



SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



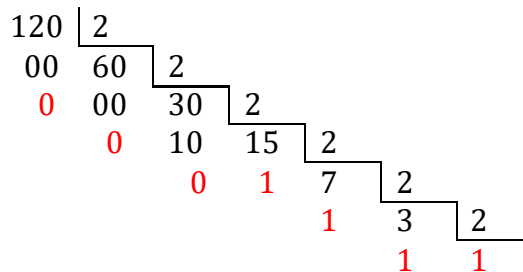
LOS NÚMEROS NATURALES.

EL SISTEMA BINARIO. OPERACIONES COMBINADAS. REGLAS DE DIVISIBILIDAD. NÚMEROS PRIMOS. DESCOMPONER EN FACTORES PRIMOS. DIVISORES DE UN NÚMERO. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO Y MÁXIMO COMÚN DIVISOR. EJERCICIOS DE APLICACIÓN DEL M.C.M Y M.C.D.

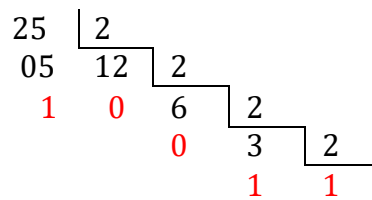
1. EL SISTEMA BINARIO.

1. a. Pasar los números 120, 25, y 140 del sistema decimal al sistema binario.
- b. Pasar los números 10011, 101010 y 110011001 del sistema binario al decimal.

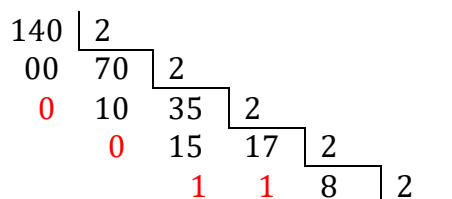
VER VÍDEO <https://youtu.be/f1yg5b3i4Ss>



120 = 1111000



25 = 11001



$$\begin{array}{r}
 0 \quad 4 \quad 2 \\
 0 \quad 2 \quad 2 \\
 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

$$140 = 10001100$$

b.

$$100111 = \overset{2^5}{\overbrace{1}} \overset{2^4}{\overbrace{0}} \overset{2^3}{\overbrace{0}} \overset{2^2}{\overbrace{1}} \overset{2^1}{\overbrace{1}} \overset{2^0}{\overbrace{1}} = 2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 39$$

$$100111 = \overset{2^5}{\overbrace{1}} \overset{2^4}{\overbrace{0}} \overset{2^3}{\overbrace{1}} \overset{2^2}{\overbrace{0}} \overset{2^1}{\overbrace{1}} \overset{2^0}{\overbrace{0}} = 2^5 + 2^3 + 2^1 = 42$$

$$110011001 = \overset{2^9}{\overbrace{1}} \overset{2^8}{\overbrace{1}} \overset{2^7}{\overbrace{0}} \overset{2^6}{\overbrace{0}} \overset{2^5}{\overbrace{1}} \overset{2^4}{\overbrace{0}} \overset{2^3}{\overbrace{1}} \overset{2^2}{\overbrace{0}} \overset{2^1}{\overbrace{1}} \overset{2^0}{\overbrace{0}} = 2^9 + 2^8 + 2^5 + 2^3 + 2^1 = 810$$

2. OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES.

2. Opera:

a. $3 + 4 \cdot (5 + 3 - 2) - (3 + 4) - 16 : 4$

b. $5 + 15 : 3 - 4 \cdot 3 + 5 \cdot (2 \cdot 3 - 21 : 7)$

c. $2 \cdot (5 - 4 + 3 \cdot 2) - (3 + 5 - 7) + 4 \cdot 5$

d. $3 \cdot (2^2 - 3) + 2 \cdot (5 + 2^3 - 3 \cdot 4)$

e. $4 \cdot 3 + 15 : 5 - (3 \cdot 2 + 5^2 - 18 : 3)$

f. $6 : 2 + 2 \cdot 4 - 3 \cdot [2 \cdot (3 + 5) - 3 \cdot (14 - 9)]$

VER VÍDEO <https://youtu.be/y9RmHEaORyA>

$$a. 3 + 4 \cdot (5 + 3 - 2) - (3 + 4) - 16 : 4 = 3 + 4 \cdot (6) - (7) - 4 = 3 + 24 - 7 - 4 = 27 - 11 = 16$$

$$b. 5 + 15 : 3 - 4 \cdot 3 + 5 \cdot (2 \cdot 3 - 21 : 7) = 5 + 5 - 12 + 5 \cdot (6 - 3) = 10 - 12 + 5 \cdot 3 = 10 - 12 + 15 = 25 - 12 = 13$$

$$c. 2 \cdot (5 - 4 + 3 \cdot 2) - (3 + 5 - 7) + 4 \cdot 5 = 2 \cdot (5 - 4 + 6) - (1) + 20 = 2 \cdot 7 - 1 + 20 = 34 - 1 = 33$$

$$d. 3 \cdot (2^2 - 3) + 2 \cdot (5 + 2^3 - 3 \cdot 4) = 3 \cdot (4 - 3) + 2 \cdot (5 + 8 - 12) = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 5$$

$$e. 9 \cdot 3 + 15 : 5 - (3 \cdot 2 + 5^2 - 18 : 3) = 27 + 3 - (6 + 25 - 6) = 30 - 25 = 5$$

$$f. 6 : 2 + 2 \cdot 4 - 3 \cdot [2 \cdot (3 + 5) - 3 \cdot (14 - 9)] = 3 + 8 - 3 \cdot (2 \cdot 8 - 3 \cdot 5) = 11 - 3 \cdot (16 - 15) = 11 - 3 \cdot 1 = 8$$

3. REGLAS DE DIVISIBILIDAD.

Un número es divisible entre 2 si termina en cero o cifra par.

Un número es divisible entre 3 si la suma de sus cifras es divisible entre 3

Un número es divisible entre 4 si el número formado por sus dos últimas cifras es divisible por cuatro o termina en 00

Un número es divisible por 5 si termina en 0 o 5.

Un número es divisible entre 6 si es divisible entre 2 y entre 3.

Un número es divisible entre 8 si el número formado por las 3 últimas cifras es divisible por 8 o termina en 000.

Un número es divisible entre 9 si la suma de sus cifras es divisible entre 9.

Un número es divisible entre 10 si termina en cero.

Un número es divisible entre 11 si la suma de las cifras que ocupan posición par menos la suma de las cifras que ocupan posición impar da 0 o múltiplo de 11.

3. De los números siguientes di cuales son divisibles por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 o 11. 168, 660, 69300, 4928.

VER VÍDEO <https://youtu.be/jzWJ28YSv74>

168 {

- Entre 2 si (termina en cifra par).
- Entre 3 si ($1 + 6 + 8 = 15$ es múltiplo de 3)
- Entre 4 si ($68 : 4 = 17$)
- Entre 5 no (no termina en 0 o 5)
- Entre 6 si (es divisible entre 2 y entre 3)
- Entre 7 si (la división es exacta $168 : 7 = 24$)
- Entre 8 si ($168 : 8 = 21$)
- Entre 9 no ($1 + 6 + 8 = 15$ no es múltiplo de 9)
- Entre 10 no (pues no termina en 0)
- Entre 11 no ($1 + 8 - 6 = 3$, no es 0 ni múltiplo de 11)

660 {

- Entre 2 si (termina en cifra par).
- Entre 3 si ($6 + 6 + 0 = 12$ es múltiplo de 3)
- Entre 4 si ($60 : 4 = 15$)
- Entre 5 si (termina en 0 o 5)
- Entre 6 si (es divisible entre 2 y entre 3)
- Entre 7 no (la división no es exacta $660 : 7 = 94,28$)
- Entre 8 no ($660 : 8 = 82,5$)
- Entre 9 no ($6 + 6 + 0 = 12$ no es múltiplo de 9)
- Entre 10 si (pues termina en 0)
- Entre 11 si ($6 + 0 - 6 = 0$)

69300 {

- Entre 2 si (termina en cifra par).
- Entre 3 si ($6 + 9 + 3 = 18$ es múltiplo de 3)
- Entre 4 si (termina en 00)
- Entre 5 si (termina en 0 o 5)
- Entre 6 si (es divisible entre 2 y entre 3)
- Entre 7 si (la división es exacta $69300 : 7 = 9900$)
- Entre 8 no ($300 : 8 = 37,5$)
- Entre 9 si ($6 + 9 + 3 = 18$ es múltiplo de 9)
- Entre 10 si (pues termina en 0)
- Entre 11 si ($6 + 3 - 9 = 0$)

4

- 4928 {
- Entre 2 si (termina en cifra par).
 - Entre 3 no ($4 + 9 + 2 + 8 = 23$ no es múltiplo de 3)
 - Entre 4 si ($28 : 4 = 7$)
 - Entre 5 no (no termina en 0 o 5)
 - Entre 6 no (es divisible entre 2 pero no entre 3)
 - Entre 7 si (la división es exacta $4928 : 7 = 704$)
 - Entre 8 si ($928 : 8 = 116$)
 - Entre 9 no ($4 + 9 + 2 + 8 = 23$ no es múltiplo de 3)
 - Entre 10 no (pues no termina en 0)
 - Entre 11 si ($4 + 2 - 9 - 8 = -11$ es 0 o múltiplo de 11)

4. Hallar el valor de k para que el número 23657K sea divisible por:

- a. Dos.
- b. Tres.
- c. Cinco.
- d. Seis.

VER VÍDEO <https://youtu.be/kbK-NcnXCZw>

- a. Para que sea divisible entre 2 debe terminar en cifra par. $k = 0, 2, 4, 6, 8$
- b. Para que sea divisible entre 3 la suma de las cifras debe ser múltiplo de 3.
 $2 + 3 + 6 + 5 + 7 + k = 23 + k =$ múltiplo de 3
 $\left\{ \begin{array}{l} k = 1; 23 + 1 = 24 \text{ que es múltiplo de 3} \\ k = 4; 23 + 4 = 27 \text{ que es múltiplo de 3} \\ k = 7; 23 + 7 = 30 \text{ que es múltiplo de 3} \end{array} \right.$
- c. Para que sea múltiplo de 5 debe terminar en 0 o 5. $k = 0, 5$
- d. Para que sea divisible entre 6 debe serlo entre 2 y 3. $k = 4$

4. NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS.

Un número primo es aquel que solo puede dividirse entre sí mismo o por la unidad. El número 1 no es considerado número primo, aunque cumple la definición de número primo.

5. escribe los números primos menores de 50.

VER VÍDEO https://youtu.be/rt_i2B4Znvc

Diremos que un número es primo si es mayor que 1 y solo puede dividirse entre sí mismo y entre 1. Si un número mayor que 1 no es primo diremos que es compuesto.

Criba de Eratóstenes.

Quitamos el 1.

Quitamos los pares excepto el 2.

Quitamos los múltiplos de 3 excepto el 3.

Quitamos los múltiplos de 5 excepto el 5.

Quitamos los múltiplos de 7 excepto el 7.

Así sucesivamente quitando los múltiplos de todos los números primos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

5. DESCOMPONER UN NÚMERO EN FACTORES PRIMOS.

6. Descomponer en factores primos los números 36, 45, 105, 270 y 450.

VER VÍDEO <https://youtu.be/wl DX9QH Y4>

36	2	45	3	105	3	270	2	450	2
18	2	15	3	35	5	135	3	225	3
9	3	5	5	7	7	45	3	75	3
3	3	1		1		15	3	25	5
1						5	5	5	5
						1		1	
$36 = 2^2 \cdot 3^2$		$45 = 3^2 \cdot 5$		$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$		$270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$		$450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	

6. DIVISORES DE UN NÚMERO.

7. Calcular los divisores de 36.

VER VÍDEO <https://youtu.be/WAeLfVPvSmQ>

8. Calcular los divisores de 108.

VER VÍDEO <https://youtu.be/BNduKjgC23k>

9. Calcular los divisores de 180.

VER VÍDEO <https://youtu.be/HRRH-tcND1M>

7. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO Y MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE DOS O MÁS NÚMEROS.

10. Hallar el mínimo común múltiplo y máximo común divisor de 220 y 126.

VER VÍDEO <https://youtu.be/mxTvk twgsc>

220	2	126	2
110	2	63	3
55	5	21	3
11	11	7	7

$$\left| \begin{array}{c} 1 \\ 220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{c} 1 \\ 45 = 3^2 \cdot 5 \end{array} \right|$$

Para el mínimo común múltiplo (M.C.M.) tomamos factores comunes y no comunes de mayor exponente. $M.C.M. = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 13860$

Para el máximo común divisor (M.C.D.) tomamos factores comunes de menor exponente. $M.C.D. = 2$

11. Hallar el mínimo común múltiplo y máximo común divisor de 180 Y 420.

VER VÍDEO <https://youtu.be/6-YNkfQeveU>

Igual que ejercicio anterior. $M.C.M. = 1260$; $M.C.D. = 60$

12. Hallar el mínimo común múltiplo y máximo común divisor de 450, 180, 250.

VER VÍDEO <https://youtu.be/ltaYL2M126g>

Igual que ejercicio anterior. $M.C.M. = 4500$; $M.C.D. = 10$

8. EJERCICIOS DE APLICACIÓN DEL M.C.M Y M.C.D.

13. a. Tenemos dos tablas de madera, una de 180 cm y la otra de 105 cm. Queremos hacer trozos iguales lo más grandes posible. ¿Cuánto medirá cada trozo? ¿Cuántos trozos cortaremos?

b. Un tren pasa por la estación cada 50 minutos. Otro tren pasa cada 125 minutos. Si han coincidido a las 12 h. ¿A qué hora volverán a coincidir?

VER VÍDEO <https://youtu.be/G17DFELLpeU>

a.

Buscamos el M.C.D. de 180 y 105 = 15 $\left\{ \begin{array}{l} \frac{180}{15} = 12 \\ \frac{105}{15} = 7 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{Cada trozo mide 15 cm.} \\ \text{Haremos } 12 + 7 = 19 \text{ trozos} \end{array} \right.$

b. Buscamos el M.C.M. de 50 y 125 = 250. Los trenes coinciden en la estación cada 250 minutos.
250 minutos son 4 h. y 10 minutos. Vuelven a coincidir a las 16 horas y 10 minutos.

14. a. Tenemos cubos de 20 cm. de arista y cubos de 35 cm. de arista. Si vamos haciendo una columna poniendo un cubo sobre otro con los de 20 y otra con los de 35, ¿a qué altura coincidirán ambas columnas?

b. Un rollo de cable mide más de 150 m y menos de 200 m. ¿Cuál es su longitud exacta, sabiendo que se puede dividir en trozos de 15 m y también en trozos de 18 m sin desperdiciar nada?

VER VÍDEO <https://youtu.be/m0-B1jBhIJM>

a. Buscamos el M.C.M. = 140 cm. coincidirán a 140 cm. de altura.

7

b. Buscamos el M.C.M. de 15 y $18 = 90$ m. El doble es 180 que también es un múltiplo común y se encuentra entre 150 y 200 m.

15. a. En una fábrica se oye el escape de una válvula de gas cada 45 segundos y el golpe de un martillo pilón cada 60 segundos. Si se acaban de oír ambos sonidos simultáneamente, ¿cuánto tardarán en coincidir de nuevo?

b. Queremos construir un cuadrado uniendo piezas rectangulares de 10 cm. de largo y 12 cm. de alto, sin romper ninguna pieza y colocándolas siempre en la misma posición. ¿Cuáles serán las dimensiones mínimas del cuadrado? ¿Cuántas piezas tendrá la base y la altura? ¿Cuántas piezas habrá en total?

VER VÍDEO https://youtu.be/_k-yLJJPwI

a. Buscamos el M.C.M. de 45 y $60 = 180$. Ambos sonidos coinciden cada 180 s

b. Buscamos el M.C.M. de 10 y $12 = 60$.

En la base 6 piezas. En vertical 5 piezas y en total $6 \times 5 = 30$ piezas.