SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

SISTEMAS DE ECUACIONES 2X2.

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS. Métodos de sustitución, igualación, reducción y gráfico. NÚMERO DE SOLUCIONES DE UN SISTEMA. SISTEMAS NO LINEALES. PROBLEMAS RESUELTOS APLICANDO SISTEMAS. Problemas de planteo.

1. RESOLUCIÓN DE SISTEMAS. Métodos de igualación, reducción, sustitución y gráfico.

1. Resolver el siguiente sistema por

a. El método de igualación.

b. El método de reducción.

c. El método de sustitución.

$$\left.\begin{array}{r}\mathbf{2x-3y=-1}\\ \mathbf{3x+2y=5}\end{array}\right\}$$

VER VÍDEO https://youtu.be/dv9Wj33-6HY

Igualación.

$$\left.\begin{array}{r}2x-3y=-1\\ 3x+2y=5\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}2x=3y-1\rightarrow x=\dfrac{3y-1}{2}\\ 3x=5-2y\rightarrow x=\dfrac{5-2y}{3}\end{array}\right.\rightarrow\frac{3y-1}{2}=\frac{5-2y}{3}\rightarrow$$

$$3\cdot(3y-1)=2\cdot(5-2y)\rightarrow 9y-3=10-4y\rightarrow 9y+4y=10+3\rightarrow 13y=13$$

$$\rightarrow y=\frac{13}{13}=1\rightarrow x=\frac{3y-1}{2}=1\rightarrow\left\{\begin{array}{l}x=1\\ y=1\end{array}\right.$$

Reducción.

$$\left.\begin{array}{r}3\cdot(2x-3y=-1)\\ -2\cdot(3x+2y=5)\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}6x-9y=-3\\ -6x-4y=-10\end{array}\right\}-13y=-13\rightarrow y=1$$

$$2x-3\cdot 1=-1\rightarrow 2x=-1+3\rightarrow x=1$$

Sustitución.

$$\left.\begin{array}{r}2x-3y=-1\\3x+2y=5\end{array}\right\}\rightarrow 2x=3y-1\rightarrow x=\frac{3y-1}{2}$$

$$3\cdot\frac{3y-1}{2}+2y=5\rightarrow\frac{9y-3}{2}+2y=5\rightarrow\frac{9y-3+4y}{\cancel{2}}=\frac{10}{\cancel{2}}\rightarrow 9y+4y=10+3$$

$$13y=13\rightarrow y=\frac{13}{13}=1\rightarrow x=\frac{3y-1}{2}=\frac{3\cdot 1-1}{2}=1\rightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$$

2. Resolver el siguiente sistema por

a. El método de sustitución.

b. El método de igualación.

c. El método de reducción.

$$\left.\begin{array}{r}\mathbf{x+2y=5}\\\mathbf{2x+3y=8}\end{array}\right\}$$

VER VÍDEO https://youtu.be/mFdoSS1OPaI

a. Sustitución.

$$\left.\begin{array}{r}x+2y=5\\2x+3y=8\end{array}\right\}\rightarrow x=5-2y$$

$$2\cdot(5-2y)+3y=8\rightarrow 10-4y+3y=8\rightarrow -y=-2\rightarrow y=2\rightarrow$$

$$\rightarrow x=5-2y=5-2\cdot 2=1\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$$

b. Igualación.

$$\left.\begin{array}{r}x+2y=5\\2x+3y=8\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{c}x=5-2y\\2x=8-3y\rightarrow x=\frac{8-3y}{2}\end{array}\right\}\rightarrow 5-2y=\frac{8-3y}{2}\rightarrow$$

$$\rightarrow 2\cdot(5-2y)=8-3y\rightarrow 10-4y=8-3y\rightarrow -4y+3y=8-10\rightarrow -y=-2$$

$$\rightarrow y=2\rightarrow x=5-2y=5-2\cdot 2=1\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$$

c. Reducción.

$$\left.\begin{array}{r}2\cdot(x+2y=5)\\-1\cdot(2x+3y=8)\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}2x+4y=10\\-2x-3y=-8\end{array}\right\}\rightarrow y=2$$

$$x+2\cdot 2=5\rightarrow x=1$$

3. Resolver el siguiente sistema por:

a. El método de igualación.

b. El método de sustitución.

c. El método de reducción.

$$\left.\begin{array}{r}\mathbf{3x+2y=11}\\\mathbf{2x-3y=3}\end{array}\right\}$$

Igualación:

3

$$\left.\begin{array}{r}3x+2y=11\\2x-3y=3\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}3x=11-2y\rightarrow x=\dfrac{11-2y}{3}\\[2ex]2x=3+3y\rightarrow x=\dfrac{3+3y}{2}\end{array}\right\}\rightarrow\frac{11-2y}{3}=\frac{3+3y}{2}\rightarrow$$

$$2\cdot(11-2y)=3\cdot(3+3y)\rightarrow 22-4y=9+9y\rightarrow -4y-9y=9-22\rightarrow$$

$$\rightarrow -13y=-13\rightarrow y=\frac{-13}{-13}=1\rightarrow x=\frac{11-2y}{3}=3\rightarrow\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$$

Sustitución:

$$\left.\begin{array}{r}3x+2y=11\\2x-3y=3\end{array}\right\}\rightarrow 3x=11-2y\rightarrow x=\frac{11-2y}{3}$$

$$2\cdot\frac{11-2y}{3}-3y=3\rightarrow\frac{22-4y}{3}-3y=3\rightarrow\frac{22-4y-9y}{\cancel{3}}=\frac{9}{\cancel{3}}\rightarrow -13y=-13\rightarrow$$

$$y=\frac{-13}{-13}=1\rightarrow x=\frac{11-2y}{3}=\frac{11-2\cdot 1}{3}=3\rightarrow\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$$

Reducción:

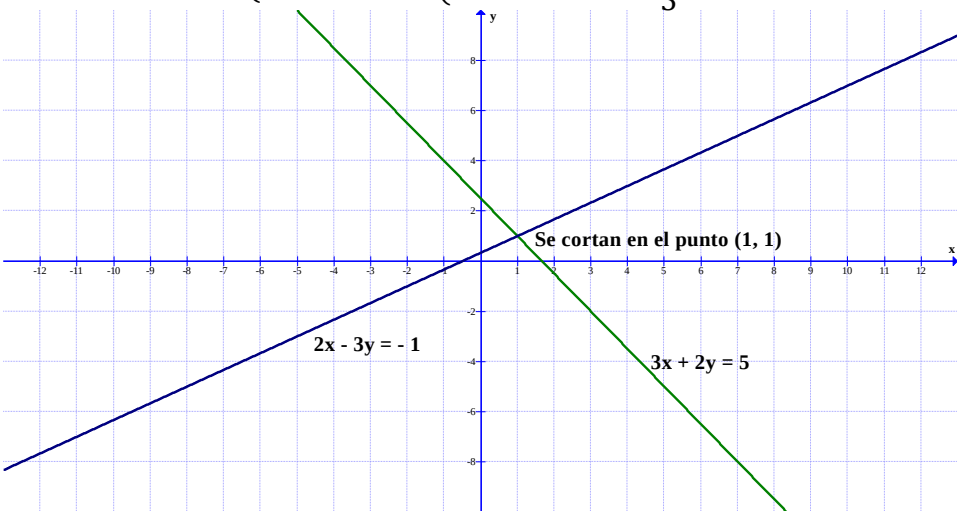
$$\left.\begin{array}{r}2\cdot(3x+2y=11)\\-3\cdot(2x-3y=3)\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}6x+4y=22\\-6x+9y=-9\end{array}\right\}\rightarrow 13y=13\rightarrow y=1$$

$$3x+2\cdot 1=11\rightarrow 3x=9\rightarrow x=3$$

4. Resuelve el siguiente sistema por el método gráfico.

$$\left.\begin{array}{r}\mathbf{2x-3y=-1}\\\mathbf{3x+2y=5}\end{array}\right\}$$

$$\text{a.}\left.\begin{array}{r}2x-3y=-1\\3x+2y=5\end{array}\right\}\left\{\begin{array}{l}2x-3y=-1\left\{\begin{array}{l}\text{Si } x=0\rightarrow y=\dfrac{1}{3}\\[2ex]\text{Si } y=0\rightarrow x=\dfrac{-1}{2}\end{array}\right.\\[4ex]3x+2y=5\left\{\begin{array}{l}\text{Si } x=0\rightarrow y=\dfrac{5}{2}\\[2ex]\text{Si } y=0\rightarrow x=\dfrac{5}{3}\end{array}\right.\end{array}\right.$$



2. NÚMERO DE SOLUCIONES DE UN SISTEMA.

Si un sistema tiene una solución se dice que es compatible determinado.
Si un sistema tiene infinitas soluciones se dice que es compatible indeterminado.
Si un sistema no tiene solución se dice que es incompatible.

5. Clasifica los siguientes sistemas según el número de soluciones.

a. $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 4x-2y=6 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 4x+2y=5 \end{cases}$

d. $\begin{cases} x+2y=4 \\ x-y=1 \end{cases}$ e. $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 4x+2y=10 \end{cases}$ f. $\begin{cases} 2x-y=6 \\ 4x-2y=7 \end{cases}$

a. $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \rightarrow \text{S. C. D.}$

b. $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 4x-2y=6 \end{cases} \rightarrow y=2x-3 \rightarrow 4x-2(2x-3)=6 \rightarrow 6=6 \rightarrow \text{S. C. I.}$

c. $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 4x+2y=5 \end{cases} \rightarrow y=4-2x \rightarrow 4x+2(4-2x)=5 \rightarrow 8=5 \rightarrow \text{S. I.}$

d. $\begin{cases} x+2y=4 \\ x-y=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \rightarrow \text{S. C. D.}$

e. $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 4x+2y=10 \end{cases} \rightarrow y=5-2x \rightarrow 4x+2(5-2x)=10 \rightarrow 10=10 \rightarrow \text{S. C. I.}$

f. $\begin{cases} 2x-y=6 \\ 4x-2y=7 \end{cases} \rightarrow y=2x-6 \rightarrow 4x-2(2x-6)=7 \rightarrow 12=7 \rightarrow \text{S. I.}$

3. SISTEMAS NO LINEALES.

6. Resolver el sistema $\begin{cases} 2x-y-1=0 \\ x^2-7=y+2 \end{cases}$

VER VÍDEO https://youtu.be/cTSxBqPbeyc

Despejo y en la primera ecuación: $y = 2x - 1$
Sustituyo y en la segunda ecuación: $x^2 - 7 = 2x - 1 + 2$; $x^2 - 2x - 6 = 0$

$\begin{cases} x=-2 \rightarrow y=-5 \\ x=4 \rightarrow y=7 \end{cases}$

7. Resolver el sistema $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1-\frac{1}{xy} \\ xy=6 \end{cases}$

VER VÍDEO https://youtu.be/Zs2Ynt7WSmM

$$\begin{cases} \dfrac{y+x}{\cancel{xy}}=\dfrac{xy-1}{\cancel{xy}} \\ xy=6 \rightarrow x=\dfrac{6}{y} \end{cases} \rightarrow y+\frac{6}{y}=6-1 \rightarrow y^2+6=5y \rightarrow y^2-5y+6=0$$

$\begin{cases} y = 2 \rightarrow x = 3 \\ y = 3 \rightarrow x = 2 \end{cases}$

8. Resolver el sistema $\begin{cases} \mathbf{x^2 + xy + y^2 = 21} \\ \mathbf{x + y = 1} \end{cases}$

VER VÍDEO https://youtu.be/4mTKE33JS74

Despejamos y de la segunda ecuación. $y = 1 - x$

Sustituimos y en la primera ecuación. $x^2 + x\cdot(1 - x) + (1 - x)^2 = 21$;

$x^2 + x - x^2 + 1 - 2x + x^2 = 21$; $x^2 - x - 20 = 0$; $\begin{cases} x = 5 \rightarrow y = -4 \\ x = -4 \rightarrow y = 5 \end{cases}$

9. Resolver el sistema $\begin{cases} \mathbf{2x^2 - 3y = -1} \\ \mathbf{3x + 2y = 5} \end{cases}$

Despejo y en la segunda ecuación

$$y = \frac{5 - 3x}{2}$$

Sustituyo la y en la 1ª ecuación

$$2x^2 - 3.\frac{5 - 3x}{2} = -1; 2x^2 - \frac{15 - 9x}{2} = -1; \frac{4x^2 - 15x + 9}{\cancel{2}} = \frac{-2}{\cancel{2}}$$

$$4x^2 - 15x + 11 = 0 \begin{cases} x = 1 \rightarrow y = 1 \\ x = \frac{11}{4} \rightarrow y = \frac{-13}{8} \end{cases}$$

10. Resolver el sistema $\begin{cases} \mathbf{x - 4xy = -45} \\ \mathbf{3x - 5y = -11} \end{cases}$

Despejo y en la 2ª ecuación

$$y = \frac{3x + 11}{5}$$

Sustituyo la y en la 1ª ecuación

$$x - 4x.\frac{3x + 11}{5} = -45; x - \frac{12x^2 + 44x}{5} = -45; \frac{5x - 12x^2 - 44x}{\cancel{5}} = \frac{-225}{\cancel{5}}$$

$$12x^2 + 39x - 225 = 0 \begin{cases} x = 3 \rightarrow y = 4 \\ x = \frac{-25}{4} \rightarrow y = \frac{-31}{20} \end{cases}$$

11. Resolver el sistema $\begin{cases} \mathbf{x^2 + y = 3} \\ \mathbf{x - y = -1} \end{cases}$

VER VIDEO https://youtu.be/F8XIkHwKkkQ

Despejo y en la segunda ecuación: $y = x + 1$

Sustituyo y en la primera ecuación: $x^2 + x + 1 = 3$; $x^2 + x - 2 = 0$

$\begin{cases} x = 1 \rightarrow y = 2 \\ x = -2 \rightarrow y = -1 \end{cases}$

4. PROBLEMAS RESUELTOS APLICANDO SISTEMAS. Problemas de planteo.

12. Halla dos números enteros sabiendo que uno es el doble que el otro y que su suma es igual a 24.

$$\text{Dos números: } x, y \begin{cases} x = 2y \\ x + y = 24 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 8 \end{cases}$$

13. Busca dos números sabiendo que su suma es 37 y que si se divide el mayor por el menor, el cociente vale 3 y el resto 5.

$$\text{Dos números: } x, y \begin{cases} x + y = 37 \\ \text{dividendo} = \text{divisor.cociente} + \text{resto} \rightarrow x = y.3 + 5 \end{cases}$$

14. Hallar dos números consecutivos que sumen 17.

$$\text{Dos números consecutivos:} \begin{cases} x \\ y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x + y = 17 \end{cases} \begin{cases} x = 8 \\ y = 9 \end{cases}$$

15. Hace 10 años la edad de Carlos era el cuádruplo de la de Javier, hoy es el doble. ¿Qué edad tiene cada uno ahora?

	Hace 10 años	Actual
Carlos	x – 10	x
Javier	y – 10	y
	x – 10 = 4·(y – 10)	x = 2y

$$\begin{cases} \text{Carlos: } x \\ \text{Javier: } y \end{cases} \begin{cases} x - 4y = -30 \\ x = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 15 \end{cases}$$

16. Una persona tiene 3,25€ entre monedas de 5 y 20 céntimos de euro. Sabiendo que posee 50 monedas, calcula el nº de monedas de 5 céntimos que tiene.

$$\begin{cases} x \text{ monedad de } 5 \\ y \text{ monedas de } 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 50 \\ 5x + 20y = 325 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 5 \end{cases}$$

17. Un bolígrafo y un lápiz cuestan 1,10€. Si el bolígrafo cuesta 1 euro más que el lápiz, ¿cuánto cuesta el lápiz?

$$\left.\begin{matrix} \text{Bolígrafo: } x \\ \text{Lápiz: } y \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases} x + y = 1{,}10 \\ x = y + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1\ € \\ y = 0{,}1\ € \end{cases}$$

18. La altura de un rectángulo es el doble que su anchura. Si el perímetro es 42cm ¿cuál es su anchura?

$$\left.\begin{matrix} \text{Anchura: } x \\ \text{Altura: } y \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 2x + 2y = 42 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \text{Anchura } 7 \text{ cm.} \\ y = \text{Altura } 14 \text{ cm.} \end{cases}$$

19. Entre los dos máximos goleadores de un equipo marcaron 33 goles. Si uno consiguió 5 goles más que el otro ¿cuántos goles marcó cada uno?

$$\left.\begin{matrix}1º: x\\2º: y\end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases}x + y = 33\\x = y + 5\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x = 19\\y = 14\end{cases}$$

20. Divide el nº 75 en dos partes tales que el triple de una sea el doble de la otra.

$$\left.\begin{matrix}1º: x\\2º: y\end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases}x + y = 75\\3 \cdot x = 2 \cdot y\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x = 30\\y = 45\end{cases}$$

21. En un corral hay gallinas y conejos. Si hay 20 gallinas más que conejos y en total hay 46 animales ¿cuántos conejos hay?

$$\begin{cases}\text{Gallinas: } x\\\text{Conejos: } y\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x - y = 20\\x + y = 46\end{cases} \rightarrow \begin{cases}33 \text{ gallinas}\\13 \text{ conejos}\end{cases}$$

22. En un cine hay 501 personas. Halla el número de hombres y de mujeres, sabiendo que el de ellas sobrepasa en 27 al de ellos.

$$\begin{cases}\text{Hombres: } x\\\text{Mujeres: } y\end{cases} \begin{cases}x + y = 501\\y = x + 27\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x = 237 \text{ hombres.}\\y = 264 \text{ mujeres.}\end{cases}$$

23. En un garaje, entre coches y motos, hay 21 vehículos. Sabiendo que el número de ruedas es de 68 ¿cuántos coches y cuántas motos hay?

$$\begin{cases}x + y = 21\\4x + 2y = 68\end{cases} \rightarrow \begin{cases}\text{Coches: } 8\\\text{Motos: } 13\end{cases}$$

24. Dos amigos tienen entre los dos 144 comics y uno de ellos tiene el doble que el otro. ¿Cuántos comics tiene cada uno?

$$\begin{cases}x + y = 144\\x = 2y\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x = 96\\y = 48\end{cases}$$

25. Un padre pone a su hijo cinco problemas diarios. Por cada problema que resuelva le dará 3€, pero le quitará 5€ por cada problema que resuelva mal. Al cabo de 10 días el hijo ha ganado 70€. ¿Cuántos problemas ha resuelto bien? (40)

$$\begin{cases}\text{Bien hecho: } x\\\text{Mal hecho: } y\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x + y = 50\\3 \cdot x - 5 \cdot y = 70\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x = 40\\y = 10\end{cases}$$

26. Un grupo de 16 amigos entran en un bar que tiene bocadillos de dos tipos, de jamón o de calamares. Los de calamares valen a 1,75€ y los de jamón a 2,25€. Cada uno pidió un bocadillo y pagaron en total 31€. ¿Cuántos bocadillos pidieron de cada clase?

$$\begin{cases}\text{Jamón: x}\\ \text{Calamares: y}\end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=16\\ 2{,}25\cdot x+1{,}75\cdot y=31\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x=6\\ y=10\end{cases}$$

27. Las edades de una madre y su hijo suman 50 años. Hace 5 años la edad de la madre era el triple. ¿Qué edad tiene cada uno?

VER VÍDEO https://youtu.be/jHIZGya2xLs

	Actual	Hace 5 años
Madre	x	x – 5
Hijo	y	y – 5
	x + y = 50	x – 5 = 3·(y – 5)

$$\begin{cases}x+y=50\\ x-5=3\cdot(y-5)\end{cases} \begin{cases}x=35\\ y=15\end{cases}$$

28. Dos números que suman 19, al restarlos da 1. Hállalos.

$$\begin{cases}x\\ y\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x+y=19\\ x-y=1\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x=10\\ y=9\end{cases}$$

29. Hallar dos números que sumados dan 7 sabiendo que su producto es 12.

$$\begin{cases}x\\ y\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x+y=7\rightarrow y=7-x\\ x\cdot y=12\end{cases} \rightarrow x\cdot(7-x)=12\rightarrow x^2-7x+12=0\rightarrow$$
$$\rightarrow \begin{cases}x=4\rightarrow y=3\\ x=3\rightarrow y=4\end{cases}$$

30. Hallar dos números que sumados dan 30 sabiendo que el doble del primero más el cuadrado del segundo da 420.

$$\begin{cases}x\\ y\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x+y=30\rightarrow x=30-y\\ 2x+y^2=420\end{cases} \rightarrow 2(30-y)+y^2=420\rightarrow y^2-2y-360=0$$
$$\rightarrow \begin{cases}x=10\rightarrow y=20\\ x=38\rightarrow y=-18\end{cases}$$

31. Un comerciante compra naranjas por un importe de 120 €. Al llegar a su comercio se da cuenta de que hay 5 kg. de naranjas podridas. Decide venderlas 50 céntimos/Kg. más caras de lo que a él le habían costado, ganando 17,5 €. ¿Cuántos kilos compró y a que precio?

$$\begin{cases}\text{x: Kg. de naranjas}\\ \text{y: precio Kg.}\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x\cdot y=120\\ (x-5)\cdot(y+0{,}5)=137{,}5\end{cases} \rightarrow x=60\text{ kg. } y=2\frac{€}{\text{Kg.}}$$