

1

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



PROGRESIONES.

SUCESIONES PROGRESIONES ARITMÉTICAS. PROGRESIONES GEOMÉTRICAS.

1. SUCESIONES.

1. Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones siguientes.

a. A partir del término general. $a_n = 1 + 2n$; $b_n = n^2 - n$; $c_n = (n + 1)^2$

b. A partir de una expresión recurrente. $a_1 = 3$, $a_2 = 5$, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$; $b_1 = 2$, $b_2 = 3$, $b_3 = 4$,
 $b_n = b_{n-3} + 2b_{n-2} + 3b_{n-1}$

$$a_n = 1 + 2n \rightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = 5 \\ a_3 = 7 \\ a_4 = 9 \\ a_5 = 11 \end{cases}$$

$$b_n = n^2 - n \rightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 2 \\ a_3 = 6 \\ a_4 = 12 \\ a_5 = 20 \end{cases}$$

$$c_n = (n + 1)^2 \rightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \\ a_2 = 9 \\ a_3 = 16 \\ a_4 = 25 \\ a_5 = 36 \end{cases}$$

b.

3, 5, 8, 13, 21 ...

2, 3, 4, 20, 71 ...

2. Escribe el término general de las siguientes sucesiones.

a. 3, 7, 11, 15 ...

b. $-2, 1, 6, 13, 22 \dots$

c. $1, 3, 9, 27, 81 \dots$

d. $1, 2, 3, 5, 8, 13 \dots$

e. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5} \dots$

f. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6} \dots$

a. $a_n = 4n - 1$

b. $b_n = n^2 - 3$

c. $c_n = 3^{n-1}$

d. $d_1 = 1, d_2 = 2, d_n = d_{n-1} + d_{n-2}$

e. $e_n = \frac{1}{n}$

f. $f_n = \frac{n}{n+1}$

2. PROGRESIONES ARITMÉTICAS.

Son sucesiones construidas añadiendo una cantidad constante a un primer término.

Ejemplo: 3, 7, 11, 15, 19... El primer término es 3 y le añadimos de 4 en 4.

FÓRMULAS

$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$$

$$a_k = a_p + d \cdot (k - p)$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{[2 \cdot a_1 + d \cdot (n - 1)] \cdot n}{2}$$

VER VIDEO <https://youtu.be/UqGcQefeyYQ>

3. De las siguientes sucesiones hallar: $a_1, d, a_n, a_{10}, S_{15}$.

a. $4, 11, 18, 25, 32 \dots$

b. $-4, -1, 2, 5, 8 \dots$

a.

$a_1 = 4$

$d = 7$

$a_n = 4 + 7 \cdot (n - 1) \rightarrow a_n = 7n - 3$

$a_{10} = 7 \cdot 10 - 3 = 67$

$$S_{15} = \frac{[2 \cdot 4 + 7 \cdot (15 - 1)] \cdot 15}{2} = 795.$$

B

$a_1 = -4$

$d = 3$

$a_n = -4 + 3 \cdot (n - 1) \rightarrow a_n = 3n - 7$

$a_{10} = 3 \cdot 10 - 7 = 23$

$$S_{15} = \frac{[2 \cdot (-4) + 3 \cdot (15 - 1)]15}{2} = 255.$$

4. a.) ¿Qué lugar ocupa el nº 81 en la progresión 1,a?
b.) ¿Qué lugar ocupa el nº 82 en la progresión 1,b?

- a. Sustituimos a_n por 81 y despejamos n : $81 = 7n - 3 \rightarrow n = 12$
b. Sustituimos a_n por 82 y despejamos n : $83 = 3n - 7 \rightarrow n = 30$

5. ¿El nº 181 forma parte de la progresión 1,a? ¿y el 137?

Sustituimos a_n por 181 y despejamos n : $181 = 7n - 3 \rightarrow n = 26'27$ no es natural, el nº 181 no es un elemento de la prpgresión 1,a.
Sustituimos a_n por 137 y despejamos n : $137 = 7n - 3 \rightarrow n = 20$. El 137 es el vigésimo término de la progresión 1,a.

VER VIDEO https://youtu.be/X-Lmnf_CVSQ

6. Escribe los 5 primeros términos de las siguientes progresiones.

- a.) $a_1 = 3$ y $a_4 = 15$
b.) $b_1 = 19$ y $b_6 = 4$

a.
Hallar a_1 y d. $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_4 = a_1 + 3 \cdot d \rightarrow 15 = 3 + 3 \cdot d \rightarrow d = 4 \end{cases} \rightarrow 3,7,11,15,19 \dots$

b.
Hallar b_1 y d. $\begin{cases} b_1 = 19 \\ b_6 = b_1 + 5 \cdot d \rightarrow 4 = 19 + 5 \cdot d \rightarrow d = -3 \end{cases} \rightarrow 19,16,13,10,7 \dots$

7. Escribe los 5 primeros términos de las siguientes progresiones.

- a.) $a_3 = 5$ y $a_7 = 21$
b.) $b_2 = 7$ y $b_6 = 23$

a.
Hallar a_1 y d. $\begin{cases} a_7 = a_3 + 4 \cdot d \rightarrow 21 = 5 + 4 \cdot d \rightarrow d = 4 \\ a_3 = a_1 + 2 \cdot d \rightarrow 5 = a_1 + 2 \cdot 4 \rightarrow a_1 = -3 \end{cases} \rightarrow -3,1,5,9,13 \dots$

b.
Hallar b_1 y d. $\begin{cases} b_6 = b_2 + 4 \cdot d \rightarrow 23 = 7 + 4 \cdot d \rightarrow d = 4 \\ b_6 = b_1 + 5 \cdot d \rightarrow 23 = a_1 + 5 \cdot 4 \rightarrow a_1 = 3 \end{cases} \rightarrow 3,7,11,15,19 \dots$

8. Escribe los 5 primeros términos de las siguientes progresiones.

- a.) $a_1 = 4$ y $S_6 = 69$
b.) $b_1 = 18$ y $S_8 = 3$

- a. Hallar a_1 y d.

4

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 4 \\ S_n = \frac{[2 \cdot a_1 + d \cdot (n - 1)] \cdot n}{2} \rightarrow S_6 = \frac{[2 \cdot a_1 + d \cdot (6 - 1)] \cdot 6}{2} \rightarrow 69 = \frac{[2 \cdot 4 + d \cdot (6 - 1)] \cdot 6}{2} \rightarrow d = 3 \end{array} \right.$$

4,7,10,13,16...

b. Hallar b_1 y d .

$$\left\{ \begin{array}{l} b_1 = 18 \\ S_n = \frac{[2 \cdot b_1 + d \cdot (n - 1)] \cdot n}{2} \rightarrow S_8 = \frac{[2 \cdot b_1 + d \cdot (8 - 1)] \cdot 8}{2} \rightarrow 3 = \frac{[2 \cdot 18 + d \cdot (8 - 1)] \cdot 8}{2} \rightarrow d = -5 \end{array} \right.$$

18,13,8,3, -2...

9. De una progresión aritmética sabemos que $a_2 + a_5 = 29$ y $a_3 - a_1 = 14$, hallar los 5 primeros términos. ¿Pertenece el 60 a dicha progresión?

$$\left\{ \begin{array}{l} a_2 + a_5 = 29 \rightarrow \overbrace{a_1 + d}^{a_2} + \overbrace{a_1 + 4 \cdot d}^{a_5} = 29 \xrightarrow{\text{si } d=7} a_1 = -3 \rightarrow -3, 4, 11, 18, 25 \rightarrow \\ a_3 - a_1 = 14 \rightarrow \underbrace{a_1 + 2 \cdot d}_{a_3} - a_1 = 14 \rightarrow d = 7 \end{array} \right.$$

$$a_n = 7 \cdot n - 10$$

$60 = 7 \cdot n - 10 \rightarrow n = 10 \rightarrow$ el 60 sí pertenece a la progresión.

10. En un cine, la 3ª fila está a 11 m. de la pantalla y la 6ª a 17 m. ¿En qué fila estoy sentado si estoy a 35 metros de la pantalla?

$$\left\{ \begin{array}{l} a_3 = 11 \\ a_6 = 17 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_6 = a_3 + 3d \rightarrow 17 = 11 + 3d \rightarrow d = 2 \\ a_3 = a_1 + 2d \rightarrow a_1 = 7 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_n = 7 + 2(n - 1) \\ 35 = 7 + 2(n - 1) \end{array} \right. \rightarrow n = 14$$

11. En un edificio de planta baja y 6 pisos, el suelo del 2º piso se encuentra a 5,5 m. de altura y el del 4º a 10,5 m. Calcula la altura del edificio.

$$\left\{ \begin{array}{l} a_2 = 5,5 \\ a_4 = 10,5 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_4 = a_2 + 2d \rightarrow 10,5 = 5,5 + 2d \rightarrow d = 2,5 \\ a_2 = a_1 + d \rightarrow a_1 = 3 \end{array} \right.$$

El edificio tiene $3 + 6 \cdot 2,5 = 18$ m.

**12. a. ¿Cuánto suman los 15 primeros múltiplos de 3?
b. ¿Cuánto suman los múltiplos de 3 de 4 cifras?**

a.

$$\left\{ 3, 6, 9, \dots \right\} \left\{ \begin{array}{l} a_1 = 3 \\ d = 3 \end{array} \right. \rightarrow S_n = \frac{[2 \cdot a_1 + d \cdot (n - 1)] \cdot n}{2};$$

$$S_{15} = \frac{[2 \cdot 3 + 3 \cdot (15 - 1)] \cdot 15}{2} = 360$$

b.

$$\left\{ 1002, 1005, \dots, 9999 \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = 3000 \\ a_1 = 1002 \\ d = 3 \end{array} \right. \rightarrow S_n = \frac{[2 \cdot a_1 + d \cdot (n - 1)] \cdot n}{2}$$

$$S_n = \frac{[2 \cdot 1002 + 3 \cdot (3000 - 1)] \cdot 3000}{2} = 13497504$$

13. Hallar la suma de los múltiplos de 11 comprendidos entre 100 y 570.

$$\frac{100}{11} = 9'091 \rightarrow 11 \cdot 10 = 110$$

$$\frac{570}{11} = 51,81 \rightarrow 11 \cdot 51 = 561$$

$$110, \dots, 561 \begin{cases} a_1 = 110 \\ d = 11 \end{cases} \rightarrow a_n = 110 + 11(n - 1) \rightarrow 561 = 110 + 11(n - 1) \rightarrow$$

$$n = 42$$

$$S_n = \frac{[2 \cdot a_1 + d \cdot (n - 1)] \cdot n}{2} \rightarrow S_{42} = \frac{[2 \cdot 110 + 11 \cdot (42 - 1)] \cdot 42}{2} = 14091$$

3. PROGRESIONES GEOMÉTRICAS.

Son sucesiones construidas multiplicando por una cantidad constante a un primer término. Ejemplo: 3, 6, 12, 24, 48... El primer término es 3 y lo vamos multiplicando por 2.

FÓRMULAS

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - r}; \text{ si } r < 1$$

14. De las siguientes progresiones hallar: a_1 , r , a_n , a_{10} , S_{15} y S_∞

a.- 3, 6, 12, 24, 48, 96...

b.- 2, 6, 18, 54, 162...

c.- 1280, 640, 320, 160, 80...

a. Al dividir cada término por el anterior nos da siempre 2

$$a_1 = 3$$

$$r = 2$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}; a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$$

$$a_{10} = 3 \cdot 2^{10-1} = 1536$$

$$S_{15} = 3 \cdot \frac{2^{15} - 1}{2 - 1} = 98301$$

$$S_\infty = \infty, r > 1$$

b. Al dividir cada término por el anterior nos da siempre 3

$$a_1 = 2$$

$$r = 3$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}; a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

$$a_{10} = 2 \cdot 3^{10-1} = 118098$$

$$S_{15} = 2 \cdot \frac{3^{15}-1}{3-1} = 14348906$$

$$S_{\infty} = \infty, r > 1$$

c. Al dividir cada término por el anterior nos da siempre 1/2

$$a_1 = 1280$$

$$r = \frac{1}{2} = 0'5$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}; a_n = 1280 \cdot 0'5^{n-1}$$

$$a_{10} = 1280 \cdot 0'5^{10-1} = 2'5$$

$$S_{15} = 1280 \cdot \frac{0'5^{15}-1}{0'5-1} = 2559'9218$$

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r} = \frac{1280}{1-0'5} = 2560, r < 1$$

15. ¿El nº 384 pertenece a la progresión 3, 6, 12, 24, 48, 96...?

$$a_1 = 3; r = 2; a_n = a_1 \cdot r^{n-1}; a_n = 3 \cdot 2^{n-1} \rightarrow 384 = 3 \cdot 2^{n-1} \rightarrow 128 = 2^{n-1} = 2^7 \rightarrow n - 1 = 7;$$

$$n = 8.$$

El 384 si pertenece a la progresión y ocupa el octavo lugar.

16. ¿El nº 230 pertenece a la progresión 2, 6, 18, 54, 162...?

$$a_1 = 2; r = 3; a_n = a_1 \cdot r^{n-1}; a_n = 2 \cdot 3^{n-1} \rightarrow 230 = 2 \cdot 3^{n-1} \rightarrow 115 = 3^{n-1}; 115 \text{ no es potencia de } 3, \text{ el nº } 230 \text{ no pertenece a la progresión.}$$

17. Hallar a_1 y r en las siguientes progresiones geométricas.

a) $a_1 = 3; a_5 = 48$

b) $a_1 = 1280; a_4 = 160$

a) $a_5 = a_1 \cdot r^4 \rightarrow 48 = 3 \cdot r^4 \rightarrow 16 = r^4 \rightarrow r = 2$

b) $a_4 = a_1 \cdot r^3 \rightarrow 160 = 1280 \cdot r^3 \rightarrow 160/1280 = r^3 \rightarrow r = \frac{1}{2}$

18. Hallar a_1 y r en las siguientes progresiones geométricas.

a) $a_2 = 6; a_5 = 162$

b) $a_2 = 9; S_{\infty} = 36$

a.

$$\begin{cases} a_2 = 6 \\ a_5 = 162 \end{cases} \rightarrow a_5 = a_2 \cdot r^3; 162 = 6 \cdot r^3; r = 3 \rightarrow a_2 = a_1 \cdot r \rightarrow 6 = a_1 \cdot 3; a_1 = 2$$

b.

$$\begin{cases} a_2 = 9 \\ S_{\infty} = 36 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_2 = a_1 \cdot r \rightarrow 9 = a_1 \cdot r \\ S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r} \rightarrow 36 = \frac{a_1}{1-r} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 = 18 \\ r = \frac{1}{2} \end{cases}$$

19. Si cada día de la semana gastó el doble que el anterior, ¿cuánto gastaré en una semana si el lunes gasté 5€? Plantea el problema como una sucesión.

7

$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ r = 2 \end{cases} \rightarrow S_7 = 5 \cdot \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = 635$$

20. Una empresa ofrece a un empleado un sueldo de 15000 € anuales y una subida de 500 € cada año siguiente. Otra empresa le ofrece el mismo sueldo con una subida del 5% anual. Razona cuál de las dos es mejor comparando el sueldo dentro de 5 años.

$$\begin{cases} a_1 = 15000 \\ d = 500 \end{cases} \rightarrow a_5 = 15000 + 4 \cdot 500 = 17000 \text{ €}$$

$$\begin{cases} a_1 = 15000 \\ r = \frac{105}{100} \end{cases} \rightarrow a_5 = 15000 \cdot \left(\frac{105}{100}\right)^{5-1} = 18233 \text{ €}$$

21. Halla la fracción generatriz de 6,4444 ... utilizando las progresiones geométricas.

progresión geométrica.
 $a_1=0,4$ y $r=0,1$

$$6,4444 \dots = 6, \hat{4} = 6 + \underbrace{0,4 + 0,04 + 0,004 + \dots}_{S_\infty = \frac{0,4}{1-0,1} = \frac{4}{9}} = 6 + \frac{4}{9} = \frac{58}{9}$$