SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

PROBABILIDAD.

SUCESOS ALEATORIOS. PROBABILIDAD DE UN SUCESO y LEY DE LAPLACE PARA EXPERIENCIAS REGULARES. DIAGRAMA DE ÁRBOL Y TABLA DE CONTINGENCIA.

1. SUCESOS ALEATORIOS.

1. Una bolsa tiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. La experiencia consiste en sacar una bola y anotar su número.

a. ¿Cuál es el espacio muestral?

b. Considera estos sucesos: A = "número primo" B = "múltiplo de 3" Describe los sucesos siguientes: A, A', A ∪ B, A ∪ A', B, B', A ∩ B, y A ∩ A'

a. $\mathrm{E} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

b. $A = \{2, 3, 5, 7\}; A' = \{1, 4, 6, 8, 9, 10\}; A \cup A' = E; A \cap A' = \emptyset$

$B = \{3, 6, 9\}; B' = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}; A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}; A \cap B = \{3\}$

2. Lanzamos tres veces una moneda.

a. Completa en tu cuaderno el espacio muestral: E = {(C, C, C), (C, C, +), (C, +, C), ...}

b. Describe los siguientes sucesos: A = "la primera vez salió cara" B = "hay al menos dos caras"

c. Describe los sucesos A ∪ B, A ∩ B, A' y B'.

d. Describe un suceso que sea incompatible con A y con B. ¿Será incompatible con A ∪ B ?

a. $\mathrm{E} = \{ccc, xcc, cxc, ccx, cxx, xcx, xxc, xxx\}$

b. $\mathrm{A} = \{ccc, ccx, cxc, cxx\}; \mathrm{B} = \{ccc, ccx, cxc, xcc\}$

c. $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \{ccc, ccx, cxc, cxx, xcc\}; \mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \{ccc, ccx, cxc\};$

$\mathrm{A}' = \{xcc, xcx, xxc, xxx\}; \mathrm{B}' = \{cxx, xcx, xxc, xxx\}$

d. $\mathrm{C} = \{xxx\}$

Es incompatible con A y B pues $\mathrm{A} \cap \mathrm{C} = \mathrm{B} \cap \mathrm{C} = (\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) \cap \mathrm{C} = \emptyset$

3. En una urna hay 3 bolas negras, 4 blancas y 5 rojas. Elegimos una bola al azar y anotamos su color.

a. Se trata de un experimento aleatorio.

b. Escribe el espacio muestral.

c. Inventa tres sucesos.
d. ¿Cuántos posibles sucesos hay?
e. Tomando dos de los 3 sucesos del apartado C, escribe su intersección, su Unión, su diferencia y el complementario o contrario de ambos.
f. ¿Cuál sería el suceso seguro? Pon un ejemplo de suceso imposible.

a. Si se trata de un experimento aleatorio pues en el color de la bola elegida interviene el azar.

b. $\{N,B,R\}$

c. $A=\{N,R\}; B=\{N\}; C=\{N,B,R\}=\Omega$

d. Llamamos suceso a cualquier subconjunto del espacio muestral por tanto el número de sucesos coincidirá con el número de subconjuntos del espacio muestral. Número de sucesos $= 2^n$, siendo n el número de elementos del espacio muestral. En este caso $2^3 = 8$ sucesos: $\{N,B,R\}\{N,R\}\{N,B\}\{B,R\}\{N\}\{B\}\{R\}\emptyset$

e. $A=\{N,R\}; B=\{N\}\begin{cases} A\cap B=\{N\} \\ A\cup B=\{N,R\} \\ A-B=\{R\} \\ \bar{A}=\{B\}\ Y\ \bar{B}=\{B,R\} \end{cases}$

f. Suceso seguro{N, B, R}; suceso imposible {sacar bola verde}

4. En una caja tenemos 100 bolígrafos azules. Extraemos un bolígrafo y anotamos su color. ¿Se trata de un experimento aleatorio? ¿y si en la caja hubiera 50 azules y 50 rojos?

a. No se trata de un experimento aleatorio pues en el color del bolígrafo elegido no depende del azar, será seguro azul.

b. Si se trata de un experimento aleatorio pues en el color del bolígrafo elegido interviene el azar.

5. En un cajón tenemos monedas de 1 y 2 €. Elegimos dos monedas al azar y anotamos su valor.
a. Se trata de un experimento aleatorio.
b. Escribe el espacio muestral.
c. Inventa tres sucesos.
d. ¿Cuántos posibles sucesos hay?
e. Tomando dos de los 3 sucesos del apartado C, escribe su intersección, su Unión, su diferencia y el complementario o contrario de ambos.
f. ¿Cuál sería el suceso seguro? Pon un ejemplo de suceso imposible.

a. Si se trata de un experimento aleatorio pues en el valor de la moneda elegida interviene el azar.

b. $\{1,2\}$

c. $A=\{1,2\}; B=\{1\}; C=\{2\}$

d. Llamamos suceso a cualquier subconjunto del espacio muestral por tanto el número de sucesos coincidirá con el número de subconjuntos del espacio muestral. Número de sucesos $= 2^n$, siendo n el número de elementos del espacio muestral. En este caso $2^2 = 4$ sucesos: $\{1,2\}; \{1\}; \{2\}; \emptyset$

e. $A = \{1,2\}; B = \{1\} \begin{cases} A \cap B = \{1\} \\ A \cup B = \{1,2\} \\ A - B = \{1\} \\ \bar{A} = \emptyset \ Y \ \bar{B} = \{2\} \end{cases}$

f. Suceso seguro "sacar 1 o 2". Suceso imposible "sacar una mones de 50 céntimos"

6. Lanzamos dos dados o un dado dos veces y anotamos el valor resultante en cada dado.

a. Se trata de un experimento aleatorio.

b. Escribe el espacio muestral.

c. Inventa tres sucesos.

d. ¿Cuántos posibles sucesos hay?

e. Tomando dos de los 3 sucesos del apartado C, escribe su intersección, su Unión, su diferencia y el complementario o contrario de ambos.

f. ¿Cuál sería el suceso seguro? Pon un ejemplo de suceso imposible.

a. Si se trata de un experimento aleatorio pues en el valor de los dados interviene el azar.

b.

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

c. A: Que la suma de los dados sea 7. {61,52,43,34,25,16}
B: Que ambos sean pares. {22,24,26,42,44,46,62,64,66}
C: Que la suma sea mayor que 9. {64,55,46,65,56,66}

d. d. Llamamos suceso a cualquier subconjunto del espacio muestral por tanto el número de sucesos coincidirá con el número de subconjuntos del espacio muestral. Número de sucesos $= 2^n$, siendo n el número de elementos del espacio muestral. En este caso 2^{36}.

e. $\begin{cases} \mathrm{B} = \{22,24,26,42,44,46,62,64,66\} \\ \mathrm{C} = \{64,55,46,65,56,66\} \end{cases}$

$\begin{cases} \mathrm{B} \cap \mathrm{C} = \{64,46,66\} \\ \mathrm{B} \cup \mathrm{C} = \{22,24,26,42,44,46,62,64,66,55,65,56\} \\ \mathrm{B} - \mathrm{C} = \{22,24,26,42,44,62\} \\ \bar{\mathrm{A}} = \text{tomamos E } (\Omega) \text{ y le quitamos A y } \bar{\mathrm{B}} = \text{tomamos E } (\Omega) \text{ y le quitamos B} \end{cases}$

f. Suceso seguro: "suma menor que 13"; suceso imposible "suma mayor que 12"

2. PROBABILIDAD DE UN SUCESO y LEY DE LAPLACE PARA EXPERIENCIAS REGULARES.

7. Lanzamos dos monedas. Calcular la probabilidad de que salgan dos caras; salga al menos una cruz.

$$\text{Espacio muestral:}\begin{Bmatrix} cc \\ cx \\ xc \\ xx \end{Bmatrix}\begin{cases} P(\text{dos c}) = \dfrac{1}{4} \\ P(\text{al menos una x}) = \dfrac{3}{4} \end{cases}$$

8. Lanzamos tres monedas. Calcular la probabilidad de que salgan tres caras; salgan exactamente dos cruces; salgan más caras que cruces.

$$\text{Espacio muestral:}\begin{Bmatrix} ccc \\ ccx \\ cxc \\ xcc \\ cxx \\ xcx \\ xxc \\ xxx \end{Bmatrix}\begin{cases} P(\text{tres caras}) = \dfrac{1}{8} \\ P(\text{exactamente dos cruces}) = \dfrac{3}{8} \\ P(\text{mas c que x}) = \dfrac{4}{8} \end{cases}$$

9. Lanzamos cuatro monedas. Calcular la probabilidad de que salgan exactamente tres caras; salgan exactamente dos cruces; salgan más caras que cruces.

$$\text{Espacio muestral:}\begin{Bmatrix} cccx & cccc \\ ccxx & ccxc \\ cxcx & cxcc \\ xccx & xccc \\ cxxx & cxxc \\ xcxx & xcxc \\ xxcx & xxcc \\ xxxx & xxxc \end{Bmatrix}\begin{cases} P(\text{tres caras}) = \dfrac{4}{16} \\ P(\text{exactamente dos cruces}) = \dfrac{6}{16} \\ P(\text{mas c que x}) = \dfrac{5}{16} \end{cases}$$

Las columnas rojas son el lanzamiento de tres monedas. En la primera añadimos una x a cada una de ellas y en la segunda añadimos una cara. Así obtenemos el espacio muestral para cuatro monedas.
Si aumentamos el número de monedas lanzadas, trabajar con el espacio muestral es casi imposible. Trabajaremos con distribución binomial. Lo veremos más adelante.

10. Lanzamos 2 dados de 6 caras no trucados y consideramos los sucesos siguientes: A "la suma de los resultados de los 2 dados es 7" y B "el producto de los resultados de los 2 dados es impar"

a. Calcula la probabilidad de cada uno de ellos.

b. ¿Son independientes los 2 sucesos?

VER VIDEO https://youtu.be/gdVPUqV0bG8

Espacio muestral:

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56

61	62	63	64	65	66

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

$$P(A) = P(\text{suma} = 7) = \frac{6}{36}$$

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

$$P(B) = P(\text{producto impar}) = \frac{9}{36}$$

b. $P(A \cap B) = 0 \neq P(A) \cdot P(B) \rightarrow$ Son dependientes.

11. Un dado se carga de manera que la probabilidad de obtener un 6 es de 1/2 y las probabilidades de obtener cada una de las otras caras son iguales a p. Se lanza el dado, calcula la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:

a. Se obtiene un dos.
b. No se obtiene ningún tres.
c. Se obtiene un número par.
d. Se obtiene un número impar.

$$\overbrace{p + p + p + p + p = 0{,}5}^{\text{Probabilidad de no sacar un 6}} \rightarrow p = 0{,}1$$

a. $P(2) = 0{,}1$
b. $P(\text{ningún } 3) = 1 - P(3) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$
c. $P(\text{par}) = 0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}5 = 0{,}7$
d. $P(\text{impar}) = 0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}1 = 0{,}3$

12. Lanzamos tres dados. Calcular la probabilidad de que los tres sean impares, el tercero sea la suma de los otros dos y de que la suma sea mayor que 12.

$11\begin{cases}1\\2\\3\\4\\5\\6\end{cases}$	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

Hacer completo el espacio muestral no podemos pues son 216 casos posibles. Pero podemos basarnos en el espacio muestral de dos dados.

$$P(\text{los tres impares})=\frac{27}{216}$$

$11\begin{cases}1\\2\\3\\4\\5\\6\end{cases}$	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

$$P(3^{\underline{o}}=\text{suma dos primeros})=\{112,213,314,415,516,123,224,325,426,\ldots\}=\frac{15}{216}$$

$$P(\text{suma}>12)\left\{\begin{matrix}616\\626\\625\\636\\635\\634\\\vdots\\266\\265\\256\end{matrix}\right\}=\frac{27}{216}$$

$11\begin{cases}1\\2\\3\\4\\5\\6\end{cases}$	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

13. Tenemos 10 jugadores para hacer equipos de 5.

a. ¿Cuál es la probabilidad de A: que Juan forme parte de un equipo?

b. ¿Cuál es la probabilidad de B: que en el equipo esté Juan y no esté Pedro?

$$\begin{cases}\text{n}^{\underline{o}}\text{ total de equipos } C_{10,5}=\binom{10}{5}=252\\ \text{n}^{\underline{o}}\text{ de equipos en los que juega Juan } C_{9,4}=\binom{9}{4}=126\\ \text{n}^{\underline{o}}\text{ de equipos en los que juega Juan y no Pedro } C_{8,4}=\binom{8}{4}=70\end{cases}$$

a.

$$P(A) = \frac{126}{252} = 0.5$$

b.

$$P(B) = \frac{70}{252} = \frac{5}{18}$$

3. DIAGRAMA DE ÁRBOL.

14. Haz un diagrama de árbol para los siguientes casos. En una urna A tenemos 6 bolas rojas y 4 bolas verdes, en una urna B tenemos 5 bolas rojas y 7 bolas verdes.

a. Extraemos una bola de A y a continuación una bola de B.

b. Elegimos una urna al azar y extraemos una bola.

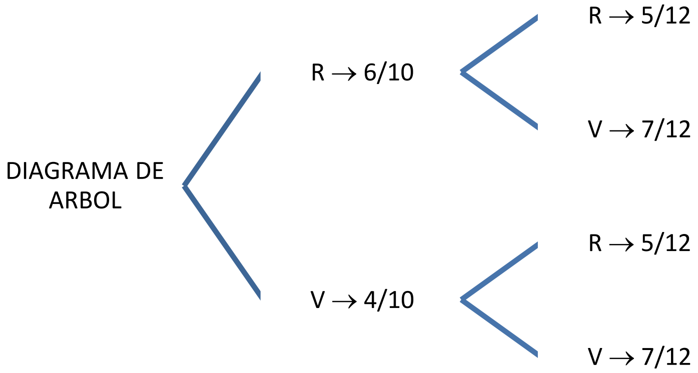
c. Tomamos una bola de A y la introducimos en B, a continuación, sacamos una bola de B.

d. En el caso a, calcular la probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color.

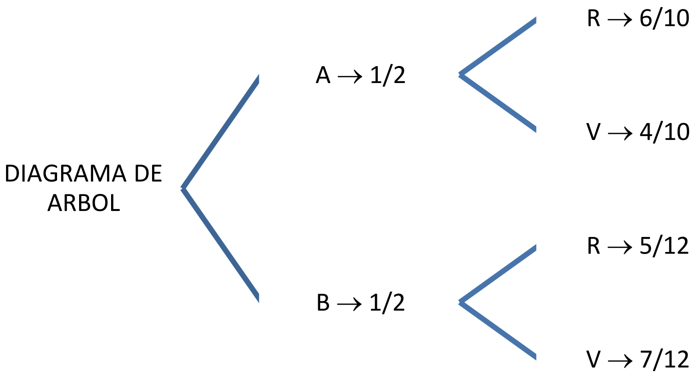
e. En el caso b, calcular la probabilidad de que la bola sea roja.

f. En el caso c, calcular la probabilidad de que las dos bolas sean rojas.

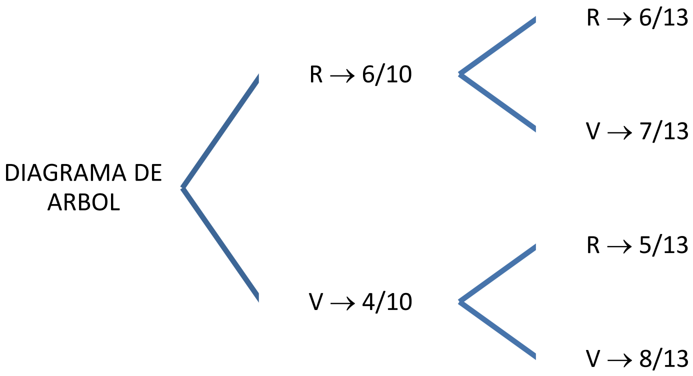
a.



b.



c.



d.

$$P(\text{mismo color}) = P(R,R) + P(V,V) = \frac{6}{10}\cdot\frac{5}{12} + \frac{4}{10}\cdot\frac{7}{12} = \frac{29}{60}$$

e.

$$P(R) = P(A,R) + P(B,R) = \frac{1}{2}\cdot\frac{6}{10} + \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{12} = \frac{61}{120}$$

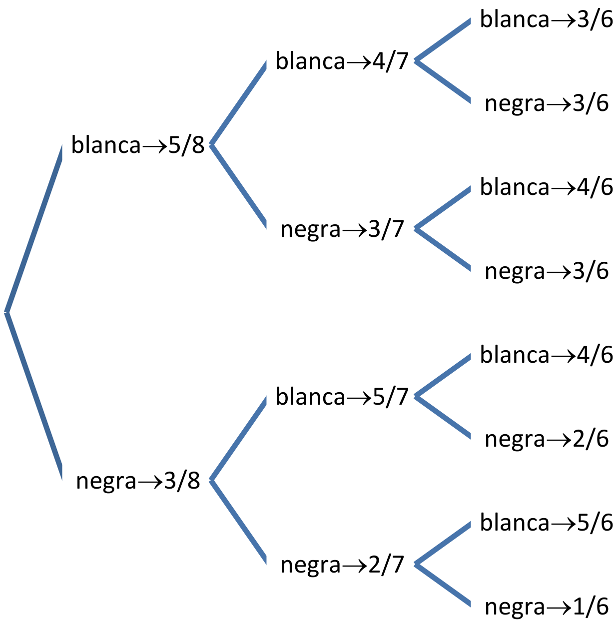
f.

$$P(R,R) = P(R,R) + P(V,R) = \frac{6}{10}\cdot\frac{6}{13} + \frac{4}{10}\cdot\frac{5}{13} = \frac{28}{65}$$

15. Una urna contiene 5 bolas blanca y 3 negras. Se extraen 3 bolas al azar sin reemplazamiento.

a) Calcula la probabilidad de que se extraigan 2 blancas y 1 negra.

b) Calcula la probabilidad de que se extraiga al menos 1 negra.



$$P(2b \text{ y } 1n) = P(b\cap b\cap n) + P(b\cap n\cap b) + P(n\cap b\cap b) = \frac{5}{8}\frac{4}{7}\frac{3}{6} + \frac{5}{8}\frac{3}{7}\frac{4}{6} + \frac{3}{8}\frac{5}{7}\frac{4}{6} = \frac{15}{28}$$

$$P(\text{al menos } 1n) = 1 - P(\text{ninguna } n) = 1 - P(b\cap b\cap b) = 1 - \frac{5}{8}\frac{4}{7}\frac{3}{6} = \frac{23}{28}$$

16. Tenemos una baraja española de 40 cartas si extraemos una carta al azar calcular la probabilidad de que la carta elegida

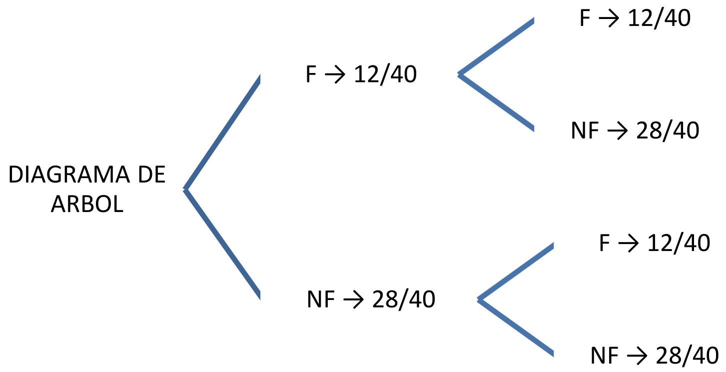
a. sea de oros
b. sea un caballo
c. sea una figura

a. En la baraja de 40 cartas hay 10 que son oros. $P(\text{oro}) = 10/40 = 1/4$
b. En la baraja de 40 cartas hay 4 que son caballos. $P(\text{caballo}) = 4/40 = 1/10$
c. En la baraja de 40 cartas hay 12 que son figuras. $P(\text{figura}) = 12/40 = 3/10$

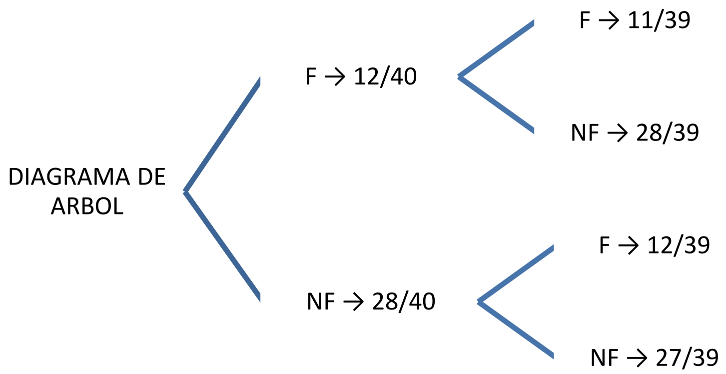
17. Extraemos dos cartas de una baraja española de 40 cartas.

a. Hallar la probabilidad de que ambas sean figuras, considerando con y sin reemplazamiento.
b. Hallar la probabilidad de que ambas sean de oros, considerando con y sin reemplazamiento.

a.

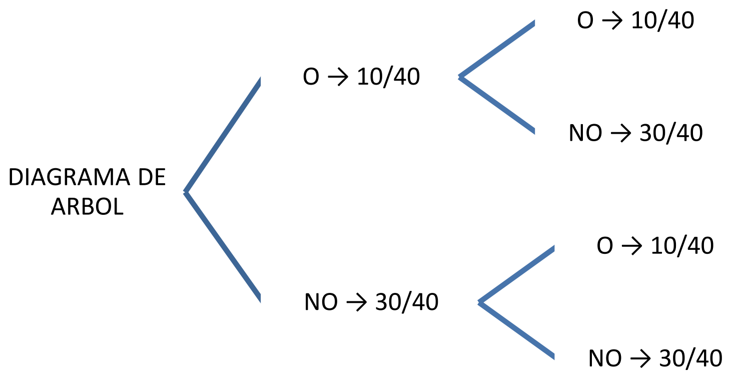


$$P(F_I \cap F_2) = \frac{12}{40} \cdot \frac{12}{40} = \frac{9}{100}$$

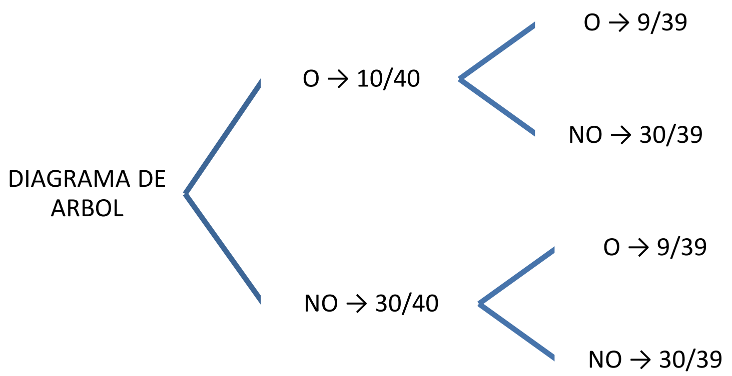


$$P(F_I \cap F_2) = \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} = \frac{11}{130}$$

b.



$$P(O_I \cap O_2) = \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} = \frac{1}{16}$$



$$P(O_I \cap O_2) = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \frac{3}{52}$$

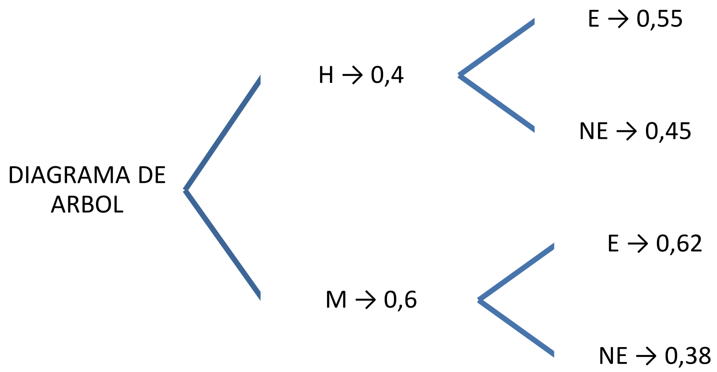
18. En una empresa el 40 % de los trabajadores son hombres. De estos el 55 % tiene estudios superiores. El 38 % de las mujeres de la empresa no tiene estudios superiores.

a. Realiza un diagrama de árbol para expresar los datos del problema.

b. Si elegimos un trabajador al azar, probabilidad de que sea un hombre con estudios superiores.

c. Si elegimos un trabajador al azar, probabilidad de que no tenga estudios superiores.

a.



b. $P(H \cap E) = 0{,}4 \cdot 0{,}55 = 022$

c. $P(NE) = P(H \cap NE) + P(M \cap NE) = 0{,}4 \cdot 0{,}45 + 0{,}6 \cdot 0{,}38 = 0{,}408$

---

19. En mi clase el 30% han aprobado las matemáticas. De éstos el 35% han aprobado física. El 80% de los que han suspendido matemáticas, también han suspendido física.

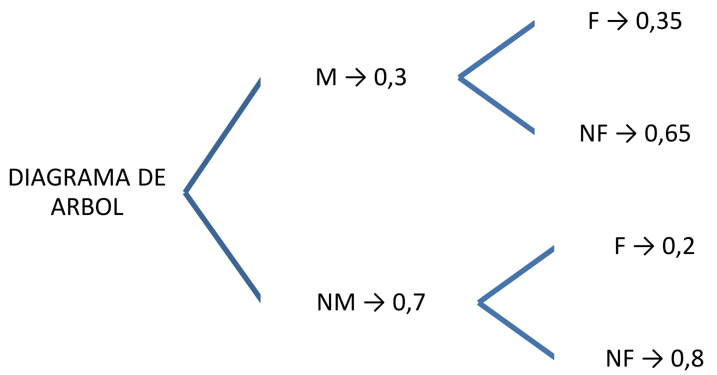
a. Realiza un diagrama de árbol para expresar los datos del problema.

b. Si elegimos un estudiante al azar, probabilidad de que suspenda ambas asignaturas.

b. Si elegimos un estudiante al azar, probabilidad de que solo apruebe matemáticas.

---

a.



b. $P(NM \cap NF) = 0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}56$

c. $P(\text{solo apruebe matemáticas}) = P(M \cap NF) = 0{,}3 \cdot 0{,}65 = 0195$

---

20. Tenemos dos urnas descritas a continuación:

Urna I: 2 bola roja y 3 bolas verdes.

Urna II: 3 bolas rojas y 5 bola verde.

Realiza el diagrama de árbol en cada caso.

a. El experimento consiste en extraer una bola al azar de la urna 1, y a continuación extraer una bola al azar de la urna 2.

b. El experimento consiste en extraer una bola al azar de la urna 1, introducirla en la urna dos y finalmente extraer una bola al azar de la urna 2.

c. El experimento consiste en elegir una urna al azar y extraer una bola.

DIAGRAMA DE ARBOL

- R → 2/5
  - R → 3/8
  - V → 5/8
- V → 3/5
  - R → 3/8
  - V → 5/8

DIAGRAMA DE ARBOL

- R → 2/5
  - R → 4/9
  - V → 5/9
- V → 3/5
  - R → 3/9
  - V → 6/9

DIAGRAMA DE ARBOL

- I → 1/2
  - R → 2/5
  - V → 3/5
- ii → 1/2
  - R → 3/8
  - V → 5/8

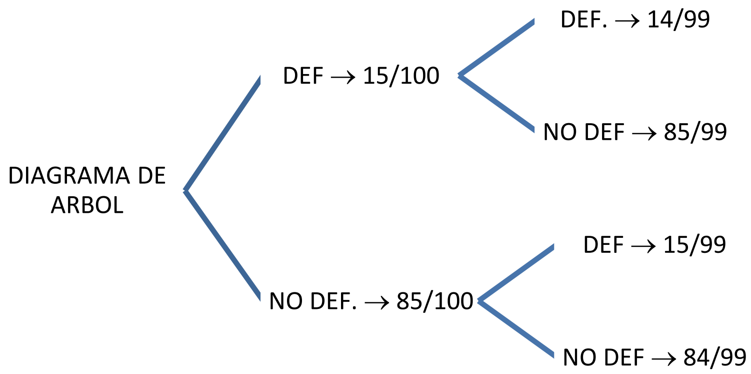
21. En una máquina se han fabricado 100 piezas, de las cuales 15 han presentado algún defecto.

a. Calcula la proporción de piezas que no son defectuosas.

b. Calcula la probabilidad de que si examinamos dos piezas al azar, ambas sean defectuosas.

c. Si tomamos dos piezas al azar, y la 1ª es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que la 2ª no lo sea?

VER VIDEO https://youtu.be/6SSYUCLDaC8



a. El 85 5 no son defectuosas.
b.

$$P(\text{ambas def.}) = P(DEF_1 \cap DEF_2) = \frac{15}{100} \cdot \frac{14}{99} = \frac{7}{330}$$

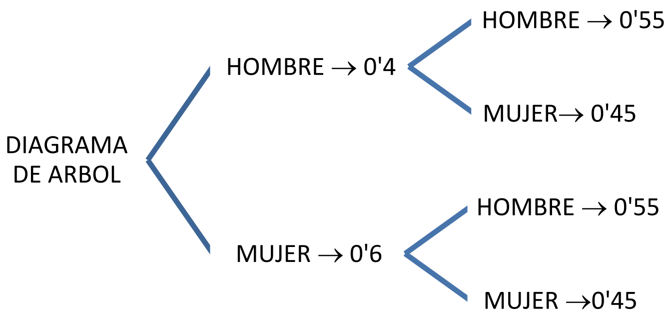
$$P\left({}^{NO\ DEF_2}/_{DEF_1}\right) = \frac{P(NO\ DEF_2 \cap DEF_1)}{P(DEF_1)} = \frac{\frac{15}{100} \cdot \frac{85}{99}}{\frac{15}{100}} = \frac{85}{99}$$

22. Una empresa tiene dos fábricas, en la 1ª el 60 % de los trabajadores son mujeres y en la 2ª el 55 % de los trabajadores son hombres. Se elige al azar un trabajador de cada fábrica para pertenecer al comité de empresa. Suponiendo que el hecho de pertenecer a una fábrica es independiente de pertenecer a la otra, calcula:

a. La probabilidad de los siguientes sucesos A: los dos son hombres; B: sólo hay una mujer y C: las dos son mujeres.

b. Razona si el suceso contrario al C es el A, el B, el A ∪ B, el A ∩ *B* o algún otro y calcula su probabilidad.

VER VIDEO https://youtu.be/79K1MqKYuN4



a.
$P(A) = P(H_1)\cdot P(H_2) = 0,4\cdot 0,55 = 0,22$
$P(B) = P(H_1)\cdot P(M_2) + P(M_1)\cdot P(H_2) = 0,4\cdot 0,45 + 0,6\cdot 0,55 = 0,51$
$P(C) = P(M_1)\cdot P(M_2) = 0,6\cdot 0,45 = 0,27$

b. El suceso contrario a “las dos personas son mujeres” sería “hay algún hombre” que es el suceso A U B.
$P(AUB) = 1 – P(C) = 1 – 0,27 = 0,73$

23. Tenemos un dado correcto y dos urnas con bolas descritas a continuación:
Urna I: 1 bola negra, 3 bolas rojas y 6 bolas verdes.
Urna II: 2 bolas negras, 6 bolas rojas y 2 bolas verdes.
Tiramos el dado. Si obtienes 1 o 2, ve a la urna I. Si sale 3, 4, 5 o 6, vamos a la urna II. Extraemos al azar una bola de la urna correspondiente.

a. Haz un diagrama de árbol que representa el experimento con todas las probabilidades.

b. Calcular las siguientes probabilidades:

i) p $(\{3,4,5,6\}\text{y}\{\text{bola roja}\})$

ii) p $\left(\{\text{bola verde}\}/\{1\}\right)$

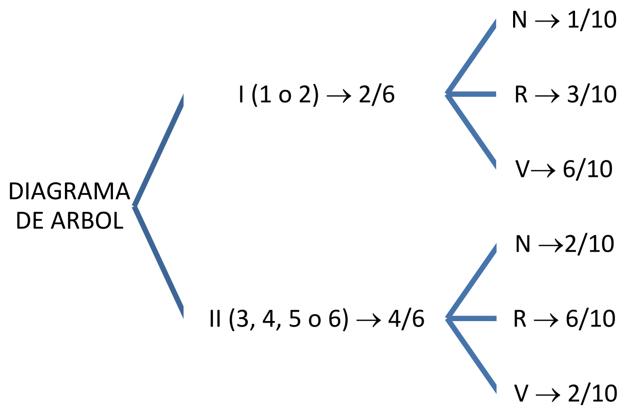
iii) p $\left(\{\text{bola roja}\}/\{5\}\right)$

iv) p $(\{2\} \cap \{\text{bola verde}\})$

c. Calcular la probabilidad de la bola extraída haya sido roja y haya sido negra. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída haya sido verde? ¿Cuánto es la suma de las tres probabilidades? Justifica la respuesta.

VER VIDEO https://youtu.be/CceRWFXmKXU

a.



b.

$$P(\{3,4,5,6\}\text{y}\{\text{bola roja}\}) = \frac{4}{6}\cdot\frac{6}{10} = 0{,}4$$

$$P\left(\{\text{bola verde}\}/\{1\}\right) = \frac{6}{10}$$

$$P\left(\{\text{bola roja}\}/\{5\}\right) = \frac{6}{10}$$

$$P(\{2\} \cap \{\text{bola verde}\}) = \frac{1}{6}\cdot\frac{6}{10} = 0{,}1$$

c.

$$P(\{\text{roja}\}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{3}{10} + \frac{4}{6}\cdot\frac{6}{10} = 0{,}5$$

$$P(\{\text{negra}\}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{1}{10} + \frac{4}{6}\cdot\frac{2}{10} = \frac{1}{6}$$

$$P(\{\text{verde}\}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{6}{10} + \frac{4}{6}\cdot\frac{2}{10} = \frac{1}{3}$$

Las tres probabilidades suman 1.

24. Tenemos dos urnas descritas a continuación:
Urna I: 2 bolas negras, 1 bola roja y 3 bolas verdes.
Urna II: 1 bola negra, 2 bolas rojas y 1 bola verde.
El experimento consiste en extraer una bola al azar de la urna 1, introducirla en la urna dos y finalmente extraer una bola al azar de la urna 2.

a. Hacer un diagrama de árbol que represente el experimento con las probabilidades asociadas.

b. Calcula la probabilidad de que la 2ª bola extraída sea:

i. Roja.

ii. Negra.

iii. Verde.

c. Sabiendo que la 2ª bola ha sido negra ¿cuál es la probabilidad de que la 1ª también sea negra?

d. ¿Cuál es la probabilidad de que la 1ª bola sea roja siendo roja la 2ª?

VER VIDEO https://youtu.be/Zwu79T3cJZo

DIAGRAMA DE ÁRBOL

- NEGRA → 2/6
  - NEGRA → 2/5
  - ROJA → 2/5
  - VERDE → 1/5
- ROJA → 1/6
  - NEGRA → 1/5
  - ROJA → 3/5
  - VERDE → 1/5
- VERDE → 3/6
  - NEGRA → 1/5
  - ROJA → 2/5
  - VERDE → 2/5

b.

$$P(\text{negra}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{5} + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5} + \frac{3}{6}\cdot\frac{1}{5} = \frac{4}{15}$$

$$P(\text{roja}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{5} + \frac{1}{6}\cdot\frac{3}{5} + \frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5} = \frac{13}{30}$$

$$P(\text{verde}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5} + \frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5} = \frac{3}{10}$$

c.

$$P\left({}^{N_1}/_{N_2}\right) = \frac{P(N_1 \cap N_2)}{P(N_2)} = \frac{\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{5}}{\frac{4}{15}} = \frac{1}{2}$$

d.

$$P\left({}^{R_1}/_{R_2}\right) = \frac{P(R_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}}{\frac{13}{30}} = \frac{1}{13}$$

4. TABLA DE CONTINGENCIA.

25. En una clase de segundo de bachiller, el 60% de los estudiantes son chicas, el 40% aprobó la lengua española y el 20% de ellos son chicas que aprobaron lengua castellana. Pregunta:

a. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar una persona que sea chico y suspenda lengua castellana?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que un chico suspenda lengua castellana?

c. Si un estudiante ha aprobado lengua española, ¿cuál es la probabilidad de que sea chico?

VER VIDEO https://youtu.be/2Ps30i1EvjY

	L	$\bar{L}$	
A	0,2	0,4	0,6
$\bar{A}$	0,2	0,2	0,4
	0,4	0,6	1

a. $P(A \cap \bar{L}) = 0,4$

b. $P(\bar{L}/\bar{A}) = \dfrac{P(\bar{L} \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \dfrac{0,2}{0,4} = \dfrac{1}{2}$

c. $P(\bar{A}/L) = \dfrac{P(\bar{A} \cap L)}{P(L)} = \dfrac{0,2}{0,4} = \dfrac{1}{2}$

26. Sean A y B dos sucesos que tienen probabilidades 0.4 y 0.6 respectivamente. Se sabe que, dado B, la probabilidad de que ocurra A es 0.3. Se pide:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran ambos sucesos a la vez?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra cualquiera de los sucesos?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos?

VER VIDEO https://youtu.be/70XTCREqZKY

$P(A) = 0,4;\ p(B) = 0,6 \text{ y } P(A/B) = 0,3$

	B	$\bar{B}$	
A	0,18	0,22	0,4
$\bar{A}$	0,42	0,18	0,6
	0,6	0,4	

a.

$P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow P(A \cap B) = 0,18$

b. $P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0,82$

c. $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,18$

27. Sean A y B dos sucesos tales que P(A∪B) = 0,9, p (A^C) = 0,4, donde A^C denota el suceso complementario al suceso A, y P (A∩B) = 0,2. Calcular las probabilidades siguientes: P(B), P(A/B), P (A)∩B^C) y P(A^C ∪ B^C).

VER VIDEO https://youtu.be/kvrElYnatB8

P(AUB) = P(A) + P(B) – P(A∩B) → 0,9 = 0,6 + P(B) – 0,2 → P(B) = 0,5

	B	B^c	
A	0'2	0'4	0'6
A^c	0'3	0'1	0'4
	0'5	0'5	1

P(B) = 0,5

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4$$

P(A∩B^c) = 0,4

P(A^cUB^c) = P(A^c) + P(B^c) – P(A^c∩B^c) = 0,8

28. Un estudiante realiza dos pruebas en un mismo dia. La probabilidad de que apruebe la primera prueba es de 0.6; la probabilidad de que apruebe la segunda es de 0.8, y la probabilidad de que apruebe ambas es de 0.5.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos una prueba?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no apruebe ninguna prueba?

c) Son "aprobar la primera prueba" y "aprobar la segunda prueba" sucesos independientes?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe la segunda prueba en caso de no haber superado la primera?

VER VÍDEO https://youtu.be/WPPHV3etR0k

Hacemos una tabla de contigencia.

	B	$\overline{B}$	
A	0'5	0'1	0'6
$\overline{A}$	0'3	0'1	0'4
	0'8	0'2	1

a) P(aprobar al menos una) = 1 – P(no aprobar ninguna) = 1 – 0'1 = 0'9

b) P(no aprobar ninguna) = 0'1

c) P(A).P(B) = 0'48 ≠ P(A∩B) → dependientes.

d) $P\left(\frac{B}{\overline{A}}\right) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{0'3}{0'4} = 0'75$

29. Se ha hecho un estudio sobre el miedo a volar y el nivel de estrés en una cierta comunidad. Nos dicen que el 60 % de los individuos no tiene miedo a volar y el 50 % tiene un nivel bajo de estrés, el 25 % un nivel medio y el 5 por ciento un nivel alto de estrés y miedo a volar. Sabiendo además que el 5 % de los individuos tiene un nivel medio de estrés y no tiene miedo a volar, calcular:

a. Probabilidad de que un individuo de la comunidad tenga un nivel medio de estrés y miedo a volar.

b. Sabiendo que un individuo tiene miedo a volar cuál es la probabilidad de que tenga un nivel de estrés bajo.

c. Son independientes los sucesos nivel de estrés bajo y miedo a volar razona la respuesta.

VER VIDEO https://youtu.be/wxw83WQbUdo

	ALTO (A)	MEDIO (M)	BAJO (B)	
MV (V)	5	20	15	40
NMV (V^c)	20	5	35	60
	25	25	50	

a. $P(M \cap V) = 20\,\% = 0{,}2$

b. $P\left({}^{B}/_{V}\right) = \dfrac{P(B \cap V)}{P(V)} = \dfrac{0{,}15}{0{,}4} = 0{,}375$

c. $\left\{\begin{matrix} P(B \cap V) = 0{,}15 \\ P(B) \cdot P(V) = 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}2 \end{matrix}\right\} P(B \cap V) \neq P(B) \cdot P(V) \rightarrow \text{Dependientes.}$