SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

MOVIMIENTO CIRCULAR.

M.C.U. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME Y M.C.U.A. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE ACELERADO.

1. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME. M.C.U.

<table>
<tr><th>MAGNITUDES</th><th>UNIDADES</th><th>FÓRMULAS</th></tr>
<tr><td>φ: ángulo recorrido. (nº de vueltas)</td><td>radianes</td><td rowspan="8">$\varphi = \omega.t$
$L = \varphi.R$
$\left.\begin{array}{l}\omega = 2\pi N \\ \omega = \frac{2\pi}{T}\end{array}\right\} N = \frac{1}{T}$
$v = \omega.R$
$a_N = \frac{v^2}{R}$
$a_N = \omega^2.R$
nº de vueltas = N.t</td></tr>
<tr><td>R: radio.</td><td>metros</td></tr>
<tr><td>ω: velocidad angular.</td><td>rad/s.</td></tr>
<tr><td>v: velocidad lineal.</td><td>m/s.</td></tr>
<tr><td>T: periodo. Tiempo en dar una vuelta.</td><td>s.</td></tr>
<tr><td>N o f: frecuencia. Nº de vueltas por unidad de tiempo</td><td>hercios = r.p.s.</td></tr>
<tr><td>a_N: aceleración normal o centrípeta.</td><td>m/s^2</td></tr>
</table>

1. Una rueda tiene 20 cm. de radio y tarda una centésima de segundo en dar una vuelta. Calcular:

a) Periodo.
b) Velocidad angular.
c) Velocidad lineal de un punto de la periferia.
d) Frecuencia.
e) Aceleración normal.

VER VÍDEO https://youtu.be/C9rQmBNMuiM

a) Tarda una centésima de segundo en dar una vuelta. → T = 0’01 s.

b) $\omega = \frac{2.\pi}{T} = 200.\pi \frac{rad}{s}. = 628'32$ rad/s.

c) $v = \omega.R = 40.\pi$ m/s = 125’66 m/s.

d) $f = \frac{1}{T} = 100$ hz.

e) $a_{normal} = \omega^2.R = 78957\ m/s^2$

2. La rueda de un carro tiene 75 cm. de radio y el carro es tirado por un caballo que va a 9 km/h. Hallar:

a.- Velocidad angular.

b.- Las vueltas que da la rueda cada minuto.

VER VÍDEO https://youtu.be/ZRsMXComoaY

R = 75 cm. = 0,75 m.

v = 9 Km./h.= 2,5 m/s.

$$v = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \frac{v}{R} = 3{,}33\ \frac{rad}{s}.$$

$$\varphi = \omega \cdot t = 3{,}33 \cdot 60 = 199{,}8\ rad. \frac{1\ vuelta}{2\pi\ rad.} = 31{,}8\ vueltas$$

También se puede hacer nº = N.t (ver video).

3. Un disco de 80 cm. de radio posee un período de dos segundos. Determinar:

a. Velocidad lineal de un punto de la periferia del disco.

b. Número de vueltas realizadas por el disco durante un tiempo de 10 s.

VER VIDEO https://youtu.be/BchVy-_G4Xw

$$\left\{\begin{array}{l} R = 80\ cm. = 0{,}8\ m. \\ T = 2\ s. \end{array}\right. \rightarrow \left\{ v = \omega \cdot R \rightarrow \left\{\begin{array}{l} \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \frac{rad}{s}. \\ v = \pi \cdot 0{,}8 = 2{,}51 \frac{m}{s}. \end{array}\right.\right.$$

$$n^{o}\ de\ vueltas \left\{\begin{array}{l} n^{o}\ de\ vueltas = f \cdot t = \frac{1}{T} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5\ vueltas \\ \varphi = \omega \cdot t = 10 \cdot \pi \frac{Rad}{s} \cdot \frac{1\ vuelta}{2\pi\ rad.} = 5\ vueltas. \end{array}\right.$$

4. Los puntos de la periferia de una rueda, que está girando, tienen una velocidad lineal de 54 km/h. Si la rueda tiene un radio de 40 cm.

a. ¿Cuál es su velocidad angular en rev/min.?

b. ¿Cuántas vueltas da en 18 s.?

c. ¿Qué longitud recorre durante esos 18 segundos?

VER VÍDEO https://youtu.be/4m3-JlZEASA

v = 54 Km./h. = 15 m/s.

R = 40 cm. = 0,4 m.

$$v = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \frac{v}{R} = 37{,}5\ \frac{rad}{s} \cdot \frac{1\ revolución}{2\pi\ rad.} \cdot \frac{60\ s.}{1\ minuto.} = 358{,}1 \frac{rev}{min}.$$

$$\varphi = \omega \cdot t = 37{,}5 \cdot 18 = 675\ rad. \frac{1\ vuelta}{2\pi\ rad.} = 107{,}43\ vueltas$$

$$L = \varphi \cdot t = \omega \cdot R \cdot t = 37{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 18 = 270\ m.$$

5. Calcular la velocidad angular en rad/s. de las agujas horaria, minutera y segundera de un reloj.

VER VÍDEO https://youtu.be/qwzwLAgp_P0

Parece que no hay datos, en realidad sabemos que la aguja horaria da una vuelta cada 12 h. Por tanto, el periodo es 12 h. = 43200 s.

$$\omega_H = \frac{2\pi}{T} = 1{,}45 \cdot 10^{-4}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

$$\omega_M = \frac{2\pi}{T} = 1{,}75 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

$$\omega_H = \frac{2\pi}{T} = 0{,}105\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

6. Una rueda gira a razón de 30π. rad/s. Calcular: ¿Cuántas vueltas da en 15 minutos?

$$\omega = 30\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}. = 94{,}25\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

$$\varphi = \omega \cdot t = 94{,}25 \cdot 900 = 84825 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad.}} = 13500 \text{ vueltas.}$$

7. Si la Tierra da una vuelta alrededor de su eje cada 24 horas, calcular

a. ¿Cuál es su velocidad angular en rad/h.?

b. ¿Qué velocidad lineal, en km/h, corresponde a un punto del Ecuador en este movimiento de rotación? Radio de la Tierra: 6370km.

VER VÍDEO https://youtu.be/ZtJoAFFhnnc

$$T = 24 \text{ h.} = 86400 \text{ s.}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 72{,}72 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{rad.}}{\text{s}}.$$

$$v = \omega \cdot R = 463{,}22\,\frac{\text{m}}{\text{s}}. = 1668\,\frac{\text{Km}}{\text{h}}.$$

8. Un cigüeñal de un automóvil gira a 4000 r.p.m. Calcular su velocidad angular, período y frecuencia.

$$f = 4000\,\frac{\text{rev.}}{\text{min.}} \cdot \frac{1 \text{ min.}}{60 \text{ s.}} = 66{,}67 \text{ r.p.s.}$$

$$\omega = 4000\,\frac{\text{rev.}}{\text{min.}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad.}}{1 \text{ rev.}} \cdot \frac{1 \text{ min.}}{60 \text{ s.}} = 418{,}88\,\frac{\text{rad.}}{\text{s}}.$$

$$T = \frac{1}{f} = 0{,}015 \text{ s.}$$

9. Un satélite artificial describe una órbita circular a 644 km. sobre la superficie de la Tierra. Su período es de 98 min. El radio terrestre mide 6370 km. Calcular su velocidad lineal y su velocidad angular.

VER VÍDEO https://youtu.be/7fRkGRXNMkA

$$\begin{cases} R = 7014 \text{ Km.} = 7014000 \text{ m.} \\ T = 98 \text{ min} = 5880 \text{ s.} \end{cases} \left\{ \begin{aligned} &\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5880} = 1{,}07 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{Rad}}{\text{s}}. \\ &v = \omega \cdot R = 7505\,\frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned} \right.$$

10. Una rueda de radio 0'5 m. describe una vuelta completa en dos segundos. Calcula:

a.- La distancia recorrida por un punto de la periferia de la rueda en esos 2s.

b.- Velocidad lineal a la cual ha girado dicho punto.

c.- Frecuencia.

VER VÍDEO https://youtu.be/EYrsS8BqjAw

$$\begin{cases} R = 0{,}5\ \text{m.} \\ T = 2\text{s.} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} L = \varphi \cdot R = \omega \cdot t \cdot R = \dfrac{2\pi}{T} \cdot t \cdot R = \pi\ \text{m.} \\ v = \omega \cdot R = \dfrac{2\pi}{T} \cdot R = 0{,}5 \cdot \pi\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}. \\ f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5\ \text{Hz.} \end{cases}$$

11. Un automóvil circula a una velocidad constante de 15 m/s. si las ruedas del automóvil tienen un radio de 30 cm. Calcula:

a.- Velocidad angular de las ruedas en r.p.m.

b.- Nº de vueltas que dan las ruedas en un minuto.

$$\begin{cases} v = 15\dfrac{\text{m}}{\text{s}}. \\ R = 30\ \text{cm.} = 0{,}3\ \text{m.} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{15}{0{,}3} = 50\ \dfrac{\text{rad}}{\text{s.}} \cdot \dfrac{1\ \text{rev.}}{2\pi\ \text{rad.}} \dfrac{60\ \text{s,}}{1\ \text{min.}} = 477{,}46\ \text{r.p.m.} \\ \varphi = \omega \cdot t = 50 \cdot 60 = 3000\ \text{Rad.} \cdot \dfrac{1\ \text{rev.}}{2\pi\ \text{rad.}} = 477{,}46\ \text{rev.} \end{cases}$$

12. Un móvil describe una trayectoria circular de 1 m. de radio a razón de treinta vueltas por minuto. Calcular:

a) Frecuencia y periodo del movimiento.

b) Componentes intrínsecas de la aceleración.

$$\begin{cases} R = 1\ \text{m.} \\ f = 30\dfrac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \dfrac{1\ \text{min.}}{60\ \text{s.}} = 0{,}5\ \text{Hz} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f = 0{,}5\ \text{Hz.} \\ T = \dfrac{1}{f} = 2\ \text{s.} \\ a_{tan} = 0\ \text{El m.c.u. no tiene}\ a_{tan.} \\ \omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \pi\ \dfrac{\text{rad.}}{\text{s.}} \\ a_{normal} = \omega^2 \cdot R = 9{,}87\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}. \end{cases}$$

13. Calcular la frecuencia de un movimiento circular uniforme de radio 40 cm. si sabemos que la velocidad lineal de un punto de la periferia es de 36 km/h.

$$\begin{cases} R = 40\ \text{cm.} = 0{,}4\ \text{m.} \\ v = 36\dfrac{\text{Km}}{\text{h}} = 10\dfrac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{10}{0{,}4} = 25\ \dfrac{\text{rad}}{\text{s}} \\ f = \dfrac{\omega}{2\pi} = 3{,}98\ \text{Hz.} \end{cases}$$

2. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE ACELERADO.

φ: ángulo recorrido.(nº de vueltas)	radianes	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\varphi$ $a_T = \alpha.R$
R: radio.	metros	
ω: velocidad angular.	rad/s.	
v: velocidad lineal.	m/s.	
T: periodo. Tiempo en dar una vuelta.	s.	
N o f: frecuencia. Nº de vueltas por unidad de tiempo	hercios = r.p.s.	
a_N: aceleración normal o centrípeta.	m/s²	
a_t: aceleración tangencial.	m/s²	
α: aceleración angular.	rad/s²	

14. Un disco de 50 cm. de radio gira a 180 r.p.m. y se detiene en 20 segundos. Calcular:

a. Componentes intrínsecas de la aceleración a los 2 s. de haber empezado a frenar.

b. Tiempo necesario para que el disco gire 5 vueltas.

VER VIDEO https://youtu.be/tkn0l6TvETY

$$\begin{cases} r = 50\text{ cm.} = 0{,}5\text{ m.} \\ \omega_0 = 180\text{ r.p.m.} = 180\,\dfrac{\text{rev}}{\text{min.}}\cdot\dfrac{2\pi\text{ vueltas}}{1\text{ rev.}}\cdot\dfrac{1\text{ min.}}{60\text{ s.}} = 18{,}85\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}} \\ t = 20\text{ s.} \\ \omega = 0 \end{cases}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha\cdot t \to 0 = 18{,}85 + 20\cdot\alpha \to \alpha = -0{,}94\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.$$

$$\omega_{2\text{ s.}} = 18{,}85 - 0{,}94\cdot 2 = 16{,}97\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}. \to a_n = \omega^2\cdot R = 16{,}97^2\cdot 0{,}5 = 144\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$a_\tau = \alpha\cdot R = -0{,}94\cdot 0{,}5 = -0{,}47\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$\varphi = 5\text{ vueltas}\cdot\frac{2\pi\text{ rad.}}{1\text{ vuelta}} = 31.42\text{ rad.}\begin{cases} \varphi = \omega_0\cdot t + \dfrac{1}{2}\alpha\cdot t^2 \\ 31{,}42 = 18{,}85\cdot t - 0{,}47\cdot t^2 \end{cases} \to t = 1{,}74\text{ s.}$$

15. Un disco de 40 cm. de diámetro que parte del reposo gira durante 20 s. hasta alcanzar las 60 r.p.m. Transcurrido dicho tiempo, el disco gira durante 10 s. a velocidad constante, y posteriormente, inicia un frenado que lo hace detenerse en dos vueltas. Calcular:

a. Las aceleraciones angulares al acelerar y al frenar.

b. El número de vueltas totales realizadas por el disco desde que inicia el movimiento hasta que se detiene de nuevo.

VER VIDEO https://youtu.be/qJuVjoq7_hc

Primer tramo.

$$\begin{cases} \omega_0 = 0 \\ t = 20\ s. \\ \omega = 60\dfrac{rev}{min}\cdot\dfrac{2\pi\ rad.}{1\ rev}\cdot\dfrac{1\ min.}{60\ s.} = 6{,}28\dfrac{rad}{s}. \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha\cdot t \rightarrow 6{,}28 = \alpha\cdot 20 \rightarrow \alpha = 0{,}314\dfrac{rad}{s^2}. \\ \varphi = \omega_0\cdot t + \dfrac{1}{2}\cdot\alpha\cdot t^2 = 0{,}5\cdot 0{,}314\cdot 20^2 = 62{,}8\ rad.\dfrac{1\ vuelta}{2\pi\ rad} = 10\ vueltas \end{cases}$$

Segundo tramo.

$\{\varphi = \omega\cdot t = 6{,}28\cdot 10 = 62{,}8\ rad = 10\ vueltas.$

$$\begin{cases} \omega_0 = 6{,}28\ \frac{rad}{s}. \\ \varphi = 2\ vueltas\cdot\frac{2\pi\ rad.}{1\ vuelta} = 12{,}57\ rad. \\ \omega = 0. \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \omega^2 = \omega_0{}^2 + 2\cdot\alpha\cdot\varphi \\ 0 = 6{,}28^2 + 2\cdot\alpha\cdot 12{,}57 \rightarrow \alpha = 1{,}57\frac{rad}{s^2}. \end{cases}$$

nº total de vueltas = 10 + 10 + 2 = 22 vueltas.

---

16. Un móvil que gira a 15 rad/s. acelera alcanzando los 30 rad/s. tras dar 50 vueltas. Calcular:

a.- Aceleración angular.

b.- Tiempo total.

c.- Número de vueltas que da en el último segundo.

VER VÍDEO https://youtu.be/xPGddlLOnHU

$$\begin{cases} \omega_0 = 15\dfrac{rad}{s} \\ \omega = 30\dfrac{rad}{s} \\ \varphi = 50\ vueltas\cdot\dfrac{2\pi\ rad.}{1\ vuelta} = 314{,}16\ rad \end{cases}$$

$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\varphi \rightarrow \alpha = 1{,}07\ rad/s^2$

$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow t = 14{,}02\ s.$

$\varphi_{13.02} = \omega_0 t + 0{,}5\alpha t^2 = 286\ rad.$

En el último segundo $\varphi_{total} - \varphi_{13{,}02} = 28{,}16\ rad\cdot\dfrac{1\ vuelta}{2\pi\ rad} = 4{,}48\ vueltas.$

---

17. Un tocadiscos gira a 33 r.p.m. Se desconecta de la corriente y debido a la fuerza de rozamiento que actúa sobre el plato se produce una aceleración de parada de 3 rad/s^2.Calcular:

a.- Tiempo que tarda en pararse.

b.- Velocidad a los 0,5 s.

c.- Aceleración tangencial si R = 17 cm.

d.- Número de vueltas en el último segundo.

VER VÍDEO https://youtu.be/yrgtlAh2evQ

---

a)

$$\omega_0 = 33\ r.p.m. = 33\dfrac{rev}{min}.\dfrac{1\ min}{60\ s.}.\dfrac{2.\pi\ rad.}{1\ rev.} = 3{,}46\dfrac{rad}{s}.$$

$\omega = \omega_0 + \alpha.t \rightarrow t = 1{,}15\ s.$

b.-

$\omega = \omega_0 + \alpha.t \rightarrow \omega = 1{,}96\frac{rad}{s}.$

c.-

$a_t = \alpha R = -0{,}51\frac{m}{s^2}.$

d

$\varphi_{0,15} = \omega_0 t + 0{,}5\alpha t^2 = 0{,}49\ rad.$

$\varphi_{1,15} = \omega_0 t + 0{,}5\alpha t^2 = 2\ rad.$

En el último segundo $\varphi_{total} - \varphi_{0,15} = 1{,}51\ rad \cdot \frac{1\ vuelta}{2\pi\ rad} = 0{,}24$ vueltas.

18. Calcular el tiempo necesario para que un disco que parte del reposo acelere uniformemente hasta alcanzar 30 r.p.m. después de recorrer 6 vueltas.

VER VÍDEO https://youtu.be/HxzMWOg82Ag

$$\left.\begin{array}{r} \omega = 30\ r.p.m. = 30\frac{rev}{min}.\frac{1\ min}{60\ s.}.\frac{2.\pi\ rad.}{1\ rev.} = \pi\frac{rad}{s} \\ \varphi = 6\ vueltas\frac{2.\pi\ rad.}{1\ vuelta} = 12.\pi\ rad \\ \omega_0 = 0 \end{array}\right\} \omega^2 = \omega_0{}^2 + 2.\alpha.\varphi \rightarrow$$

$$\alpha = \frac{0'13rad}{s} \rightarrow \omega = \omega_0 + \alpha.t \rightarrow t = 24'17s.$$