youtu.be/jevWfT4s9Gw>

a. $3,5678 = \frac{35678}{10000}$

CARLOS ALCOVER GARAU. LICENCIADO EN CIENCIAS QUÍMICAS (U.L.B.) Y DIPLOMADO EN TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS (I.A.T.A.).

2

- b. $3,565656 \dots = 3.\overline{56} = \frac{356 - 3}{99} = \frac{353}{99}$
 c. $12,57171 \dots = 12.\overline{571} = \frac{12571 - 125}{990} = \frac{12446}{990}$
 d. $3,565656 = \frac{3565656}{1000000}$
 e. $5,435435 \dots = 5.\overline{435} = \frac{5435 - 5}{999} = \frac{5430}{999}$
 f. $43,4325555 \dots = 43.\overline{4325} = \frac{434325 - 43432}{9000} = \frac{390893}{9000}$
 g. $2,12112111211112 \dots$ No es racional, no se puede expresar como fracción.

2.- Clasificar los siguientes números según el conjunto más sencillo al que pertenecen.

VER VÍDEO https://youtu.be/7h_FvJRoQeI

3	N	3.5	Q Decimal exacto	3.121221222...	I	$\frac{3}{4}$	0.75, Q Decimal exacto
$\sqrt{31}$	I	$\frac{15}{3}$	5, N	π	I	3.4545...	Q Decimal periódico puro
$\sqrt[3]{8}$	2, N	- 13	Z	3.121212...	Q Decimal periódico puro	3.121212	Q Decimal exacto
$1+\sqrt{4}$	3, N	34	N	$-\sqrt{16}$	- 4,Z	$\sqrt{-16}$	No real
$\sqrt{17}$	I	$\frac{-12}{4}$	-3, Z	43.434434443...	I	$\frac{11}{9}$	1. $\overline{2}$, Q Decimal periódico puro
e	I	$\sqrt{\frac{4}{9}}$	$\frac{2}{3} = 0.\overline{6}$, Q Decimal periódico puro	$\sqrt[3]{2}$	I	$\sqrt[3]{-27}$	- 3, Z

3.- Sin operar identificar las siguientes fracciones como decimal exacto o periódico.

- a. $\frac{1}{12}$ b. $\frac{171}{45}$ c. $\frac{11}{21}$ d. $\frac{16}{126}$ e. $\frac{7}{50}$ f. $\frac{23}{30}$ g. $\frac{19}{200}$ h. $\frac{11}{80}$

VER VÍDEO <https://youtu.be/9kd-9RJAYt0>

Dada una fracción irreducible, factorizando el denominador, la puedo clasificar como decimal exacto o periódico.

Factorizo el denominador $\left\{ \begin{array}{l} \text{Solo aparecen el 2 y/o el 5} \rightarrow \text{exacto.} \\ \text{No aparece ni el 2 ni el 5} \rightarrow \text{periódico puro.} \\ \text{Aparecen el 2 y/o el 5 y algún otro} \rightarrow \text{periódico mixto} \end{array} \right.$

$\frac{1}{12} \rightarrow 12 = 2^2 \cdot 3 \rightarrow$ periódico mixto	$\frac{7}{50} \rightarrow 50 = 2 \cdot 5^2 \rightarrow$ exacto
$\frac{171}{45} = \frac{19}{5} \rightarrow$ exacto	$\frac{23}{30} \rightarrow 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \rightarrow$ periódico mixto
$\frac{11}{21} \rightarrow 21 = 3 \cdot 7 \rightarrow$ periódico puro	$\frac{19}{200} \rightarrow 200 = 2^3 \cdot 5^2 \rightarrow$ exacto
$\frac{16}{126} = \frac{8}{63} \rightarrow 63 = 3^2 \cdot 7 \rightarrow$ periódico puro	$\frac{11}{80} \rightarrow 80 = 2^4 \cdot 5 \rightarrow$ exacto

2. NOTACIÓN CIENTÍFICA.

4. Expresa los siguientes números en notación científica.

- 0,00234
- 12322
- $234 \cdot 10^3$
- $678,45 \cdot 10^{-4}$

VER VÍDEO <https://youtu.be/zoo-Np-MwEY>

- $2,34 \cdot 10^{-3}$
- $1,2322 \cdot 10^4$
- $2,34 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 2,34 \cdot 10^5$
- $6,7845 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} = 6,7845 \cdot 10^{-2}$

5. Efectúa los cálculos siguientes, redondea según el apartado y da el error absoluto y relativo.

- $\sqrt{17}$ redondea a las milésimas.
- $3,2347 - 2,3458$ redondea a las centésimas.
- $2,3345 \cdot 3,4456$ redondea a las unidades.
- $\frac{123}{71}$ redondea a las décimas.
- $2345,67 : 1,234$ redondea a las decenas.

VER VÍDEO <https://youtu.be/8Ao-3EiMnJc>

$\sqrt{17}$	4,123105	4,123	0,0005	$\frac{0,0005}{4,123} = 0,000121$
$3,2347 - 2,3458$	0,8889	0,89	0,005	$\frac{0,005}{0,89} = 0,00562$
$2,3345 \cdot 3,4456$	8,0437532	8	0,5	$\frac{0,5}{8} = 0,0625$
$\frac{127}{71}$	1,78873...	1,8	0,05	$\frac{0,05}{1,8} = 0,02776$
$2574,93 : 1,234$	2086,65	2090	5	$\frac{5}{2090} = 0,0024$

3. INTERVALOS.

(a, b) todos los números reales entre a y b. No incluye ni a ni b.

4

[a, b) todos los números reales entre **a** y **b**. Incluye **a** y no incluye **b**.

(a, b] todos los números reales entre **a** y **b**. Incluye **b** y no incluye **a**.

[a, b] todos los números reales entre **a** y **b**. Incluye **a** y **b**.



[a, +∞) todos los números reales mayores o iguales a **a**.

(a, +∞) todos los números reales mayores que **a**.







(-∞, a] todos los números reales menores o iguales a **a**.

(-∞, a) todos los números reales menores que **a**.

6. Completa la siguiente tabla:

$[-2, 3)$		
	$\{x \in \mathbb{R} / -2 < x\}$	
		
$(-\infty, -3)$		
	$\{x \in \mathbb{R} / 1 < x \leq 7\}$	
		

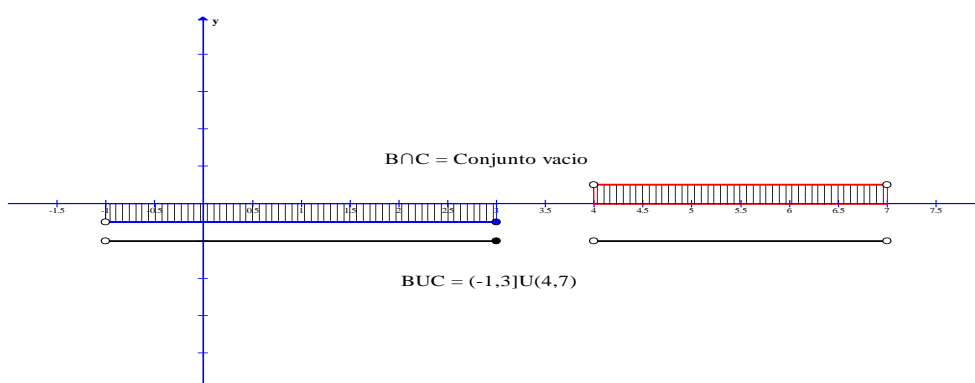
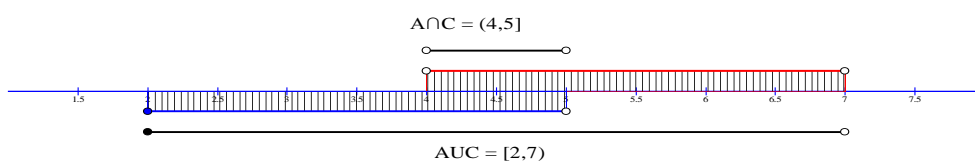
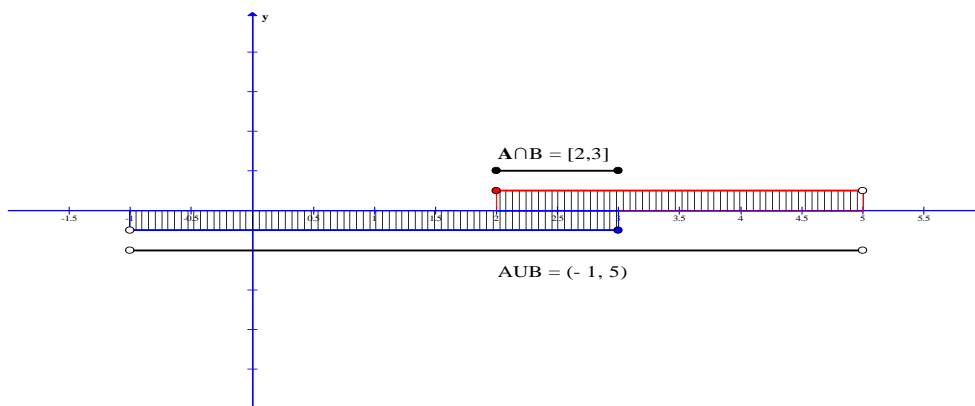
VER VÍDEO <https://youtu.be/2RIMsAeDncY>

$[-2, 3)$	$\{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x < 3\}$	
$(2, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} / -2 < x\}$	
$[2, 5]$	$\{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x \leq 5\}$	
$(-\infty, -3)$	$\{x \in \mathbb{R} / x < -3\}$	
$(1, 7]$	$\{x \in \mathbb{R} / 1 < x \leq 7\}$	
$(-2, 3)$	$\{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 3\}$	

7. Dados los siguientes intervalos $A = [2, 5]$, $B = (-1, 3]$ y $C = (4, 7)$, calcular:

$A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$, $A \cap C$, $B \cup C$ y $B \cap C$

VER VÍDEO <https://youtu.be/JbtPdIGTUj0>



4. LAS RAÍCES.

$$\sqrt[A]{X^B} = X^{\frac{B}{A}}$$

a. Sacar factores.

Siempre factorizaremos los números en los problemas con raíces.

8. Sacar factores de la siguiente raíz:

a. $\sqrt[5]{a \cdot b^5 \cdot c^{11} \cdot 64}$

b. $\sqrt[3]{6 \cdot a \cdot 9 \cdot b^4}$

c. $\sqrt[3]{\frac{81 \cdot a^5}{b^3 \cdot c^2}}$

VER VÍDEO <https://youtu.be/htTWPWezsSo>

$$\begin{aligned} \text{a. } \sqrt[5]{a \cdot b^5 \cdot c^{11} \cdot 64} &= \sqrt[5]{a \cdot b^5 \cdot c^{11} \cdot 2^6} = b \cdot c^2 \cdot 2 \cdot \sqrt[5]{a \cdot c \cdot 2} \\ \text{b. } \sqrt[3]{6 \cdot a \cdot 9 \cdot b^4} &= \sqrt[3]{2 \cdot 3 \cdot a \cdot 3^2 \cdot b^4} = \sqrt[3]{2 \cdot 3^3 \cdot a \cdot b^4} = 3 \cdot b \cdot \sqrt[3]{2 \cdot a \cdot b} \\ \text{c. } \sqrt[3]{\frac{81 \cdot a^5}{b^3 \cdot c^2}} &= \sqrt[3]{\frac{3^4 \cdot a^5}{b^3 \cdot c^2}} = \frac{3 \cdot a}{b} \cdot \sqrt[3]{\frac{3 \cdot a^2}{c^2}} \end{aligned}$$

9. Sacar factores de las siguientes raíces:

$$\begin{aligned} \text{a. } &\sqrt{a^2 \cdot b^5} \\ \text{b. } &\sqrt[3]{a^2 \cdot b^4 \cdot c^7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a. } \sqrt{a^2 \cdot b^5} &= \sqrt{\underbrace{a \cdot a}_{\text{sale 1 a}} \cdot \underbrace{b \cdot b}_{\text{sale 1 b}} \cdot \underbrace{b \cdot b}_{\text{sale 1 b}} \cdot b} = a \cdot b^2 \cdot \sqrt{b} \\ \text{b. } \sqrt[3]{a^2 \cdot b^4 \cdot c^7} &= \sqrt[3]{\underbrace{a \cdot a}_{\text{sale 1 a}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot b}_{\text{sale 1 b}} \cdot b \cdot \underbrace{c \cdot c \cdot c}_{\text{sale 1 c}} \cdot \underbrace{c \cdot c \cdot c}_{\text{sale 1 c}} \cdot c} = b \cdot c^2 \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot b \cdot c} \end{aligned}$$

10. Sacar factores de las siguientes raíces:

$$\begin{aligned} \text{a. } &\sqrt{\frac{27 \cdot a^4}{2 \cdot b^3}} \\ \text{b. } &\sqrt[3]{\frac{32 \cdot x^4 \cdot y^2}{3 \cdot z^3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a. } \sqrt{\frac{27 \cdot a^4}{2 \cdot b^3}} &= \sqrt{\frac{\overbrace{3 \cdot 3}^{\text{sale 1 3}} \cdot \underbrace{3}_{\text{sale 1 a}} \cdot \underbrace{a \cdot a}_{\text{sale 1 a}} \cdot \underbrace{a \cdot a}_{\text{sale 1 a}}}{2 \cdot \underbrace{b \cdot b}_{\text{sale 1 b}} \cdot b}} = \frac{3 \cdot a^2}{b} \sqrt{\frac{3}{2 \cdot b}} \\ \text{b. } \sqrt[3]{\frac{32 \cdot x^4 \cdot y^2}{3 \cdot z^3}} &= \frac{2 \cdot x}{z} \sqrt[3]{\frac{2^2 \cdot x \cdot y^2}{3}} \end{aligned}$$

b. Introducir factores.**11. Introducir factores.**

$$\begin{aligned} \text{a. } &b^2 \cdot d^3 \cdot \sqrt[4]{a \cdot b^2 \cdot c^3} \\ \text{b. } &\frac{a \cdot c}{7 \cdot b} \cdot \sqrt[3]{\frac{49 \cdot b^2 \cdot c^3}{2 \cdot a}} \\ \text{c. } &3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3^2 \cdot a \cdot b} \\ \text{d. } &a \cdot b^2 \cdot c^3 \cdot \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c} \end{aligned}$$

$$e. \frac{3 \cdot a}{b^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{9 \cdot b}{a^3}}$$

VER VIDEO. <https://youtu.be/sApg7CxaBnc>

$$a \cdot b^2 \cdot d^3 \cdot \sqrt[4]{a \cdot b^2 \cdot c^3} = \sqrt[4]{a^4 \cdot b^8 \cdot d^{12} \cdot a \cdot b^2 \cdot c^3} = \sqrt[4]{a^5 \cdot b^{10} \cdot c^3 \cdot d^{12}}$$

$$b. \frac{a \cdot c}{7 \cdot b} \cdot \sqrt[3]{\frac{49 \cdot b^2 \cdot c^3}{2 \cdot a}} = \sqrt[3]{\frac{a^3 \cdot c^3 \cdot 7^2 \cdot b^2 \cdot c^3}{7^3 \cdot b^3 \cdot 2 \cdot a}} = \sqrt[3]{\frac{a^2 \cdot c^6}{7 \cdot b \cdot 2 \cdot a}}$$

$$c. 3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3^2 \cdot a \cdot b} \quad \equiv \quad \sqrt{3^2 \cdot a^4 \cdot 3^2 \cdot a \cdot b} = \sqrt{3^4 \cdot a^5 \cdot b}$$

multiplicamos
los exponentes
por el índice
de la raíz

$$d. a \cdot b^2 \cdot c^3 \cdot \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c} = \sqrt[3]{a^3 \cdot b^6 \cdot c^9 \cdot a \cdot b \cdot c} = \sqrt[3]{a^4 \cdot b^7 \cdot c^{10}}$$

$$e. \frac{3 \cdot a}{b^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{9 \cdot b}{a^3}} = \sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot a^3 \cdot 3^2 \cdot b}{b^6 \cdot a^3}} = \sqrt[3]{\frac{3^5}{b^5}}$$

c. Suma y resta de raíces.

Solo se suman o restan si tienen el mismo índice y mismo radicando.

$$\sqrt{3} + \sqrt{2} = \text{no}; \quad \sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a} = \text{no}; \quad \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot \sqrt{3}; \quad \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{x} - 5\sqrt[3]{x} = -2\sqrt[3]{x}$$

12. Opera.

$$a. \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad b. \sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a} \quad c. \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{3} \quad d. \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{x} - 5\sqrt[3]{x}$$

$$e. \sqrt{20} + 3 \cdot \sqrt{45} - 2 \cdot \sqrt{125} \quad f. \frac{\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{686}}$$

VER VIDEO. <https://youtu.be/vV5a13aF74U>

$$a. \sqrt{2} + \sqrt{3} \text{ no}$$

$$b. \sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a} \text{ no}$$

$$c. \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot \sqrt{3}$$

$$d. \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{x} - 5\sqrt[3]{x} = (1 + 2 - 5) \cdot \sqrt[3]{x} = -2 \cdot \sqrt[3]{x}$$

$$e. \sqrt{20} + 3 \cdot \sqrt{45} - 2 \cdot \sqrt{125} = \sqrt{2^2 \cdot 5} + 3 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 5} - 2 \cdot \sqrt{5^3} =$$

$$2 \cdot \sqrt{5} + 9 \cdot \sqrt{5} - 10 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$f. \frac{\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{686}} = \frac{\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2^4} + \sqrt[3]{2^7}}{\sqrt[3]{2 \cdot 3^3} - \sqrt[3]{2 \cdot 7^3}} = \frac{\sqrt[3]{2} - 2 \cdot \sqrt[3]{2} + 2^2 \cdot \sqrt[3]{2}}{3 \cdot \sqrt[3]{2} - 7 \cdot \sqrt[3]{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{2}}{-4 \cdot \sqrt[3]{2}}$$

$$= \frac{-3}{4}$$

13. Operar.

a. $2 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{12}$

b. $\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{250}$

c. $\frac{\sqrt{8} - \sqrt{50}}{\sqrt{18} + \sqrt{200}}$

d. $3 \cdot \sqrt{x \cdot y^2} - 2 \cdot \sqrt{x} + y \cdot \sqrt{4 \cdot x}$

e. $\sqrt{x \cdot (x-1)^2} + \sqrt{4 \cdot x} - \sqrt{x^3 \cdot (x-1)^4}$

a. $2 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{12} = 2 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = -4 \cdot \sqrt{3}$

b. $\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{2 \cdot 3^3} - 2\sqrt[3]{2^4} + 3\sqrt[3]{2 \cdot 5^3} =$
 $= 3 \cdot \sqrt[3]{2} - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{2} + 3 \cdot 5 \cdot \sqrt[3]{2} = 14\sqrt[3]{2}$

c. $\frac{\sqrt{8} - \sqrt{50}}{\sqrt{18} + \sqrt{200}} = \frac{\sqrt{2^3} - \sqrt{2 \cdot 5^2}}{\sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{2^3 \cdot 5^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} - 5 \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2}} = \frac{-3\sqrt{2}}{13\sqrt{2}} = \frac{-3}{13}$

d. $3 \cdot \sqrt{x \cdot y^2} - 2 \cdot \sqrt{x} + y \cdot \sqrt{4 \cdot x} = 3 \cdot y \cdot \sqrt{x} - 2 \cdot \sqrt{x} + y \cdot 2 \cdot \sqrt{x} = (5y - 2) \cdot \sqrt{x}$
sacamos
 \sqrt{x} factor
común

e. $\sqrt{x \cdot (x-1)^2} + \sqrt{4 \cdot x} - \sqrt{x^3 \cdot (x-1)^4} = (x-1)\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - x \cdot (x-1)^2 \sqrt{x} =$
 $= (-x^3 + 2x^2 + 1) \cdot \sqrt{x}$

d. Reducir a común índice. Producto y cociente de raíces.

14. Ordena las siguientes raíces:

a. $\sqrt[3]{16} y \sqrt[4]{25}$ b. $\sqrt{8}, \sqrt[3]{12} y \sqrt[4]{18}$

VER VÍDEO <https://youtu.be/OrSFNCRIw40>

a. $\sqrt[3]{16} y \sqrt[4]{25} \rightarrow \sqrt[3]{2^4} y \sqrt[4]{5^2} \rightarrow \sqrt[12]{2^{16}} y \sqrt[12]{5^6} \rightarrow \sqrt[12]{2^{16}} > \sqrt[12]{5^6}$

b. $\sqrt{8}, \sqrt[3]{12} y \sqrt[4]{18} \rightarrow \sqrt{2^3}, \sqrt[3]{2^2 \cdot 3} y \sqrt[4]{2 \cdot 3^2} \rightarrow \sqrt[12]{2^{18}}, \sqrt[12]{2^8 \cdot 3^4} y \sqrt[12]{2^3 \cdot 3^6} \rightarrow$
 $\sqrt[12]{2^{18}} > \sqrt[12]{2^8 \cdot 3^4} > \sqrt[12]{2^3 \cdot 3^6}$

Solo se multiplican o dividen si tienen el mismo índice, si el índice no es el mismo, hay que reducir a común índice.

15. Opera.

a. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{8}$ b. $\frac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt{3}}$ c. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{4}$ d. $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}$ e. $\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[4]{x^3}}$

VER VÍDEO <https://youtu.be/9Qz0IJ4b5Z8>

a. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{8} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[12]{2^6} \cdot \sqrt[12]{2^8} \cdot \sqrt[12]{2^9} = \sqrt[12]{2^{23}} = 2 \cdot \sqrt[12]{2^{11}}$

$$b. \frac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt[12]{3^9}}{\sqrt[12]{3^6}} = \sqrt[12]{3^3} = \sqrt[4]{3}$$

$$c. \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{12}$$

$$d. \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} = \sqrt[2]{x^1} \cdot \sqrt[3]{x^2} \stackrel{*}{=} \sqrt[6]{x^{\frac{6}{2} \cdot 1}} \cdot \sqrt[6]{x^{\frac{6}{3} \cdot 2}} = \sqrt[6]{x^3} \cdot \sqrt[6]{x^4} = \sqrt[6]{x^7}$$

* Como índice ponemos el m. c. m. de los índices. 6 = m.c.m. de 2 y 3.

$$e. \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[4]{x^3}} = \frac{\sqrt[12]{x^{\frac{12}{2} \cdot 1}} \cdot \sqrt[12]{x^{\frac{12}{3} \cdot 2}}}{\sqrt[12]{x^{\frac{12}{4} \cdot 3}}} = \frac{\sqrt[12]{x^6} \cdot \sqrt[12]{x^8}}{\sqrt[12]{x^9}} = \sqrt[12]{\frac{x^6 \cdot x^8}{x^9}} = \sqrt[12]{x^5}$$

e. Raíz de raíz.

16. Opera.

$$a. \sqrt[3]{9 \cdot \sqrt[4]{27}} \quad b. \sqrt{9 \cdot \sqrt[4]{4}} \quad c. \sqrt{4 \cdot \sqrt{4 \cdot \sqrt[5]{8}}} \quad d. \sqrt[3]{\sqrt{x}} \quad e. \sqrt{x \cdot \sqrt{x}}$$

$$f. \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x^2}} \quad g. \sqrt{4 \cdot \sqrt[3]{16}}$$

VER VÍDEO https://youtu.be/hrOGdbQ7_xc

$$a. \sqrt[3]{9 \cdot \sqrt[4]{27}} = \sqrt[3]{3^2 \cdot \sqrt[4]{3^3}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{3^8} \cdot 3^3} = \sqrt[12]{3^{11}}$$

$$b. \sqrt{9 \cdot \sqrt[4]{4}} = \sqrt{3^2 \cdot \sqrt[4]{2^2}} = \sqrt{\sqrt[4]{3^8} \cdot 2^2} = \sqrt[8]{3^8 \cdot 2^2} = 3 \cdot \sqrt[4]{2}$$

$$c. \sqrt{4 \cdot \sqrt{4 \cdot \sqrt[5]{8}}} = \sqrt{2^2 \cdot \sqrt{2^2 \cdot \sqrt[5]{2^3}}} = \sqrt{\sqrt{2^6 \sqrt[5]{2^3}}} = \sqrt{\sqrt[5]{2^{33}}} = \sqrt[20]{2^{33}} = 2 \cdot \sqrt[20]{2^{13}}$$

$$d. \sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt[6]{x}; \text{ se multiplican los índices.}$$

$$e. \sqrt{x \cdot \sqrt{x}} = \sqrt{x \cdot \sqrt{x}} \stackrel{\text{introducimos } x \text{ en la raíz siguiente.}}{=} \sqrt{\sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x^3}$$

$$f. \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x^2}} = \sqrt{\sqrt[3]{x^5}} = \sqrt[6]{x^5}$$

$$g. \sqrt{4 \cdot \sqrt[3]{16}} \sqrt{4 \cdot \sqrt[3]{16}} = \sqrt{2^2 \cdot \sqrt[3]{2^4}} = \sqrt{\sqrt[3]{2^{10}}} = \sqrt[6]{2^{10}} = 2 \cdot \sqrt[6]{2^4} \stackrel{\text{dividimos índice y exponente entre 2}}{=} 2 \cdot \sqrt[3]{2^2}$$

f. Racionalizar.

1.- EN EL DENOMINADOR TENEMOS UNA RAÍZ CUADRADA SOLA O MULTIPLICADA POR UN NÚMERO.

● MULTIPLICAMOS NUMERADOR Y DENOMINADOR POR LA RAÍZ DEL DENOMINADOR.

17. Racionaliza la expresión siguiente.

$$a. \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad b. \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \quad c. \frac{2}{\sqrt{3}} \quad d. \frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \quad e. \frac{5}{3\sqrt{5}}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/02zR9Rsuxnl>

$$a. \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

$$b. \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$c. \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$d. \frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{2\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{6}$$

$$e. \frac{5}{3\sqrt{5}} = \frac{5}{3\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{3\sqrt{25}} = \frac{5\sqrt{5}}{3 \cdot 5} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

2.- EN EL DENOMINADOR TENEMOS UNA SUMA O RESTA CON RAÍZ CUADRADA.

• MULTIPLICAMOS NUMERADOR Y DENOMINADOR POR EXPRESIÓN CONJUGADA DEL DENOMINADOR.

18. Racionaliza la expresión siguiente.

$$a. \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \quad b. \frac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - 2\sqrt{2}} \quad c. \frac{2}{1 + \sqrt{3}} \quad d. \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} \quad e. \frac{5}{3\sqrt{5} + 1}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/mjuvdZjEQk0>

$$a. \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \cdot \frac{2 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{6 + 3 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{2} + 4}{2^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{10 + 7 \cdot \sqrt{2}}{2}$$

$$b. \frac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - 2\sqrt{2}} = \frac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - 2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{5} + 2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{2} - \sqrt{15} - 2 \cdot \sqrt{6}}{(\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{2})^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{2} - \sqrt{15} - 2 \cdot \sqrt{6}}{5 - 8} = \frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{2} - \sqrt{15} - 2 \cdot \sqrt{6}}{-3}$$

$$c. \frac{2}{1 + \sqrt{3}} = \frac{2}{1 + \sqrt{3}} \cdot \frac{1 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{1^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{-2} = \sqrt{3} - 1$$

$$d. \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2 + 2\sqrt{6}}{\sqrt{2}^2 - (2\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2 + 2\sqrt{6}}{-10}$$

$$e. \frac{5}{3\sqrt{5} + 1} = \frac{5}{3\sqrt{5} + 1} \cdot \frac{3\sqrt{5} - 1}{3\sqrt{5} - 1} = \frac{15\sqrt{5} - 5}{(3\sqrt{5})^2 - 1^2} = \frac{15\sqrt{5} - 5}{44}$$

3.- EN EL DENOMINADOR TENEMOS UNA RAÍZ DE ÍNDICE MAYOR QUE 2.

$$\frac{K}{\sqrt[a]{X^b}} \stackrel{b < a}{=} \frac{K}{\sqrt[a]{X^b} \sqrt[a]{X^{a-b}} \dots}$$

Si $b > a$ extraemos factores de la raíz del denominador y luego racionalizamos.

19. Racionaliza la expresión siguiente.

$$\text{a. } \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} \quad \text{b. } \frac{2K}{\sqrt[5]{K^8}} \quad \text{c. } \frac{2}{\sqrt[4]{2}} \quad \text{d. } \frac{x}{\sqrt[5]{x^2}} \quad \text{e. } \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt[5]{3^2}}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/adjnSOy0fFM>

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} &= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^2} \\ \text{b. } \frac{2K}{\sqrt[5]{K^8}} &= \frac{2K}{\sqrt[5]{K^8}} = \frac{2K}{K \cdot \sqrt[5]{K^3}} = \frac{2}{\sqrt[5]{K^3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{K^2}}{\sqrt[5]{K^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[5]{K^2}}{\sqrt[5]{K^5}} = \frac{2 \cdot \sqrt[5]{K^2}}{K} \\ \text{c. } \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt[5]{3^2}} &= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt[5]{3^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^3}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt[5]{3^3}}{2\sqrt[5]{3^5}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt[5]{3^3}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}\sqrt[5]{3^3}}{6} \\ \text{d. } \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt[5]{3^7}} &= \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 3\sqrt[5]{3^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^3}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt[5]{3^3}}{2 \cdot 3\sqrt[5]{3^5}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt[5]{3^3}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}\sqrt[5]{3^3}}{6} \\ \text{e. } \frac{2K}{\sqrt[5]{K^3}} &= \frac{2K}{\sqrt[5]{K^3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{K^2}}{\sqrt[5]{K^2}} = \frac{2 \cdot K \cdot \sqrt[5]{K^2}}{\sqrt[5]{K^5}} = \frac{2 \cdot K \cdot \sqrt[5]{K^2}}{K} = 2 \cdot \sqrt[5]{K^2} \end{aligned}$$

f. Ejercicios varios.

20. Opera.

$$\text{a. } \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{2}{1+\sqrt{2}} \quad \text{b. } \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} + \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/DSasFbk5tzA>

21. Opera.

$$\frac{1}{1-\sqrt{6}} - \frac{1}{1+\sqrt{6}} - \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{-2\sqrt{6} - \sqrt{5} - \sqrt{10}}{5}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/G1QHKSHkdrk>

22. Sacar factores de la raíz.

$$\sqrt[3]{81 \cdot a^4} \\ \sqrt[3]{32 \cdot b^5}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/VEi1110buFg>

23. Introducir factores.

$$\frac{3^2 \cdot a}{b^5} \cdot \sqrt[3]{\frac{9 \cdot b^2}{a^3}}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/R-z99TwaoA4>

24. Opera.

$$\frac{\sqrt{8} + 2\sqrt{50}}{\sqrt{18} - 3\sqrt{200}}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/9VETKOU BD0>

25. Opera.

$$\frac{\sqrt[4]{128}}{\sqrt{8}}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/VGv7r5A9KWY>

26. Opera.

$$\sqrt{32 \cdot \sqrt[3]{18}}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/yNfYQ-vOyjQ>

27. Racionalizar.

a. $\frac{1 + \sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$

b. $\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

c. $\frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}$

VER VÍDEO <https://youtu.be/dY6asAb3szI>

28. Opera.

$$5\sqrt{\frac{8}{75}} - 4\sqrt{\frac{2}{3}} + 2\sqrt{\frac{98}{363}}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/boBY85QuFU4>

29. Opera.

a. $(2\sqrt{6} - 3\sqrt{2})^2 - (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$

b. $(2 + \sqrt{3})^2 - (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})$

VER VÍDEO <https://youtu.be/LN7f9SRajQA>

30. Opera.

$$12\sqrt[3]{16} - \frac{3}{5}\sqrt[3]{128} + 7\sqrt[3]{54}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/eOz-2PHI934>

31. Opera.

$$\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{2 + \sqrt{3}} - \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$$

VER VÍDEO https://youtu.be/tcZ_-6cao80

32. Opera.

$$\sqrt{x \cdot (x-1)^2} + \sqrt{4 \cdot x} - \sqrt{x^3 \cdot (x-1)^4}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/84-kgosEH9U>

$$\begin{aligned} \sqrt{x \cdot (x-1)^2} + \sqrt{4 \cdot x} - \sqrt{x^3 \cdot (x-1)^4} &= (x-1)\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - x \cdot (x-1)^2\sqrt{x} = \\ &= (-x^3 + 2x^2 + 1) \cdot \sqrt{x} \end{aligned}$$

5. LOS LOGARITMOS.**a. Definición. Ejercicios básicos.**

$$\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b; \begin{cases} a > 0 \text{ y } a \neq 1 \\ b > 0 \\ c \in \mathbf{R} \end{cases}$$

33. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a. $\log_a 4 = 2$

b. $\log_3 b = 2$

c. $\log_5 125 = c$

VER VÍDEO <https://youtu.be/JZzb4jAhVA4>

a. $\log_a 4 = 2 \leftrightarrow a^2 = 4 \rightarrow a = \pm 2 \rightarrow a = 2$

b. $\log_3 b = 2 \leftrightarrow 3^2 = b \rightarrow b = 9$

c. $\log_5 125 = c \leftrightarrow 5^c = 125 \rightarrow 5^c = 5^3 \rightarrow c = 3$

34. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a. $\log_a 81 = 4$

b. $\log_5 b = -1$

c. $\log_{\sqrt{2}} 4 = c$

VER VÍDEO <https://youtu.be/ahzOImaWuA>

a. $\log_a 81 = 4 \leftrightarrow a^4 = 81 = 3^4 \rightarrow a = 3$

b. $\log_5 b = -1 \leftrightarrow 5^{-1} = b \rightarrow b = \frac{1}{5}$

c. $\log_{\sqrt{2}} 4 = c \leftrightarrow \sqrt{2}^c = 4 \rightarrow \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^c = 2^2 \rightarrow \frac{c}{2} = 2 \rightarrow c = 4$

35. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a. $\log_{\frac{1}{3}} 81 = c$

b. $\log 100 = c$

c. $\ln e^3 = c$

d. $\log 0'001$

VER VÍDEO <https://youtu.be/-GHUngLchCk>

- a. $\log_{\frac{1}{3}} 81 = c \leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^c = 81 \rightarrow 3^{-c} = 3^4 \rightarrow -c = 4 \rightarrow c = -4$
 b. $\log 100 = c \leftrightarrow 10^c = 100 = 10^2 \rightarrow c = 2$
 c. $\ln e^3 = c \leftrightarrow e^c = e^3 \rightarrow c = 3$
 d. $\log 0'001 = c \rightarrow 10^c = 0'001 = 10^{-3} \rightarrow c = -3$

36. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a. $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8} = c$

b. $\log_{\frac{1}{8}} \sqrt{2} = c$

c. $\log_{\sqrt[3]{3}} \frac{1}{3} = c$

VER VÍDEO <https://youtu.be/4Lk0TriXxYU>

a.
 $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8} = c \leftrightarrow (\sqrt{2})^c = \frac{1}{8} \rightarrow \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^c = \frac{1}{2^3} \rightarrow 2^{\frac{c}{2}} = 2^{-3} \rightarrow \frac{c}{2} = -3 \rightarrow c = -6$

b.
 $\log_{\frac{1}{8}} \sqrt{2} = c \leftrightarrow \left(\frac{1}{8}\right)^c = \sqrt{2} \rightarrow (2^{-3})^c = 2^{\frac{1}{2}} \rightarrow 2^{-3c} = 2^{\frac{1}{2}} \rightarrow -3c = \frac{1}{2} \rightarrow c = \frac{-1}{6}$

c.
 $\log_{\sqrt[3]{3}} \frac{1}{3} = c \leftrightarrow (\sqrt[3]{3})^c = \frac{1}{3} \rightarrow \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^c = 3^{-1}$

b. Propiedades de los logaritmos.

1. $\log_X A \cdot B = \log_X A + \log_X B$

2. $\log_X \frac{A}{B} = \log_X A - \log_X B$

3. $\log_X A^B = B \cdot \log_X A$

4. $\log_X \sqrt[B]{A} = \frac{1}{B} \cdot \log_X A$

5. $\log_X A = \frac{\log_Y A}{\log_Y X}$ (fórmula del cambio de base)

6. $\log_X X = 1$

7. $\log_X 1 = 0$

8. Cambio de base: $\log_B A = \frac{\log_X A}{\log_X B}$

Demostración de la primera propiedad:

$$\left. \begin{array}{l} \log_x A = M \rightarrow A = X^M \\ \log_x B = N \rightarrow B = X^N \end{array} \right\} \log_x A \cdot B = \log_x X^M \cdot X^N = \underbrace{\log_x X^{M+N}}_{**} = M + N =$$

$$= \log_x A + \log_x B;$$

$$** \log_x X^{M+N} = Y \rightarrow X^Y = X^{M+N} \rightarrow Y = M + N$$

37. Si $\log_2 3 = 1'58$, calcular

a. $\log_2 \sqrt{27} = x$

b. $\log_2 \frac{\sqrt{81}}{8} = x$

c. $\log_2 \sqrt[5]{\frac{27}{4}} = x$

d. $\log_2 \frac{\sqrt{32}}{9} = x$

VER VÍDEO <https://youtu.be/B17yeBvNWyc>

$$a. \log_2 \sqrt{27} = \frac{1}{2} \log_2 27 = \frac{1}{2} \log_2 3^3 = \frac{3}{2} \underbrace{\log_2 3}_{1'58} = \frac{3}{2} \cdot 1'58 = 2'37$$

$$b. \log_2 \frac{\sqrt{81}}{8} = \log_2 \sqrt{81} - \log_2 8 = \left(\frac{1}{2} \log_2 3^4 - \log_2 2^3 \right) =$$

$$= \frac{4}{2} \underbrace{\log_2 3}_{1'58} - 3 \underbrace{\log_2 2}_1 = 2 \cdot 1'58 - 3 = 0'16$$

$$c. \log_2 \sqrt[5]{\frac{27}{4}} = 0'55$$

$$d. \frac{\sqrt{32}}{9} = -0'66$$

38. Si $\log_a K = 2'2$, calcular

a. $\log_a \frac{a^2}{\sqrt{K}}$

b. $\log_a \sqrt[3]{K^2 \cdot a}$

c. $\log_a \frac{a^3}{\sqrt{K^3}}$

d. $\log_a \sqrt{\frac{a^2}{\sqrt{K}}} = 0'45$

VER VÍDEO <https://youtu.be/cmi0UONdiYw>

$$a. \log_a \frac{a^2}{\sqrt{K}} = \log_a a^2 - \log_a K^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot \underbrace{\log_a a}_1 - \frac{1}{2} \underbrace{\log_a K}_{2'2} = 2 - \frac{1}{2} \cdot 2'2 = 0'9$$

$$b. \log_a \sqrt[3]{K^2 \cdot a} = \frac{1}{3} \log_a K^2 \cdot a = \frac{1}{3} (\log_a K^2 + \log_a a) = \frac{1}{3} \left(2 \underbrace{\log_a K}_{2'2} + \underbrace{\log_a a}_1 \right) =$$

$$= \frac{1}{3} (2 \cdot 2'2 + 1) = \frac{9}{5}$$

$$c. \log_a \frac{a^3}{\sqrt{K^3}} = -0'3$$

$$d. \log_a \sqrt{\frac{a^2}{\sqrt{K}}} = 0'45$$

39. Si $\log_a P = 0'9$ y $\log_a Q = 1'2$, calcula:

$$a. \log_a \frac{a^2}{\sqrt{P \cdot Q}}$$

$$b. \log_a \frac{P^2}{\sqrt{Q}}$$

$$c. \log_a \frac{Q \cdot P}{a^3}$$

$$d. \log_a (\log_a a^{P \cdot Q})$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/w-BCNGZI J8>

$$a. \log_a \frac{a^2}{\sqrt{P \cdot Q}} = \log_a a^2 - \log_a \sqrt{P \cdot Q} = 2 \cdot \underbrace{\log_a a}_1 - \frac{1}{2} \log_a P \cdot Q =$$

$$= 2 - \left(\frac{\log_a P}{0'9} + \frac{\log_a Q}{1'2} \right) = -0'1$$

$$b. \log_a \frac{P^2}{\sqrt{Q}} = \log_a P^2 - \log_a Q^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot \frac{\log_a P}{0'9} - \frac{1}{2} \frac{\log_a Q}{1'2} = 2 \cdot 0'9 - \frac{1}{2} \cdot 1'2 = 1'2$$

$$c. \log_a \frac{Q \cdot P}{a^3} = -0'9$$

$$d. \log_a (\log_a a^{P \cdot Q}) = 2'1$$

40. Hallar k sabiendo que:

$$a. \log k = 3 \cdot \log 5 - \frac{1}{2} \cdot \log 4 + 1$$

$$b. \log_3 k = 2 \cdot \log_3 5 - \frac{1}{3} \cdot \log_3 27 + 2$$

$$c. \log_2 k = 4 \cdot \log_2 2 - \frac{1}{5} \cdot \log_2 32 - 3$$

$$d. \log_5 k = 3 \cdot \log_5 7 - \frac{1}{4} \cdot \log_5 625 - 1$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/-Olc31KS1io>

$$a. \log k = \log 5^3 - \log \sqrt{4} + \log 10 = \log \frac{125}{2} \cdot 10 = \log 625 \rightarrow k = 625$$

$$b. \log_3 k = \log_3 5^2 - \log_3 \sqrt[3]{27} + \log_3 9 = \log_3 \frac{25}{3} \cdot 9 = \log_3 75 \rightarrow k = 75$$

$$c. \log_2 k = \log_2 2^4 - \log_2 \sqrt[5]{32} - \log_2 8 = \log_2 \frac{2^4}{\sqrt[5]{32}} - \log_2 8 = \log_2 \frac{2^4}{2 \cdot 8}$$

$$k = 1$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \log_5 k &= \log_5 7^3 - \log_5 \sqrt[4]{625} - \log_5 5 = \log_5 \frac{7^3}{\sqrt[4]{625}} - \log_5 5 = \\ &= \log_5 \frac{343}{5 \cdot 5} \rightarrow k = \frac{343}{25} \end{aligned}$$

c. Ecuaciones logarítmicas.

41. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $\log x + \log(x - 9) = \log(2x - 10)$

VER VÍDEO <https://youtu.be/9a4NVm3sKuo>

$$\log x + \log(x - 9) = \log(2x - 10) \rightarrow \log x \cdot (x - 9) = \log(2x - 10) \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - 9x = 2x - 10 \rightarrow x^2 - 11x + 10 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 10 \xrightarrow{*} \text{válida} \\ x = 1 \xrightarrow{*} \text{no válida} \end{cases}$$

* Sustituimos en el enunciado para verificar que la solución es correcta, pues pueden salir soluciones que no lo son, y hay que detectarlas.

42. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $\log_2(x + 1) + \log_2(3x - 1) = \log_2 x$

VER VÍDEO <https://youtu.be/xS6o3gYBPcQ>

$$\log_2(x + 1) - \log_2(3x - 1) = \log_2 x \rightarrow \log_2 \frac{x + 1}{3x - 1} = \log_2 x \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{x + 1}{3x - 1} = x \rightarrow x + 1 = 3x^2 - x \rightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \rightarrow \text{válida} \\ x = \frac{-1}{3} \rightarrow \text{no válida} \end{cases}$$

43. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $2 \cdot \log x - \log(8x + 2) = 1 - \log 100x$

VER VÍDEO <https://youtu.be/9v9fwkjrnmw>

$$\log x^2 - \log(8x + 2) = \log 10 - \log 100x \rightarrow \log \frac{x^2}{8x + 2} = \log \frac{10}{100x}$$

$$\rightarrow 10x^3 - 8x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \rightarrow \text{válida} \\ x = \frac{-5 + \sqrt{5}}{10} \rightarrow \text{no válida} \\ x = \frac{-5 - \sqrt{5}}{10} \rightarrow \text{no válida} \end{cases}$$

44. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $\ln x - 2 \cdot \ln(2x - e) = -1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/MDrXjbpotnE>

$$\ln x - \ln(2x - e)^2 = \ln e^{-1} \rightarrow \ln \frac{x}{(2x - e)^2} = \ln e^{-1} \rightarrow$$

$$\frac{x}{(2x - e)^2} = \frac{1}{e} \rightarrow ex = 4x^2 - 4ex + e^2 \rightarrow 4x^2 - 5ex + e^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = e \rightarrow \text{válida} \\ x = \frac{e}{4} \rightarrow \text{no válida.} \end{cases}$$

45. Resuelve la siguiente ecuación:

a. $\log(\log x) = 0$

b. $\log_2(\log_2(\log_2 x)) = 1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/wpHFn4qUBI8>

a.
 $\log(\log x) = 0 \xrightarrow{*} 10^0 = \log x \rightarrow \log x = 1 \xrightarrow{*} x = 10 \rightarrow$ válida

* aplicamos la definición de logaritmo.

b.
 $\log_2(\log_2(\log_2 x)) = 1 \xrightarrow{*} (\log_2(\log_2 x)) = 2^1 = 2 \xrightarrow{*} \log_2 x = 2^2 \rightarrow x = 2^4 = 16$

* aplicamos la definición de logaritmo.

46. Resuelve las siguiente ecuaciones:

a. $\log(x + 10) - \log(x + 1) = 1$

b. $2 \cdot \log_2(x + 3) - \log_2(x + 2) = 2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/Zy-sp2of5bQ>

a.
 $\log \frac{x + 10}{x + 1} = \log 10 \rightarrow \frac{x + 10}{x + 1} = 10 \rightarrow x + 10 = 10x + 10 \rightarrow x = 0$ válida

b.
 $\log_2(x + 3)^2 - \log_2(x + 2) = \log_2 4 \rightarrow \log_2 \frac{(x + 3)^2}{x + 2} = \log_2 4 \rightarrow \frac{(x + 3)^2}{x + 2} = 4$
 $x^2 + 6x + 9 = 4x + 8 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$ válida

47. Resuelve la siguiente ecuación: $\log(x + 6) - \log(x - 3) + \log(2x + 2) = 2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/6NvqRRkdEn8>

$$\log \frac{x + 6}{x - 3} + \log(2x + 2) = \log 100 \rightarrow \log \frac{(x + 6) \cdot (2x + 2)}{x - 3} = \log 100 \rightarrow$$

$$\frac{(x + 6) \cdot (2x + 2)}{x - 3} = 100 \rightarrow 2x^2 + 14x + 12 = 100x - 300 \rightarrow 2x^2 - 86x + 312 = 0$$

$$\begin{cases} x = 39 \\ x = 4 \end{cases} \text{ ambas son válidas.}$$

48. Resuelve la siguiente ecuación: $\log_3(\log_5(\log_2 x)) = 1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/sIvAYR7uEc4>

$$\log_5(\log_2 x) = 3; \log_2 x = 5^3 = 125; x = 2^{125}$$

49. Resuelve la siguiente ecuación: $\frac{1}{2} \log_3 x - \log_3(x - 8) = 1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/wOTkrucsfDA>

19

$$\log_3 \sqrt{x} - \log_3(x - 8) = \log_3 3 \rightarrow \log_3 \frac{\sqrt{x}}{x - 8} = \log_3 3 \rightarrow \frac{\sqrt{x}}{x - 8} = 3$$

$$\sqrt{x} = 3x - 24 \rightarrow (\sqrt{x})^2 = (3x - 24)^2 \rightarrow x = 9x^2 - 144x + 576$$

$$9x^2 - 145x + 576 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 9, \text{válida} \\ x = \frac{64}{9}, \text{no válida} \end{cases}$$

50. Resolver la ecuación siguiente $\frac{1}{2} \log_2(x + 5) + \log_2(2 + x) = 1$

VER VÍDEO <https://youtu.be/SvVrEAlRW4>

$$\log_2 \sqrt{x + 5} + \log_2(2 + x) = \log_2 2 \rightarrow \log_2 [\sqrt{x + 5} \cdot (2 + x)] = \log_2 2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sqrt{x + 5} \cdot (2 + x) = 2 \rightarrow [\sqrt{x + 5} \cdot (2 + x)]^2 = 2^2 \rightarrow (x + 5) \cdot (4 + 4x + x^2) = 4$$

$$4x + 4x^2 + x^3 + 20 + 20x + 5x^2 = 4 \rightarrow x^3 + 9x^2 + 24x + 16 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1, \text{válida.} \\ x = -4, \text{no válida.} \end{cases}$$