SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

SISTEMAS DE ECUACIONES.

RESOLVER SISTEMAS APLICANDO EL MÉTODO DE GAUSS. RESOLVER SISTEMAS APLICANDO LA REGLA DE CRAMER. DISCUSIÓN DE UN SISTEMA APLICANDO EL TEOREMA DE ROUCHÉ. DISCUSIÓN DE SISTEMAS HOMOGÉNEOS. DISCUSIÓN DE UN SISTEMA APLICANDO EL TEOREMA DE GAUSS. PROBLEMAS DE PLANTEO 3X3.

1. RESOLVER SISTEMAS APLICANDO EL MÉTODO DE GAUSS.

1. Resolver el sistema siguiente por el método de Gauss: $\begin{cases} \mathbf{x+2y+3z=9} \\ \mathbf{2x+3y+z=7} \\ \mathbf{3x+y+2z=8} \end{cases}$

VER VÍDEO https://youtu.be/WRwWsCSHZDI

$$\begin{cases} x+2y+3z=9 \\ 2x+3y+z=7 \\ 3x+y+2z=8 \end{cases} \begin{cases} 2E_1-E_2 \begin{cases} 2x+4y+6z=18 \\ -2x-3y-z=-7 \\ ------------ \\ y+5z=11 \end{cases} \\ 3E_1-E_3 \begin{cases} 3x+6y+9z=27 \\ -3x-y-2z=-8 \\ ------------ \\ 5y+7z=19 \end{cases} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2y+3z=9 \\ y+5z=11 \\ 5y+7z=19 \end{cases}$$

$$\rightarrow 5E_2-E_3 \begin{cases} 5y+25z=55 \\ -5y-7z=-19 \\ ------------ \\ 18z=36 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2y+3z=9 \\ y+5z=11 \\ 18z=36 \end{cases}$$

$$\rightarrow \overbrace{\underbrace{\rightarrow}_{\text{tiene una solución}}}^{\text{Sistema compatible determinado}} \begin{cases} \\ z=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y+5.2=11 \rightarrow y=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2.1+3.2=9 \rightarrow x=1 \end{cases}$$

2. Resolver el sistema siguiente por el método de Gauss: $\begin{cases} \mathbf{x+2y+3z=9} \\ \mathbf{2x+3y+z=7} \\ \mathbf{3x+5y+4z=16} \end{cases}$

VER VÍDEO https://youtu.be/GGiEBUzbF2k

$$\begin{cases} x+2y+3z=9 \\ 2x+3y+z=7 \\ 3x+5y+4z=16 \end{cases} \begin{cases} 2E_1-E_2 \begin{Bmatrix} 2x+4y+6z=18 \\ -2x-3y-z=-7 \\ ----------- \\ y+5z=11 \end{Bmatrix} \\ 3E_1-E_3 \begin{Bmatrix} 3x+6y+9z=27 \\ -3x-5y-4z=-16 \\ ----------- \\ y+5z=11 \end{Bmatrix} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2y+3z=9 \\ y+5z=11 \\ y+5z=11 \end{cases}$$

$$\rightarrow E_2-E_3 \begin{Bmatrix} y+5z=11 \\ -y-5z=-11 \\ ---------- \\ 0=0 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x+2y+3z=9 \\ y+5z=11 \\ 0=0 \rightarrow \text{S. Comp. Ind.} \end{cases}$$

$$\overbrace{\underbrace{\rightarrow}_{\substack{\text{tiene} \\ \text{infinitas} \\ \text{soluciónes.} \\ \text{Sustituimos} \\ z \text{ por } \lambda}}}^{\substack{\text{Sistema} \\ \text{compatible} \\ \text{indeterminado}}} \begin{cases} x+2y=9-3\lambda \\ y=11-5\lambda \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \\ y=11-5\lambda \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=-13+7\lambda \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=-13+7\lambda \\ y=11-5\lambda \\ z=\lambda \end{cases}$$

3. Resolver el sistema siguiente por el método de Gauss: $\begin{cases} \mathbf{x+2y+3z=9} \\ \mathbf{2x+3y+z=7} \\ \mathbf{3x+5y+4z=15} \end{cases}$

VER VÍDEO https://youtu.be/hPAnd74p7nM

$$\begin{cases} x+2y+3z=9 \\ 2x+3y+z=7 \\ 3x+5y+4z=15 \end{cases} \begin{cases} 2E_1-E_2 \begin{Bmatrix} 2x+4y+6z=18 \\ -2x-3y-z=-7 \\ ----------- \\ y+5z=11 \end{Bmatrix} \\ 3E_1-E_3 \begin{Bmatrix} 3x+6y+9z=27 \\ -3x-5y-4z=-15 \\ ----------- \\ y+5z=12 \end{Bmatrix} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2y+3z=9 \\ y+5z=11 \\ y+5z=12 \end{cases}$$

$$\rightarrow E_2-E_3 \begin{Bmatrix} y+5z=11 \\ -y-5z=-12 \\ ---------- \\ 0=-1 \rightarrow \text{Sistema incompatible} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{cases} \text{Sistema incompatible} \\ \text{No tiene solución} \end{cases}$$

4. Resolver el sistema siguiente por el método de Gauss: $\begin{cases} \mathbf{2x+3y+4z=13} \\ \mathbf{3x+4y+2z=11} \\ \mathbf{4x+2y+3z=12} \end{cases}$

VER VÍDEO https://youtu.be/QB3t8KtrJBc

$$\begin{cases} 2x+3y+4z=13 \\ 3x+4y+2z=11 \\ 4x+2y+3z=12 \end{cases} \begin{cases} 3E_1-2E_2 \begin{cases} 6x+9y+12z=39 \\ -6x-8y-4z=-22 \\ ----------- \\ y+8z=17 \end{cases} \\ 2E_1-E_3 \begin{cases} -4x-6y-8z=-26 \\ 4x+2y+3z=12 \\ ----------- \\ -4y-5z=-14 \end{cases} \end{cases} \to \begin{cases} 2x+3y+4z=13 \\ y+8z=17 \\ 4y+5z=14 \end{cases}$$

$$\to -4E_2+E_3 \begin{cases} -4y-32z=-68 \\ 4y+5z=14 \\ ---------- \\ -27z=-54 \end{cases} \to \begin{cases} 2x+3y+4z=13 \\ y+8z=17 \\ -27z=-54 \end{cases}$$

$$\to \overbrace{\underbrace{\to}_{\text{tiene una solución}}}^{\text{Sistema compatible determinado}} \begin{cases} \\ z=2 \end{cases} \to \begin{cases} y+8.2=17 \to y=1 \end{cases} \to \begin{cases} 2x+3.1+4.2=13 \to x=1 \end{cases}$$

5. Resolver el sistema siguiente por el método de Gauss: $\begin{cases} \mathbf{2x+3y+4z=11} \\ \mathbf{3x+\quad +2z=8} \\ \mathbf{4x+2y+3z=13} \end{cases}$

VER VÍDEO https://youtu.be/zB8-ud5Xa3E

$$\begin{cases} 2x+3y+4z=11 \\ 3x+\quad +2z=8 \\ 4x+2y+3z=13 \end{cases} 2E_1-3E_3 \begin{cases} 4x+6y+8z=22 \\ -12x-6y-9z=-39 \\ ----------- \\ -8x\quad -z=-17 \end{cases} \to \begin{cases} 2x+3y+4z=11 \\ 3x+\quad +2z=8 \\ -8x\quad -z=-17 \end{cases}$$

$$\to E_2+2E_3 \begin{cases} 3x+\quad +2z=8 \\ -16x\quad -2z=-34 \\ ---------- \\ -13x\quad =-26 \end{cases} \to \begin{cases} 2x+3y+4z=11 \\ 3x+\quad +2z=8 \\ -13x\quad =-26 \end{cases}$$

$$\overbrace{\underbrace{\to}_{\text{tiene una solución}}}^{\text{Sistema compatible determinado}} \begin{cases} \\ x=2 \end{cases} \to \begin{cases} 3\cdot 2+2.z=8 \to z=1 \end{cases} \to \begin{cases} 2\cdot 2+3\cdot y+4\cdot 1=11 \to z=1 \end{cases}$$

2. RESOLVER SISTEMAS APLICANDO LA REGLA DE CRAMER.

6. Resolver El sistema siguiente aplicando la regla de Cramer.

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{x+2y+3z=9}\\ \mathbf{2x+3y+z=7}\\ \mathbf{3x+y+2z=8}\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}x+2y+3z=9\\ 2x+3y+z=7\\ 3x+y+2z=8\end{aligned}\right\}\rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{\begin{vmatrix}9&2&3\\7&3&1\\8&1&2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{vmatrix}}=1\\[2ex] y=\dfrac{\begin{vmatrix}1&9&3\\2&7&1\\3&8&2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{vmatrix}}=1\\[2ex] z=\dfrac{\begin{vmatrix}1&2&9\\2&3&7\\3&1&8\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{vmatrix}}=2\end{cases}$$

3. DISCUSIÓN DE UN SISTEMA APLICANDO EL TEOREMA DE ROUCHÉ.

TEOREMA DE ROUCHÉ.

$$\text{si rango A}=\text{rango A}^*\rightarrow\overbrace{\text{sistema compatible}}^{\text{tiene solución}}\begin{cases}\text{Rango A}=\text{nº de incognitas}\rightarrow\overbrace{\text{determinado}}^{\text{una solución}}\\ \text{Rango A}\neq\text{nº de incognitas}\rightarrow\overbrace{\text{indeterminado}}^{\infty\text{ soluciones}}\end{cases}$$

$$\text{si rango A}\neq\text{rango A}^*\rightarrow\overbrace{\text{sistema incompatible}}^{\text{no tiene solución}}$$

Sistema homogéneo. Sus términos independientes son cero.

$$\text{Rango de A}=\text{nº de incógnitas}\rightarrow\text{solución trivial}\rightarrow\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=0\end{cases}$$

$$\text{Rango de A}<\text{nº incógnitas}\rightarrow\infty\text{ soluciones.}$$

7. Discutir para que valores de a el sistema siguiente es compatible.

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{(a+2)x+(a-1)y-z=1}\\ \mathbf{ax-y+z=-1}\\ \mathbf{11x+ay-z=a}\end{aligned}\right\}$$

Resolverlo en el caso a = 0.
VER VIDEO https://youtu.be/tqa49_3JFpE
VER VIDEO https://youtu.be/cCmn4rTdwbA

$$A=\begin{pmatrix} a+2 & a-1 & -1\\ a & -1 & 1\\ 11 & a & -1\end{pmatrix};$$
$$|A|=\begin{vmatrix} a-9 & -1 & 0\\ a+11 & a-1 & 0\\ 11 & a & -1\end{vmatrix}=-1\cdot(-1)^{3+3}\cdot\begin{vmatrix} a-9 & -1\\ a+11 & a-1\end{vmatrix}=a^2-9a+20$$
$$a^2-9a+20=0\rightarrow\begin{cases} a=4\\ a=5\end{cases}$$
Si $a\neq 4$ y $a\neq 5$; $|A|\neq 0$; Sistema compatible determinado.

Si $a=4$
$$\begin{cases} A=\begin{pmatrix} 6 & 3 & -1\\ 4 & -1 & 1\\ 11 & 4 & -1\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix} 6 & 3\\ 4 & -1\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow RA\geq 2\\ |A|=0\end{cases}\rightarrow RA=2\\ A^*=\begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 1\\ 4 & -1 & 1 & -1\\ 11 & 4 & -1 & 4\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix} 6 & 3\\ 4 & -1\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow RA^*\geq 2\\ |A|=0;\begin{vmatrix} 6 & 3 & 1\\ 4 & -1 & -1\\ 11 & 4 & 4\end{vmatrix}\neq 0\end{cases}\rightarrow RA^*=3\end{cases}$$
Sistema incompatible.
Si $a=5$
$$\begin{cases} A=\begin{pmatrix} 7 & 4 & -1\\ 5 & -1 & 1\\ 11 & 5 & -1\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix} 7 & 4\\ 5 & -1\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow RA\geq 2\\ |A|=0\end{cases}\rightarrow RA=2\\ A^*=\begin{pmatrix} 7 & 4 & -1 & 1\\ 5 & -1 & 1 & -1\\ 11 & 5 & -1 & 5\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix} 7 & 4\\ 5 & -1\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow RA^*\geq 2\\ |A|=0;\begin{vmatrix} 7 & 4 & 1\\ 5 & -1 & -1\\ 11 & 5 & 5\end{vmatrix}\neq 0\end{cases}\rightarrow RA^*=3\end{cases}$$
Sistema incompatible.

b. Si $a=0$
$$\left.\begin{array}{r} 2x-y-z=1\\ -y+z=-1\\ 11x-z=0\end{array}\right\}\begin{cases} x=\dfrac{-1}{10}\\ y=\dfrac{-1}{10}\\ z=\dfrac{-11}{10}\end{cases}$$

8. a. Discutir para que valores de m el sistema siguiente es compatible:

$$\left.\begin{array}{r} \mathbf{4x+3y+2z=0}\\ \mathbf{2x+y-z=m}\\ \mathbf{6x+6y+m^2z=-9}\end{array}\right\}$$

b. Resolver en el caso compatible indeterminado.

VER VIDEO https://youtu.be/CfnPwY9odzE

$$A=\begin{pmatrix}4&3&2\\2&1&-1\\6&6&m^2\end{pmatrix};|A|=4m^2-18+24-(12+6m^2-24)=-2m^2+18$$

$-2m^2+18=0; m=\pm3$

Si $m\neq 3$ y $m\neq -3$, $|A|\neq 0$; Rango A = 3 = rango A* = nº incógnitas → Sistema compatible determinado.

Si m = 3

$$\begin{cases} A=\begin{pmatrix}4&3&2\\2&1&-1\\6&6&9\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix}4&3\\2&1\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow \text{Rango } A\geq 2\\ |A|=0\end{cases}\rightarrow \text{Rango de } A=2 \\ A^*=\begin{pmatrix}4&3&2&0\\2&1&-1&3\\6&6&9&-9\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix}4&3\\2&1\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow \text{Rango } A^*\geq 2\\ |A|=0;\begin{vmatrix}4&3&0\\2&1&3\\6&6&-9\end{vmatrix}=0\end{cases}\rightarrow \text{rango } A^*=2\end{cases}\rightarrow S.C.I.$$

Si m = – 3

$$\begin{cases} A=\begin{pmatrix}4&3&2\\2&1&-1\\6&6&9\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix}4&3\\2&1\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow \text{Rango } A\geq 2\\ |A|=0\end{cases}\rightarrow \text{Rango de } A=2 \\ A^*=\begin{pmatrix}4&3&2&0\\2&1&-1&-3\\6&6&9&-9\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix}4&3\\2&1\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow \text{Rango } A^*\geq 2\\ |A|=0;\begin{vmatrix}4&3&0\\2&1&-3\\6&6&-9\end{vmatrix}=90\end{cases}\rightarrow \text{rango } A^*=3\end{cases}\rightarrow S.I.$$

b. Debemos resolver para m = 3.

Tomamos las 2 primeras ecuaciones.

$$\left.\begin{matrix}4x+3y+2z=0\\2x+y-z=3\end{matrix}\right\}\text{Hacemos } z=\alpha\rightarrow\left.\begin{matrix}4x+3y=-2\alpha\\2x+y=3+\alpha\end{matrix}\right\}\rightarrow\left.\begin{matrix}4x+3y=-2\alpha\\-4x-2y=-6-2\alpha\end{matrix}\right\}\rightarrow$$

$$y=-6-4\alpha\rightarrow x=\frac{3+\alpha-y}{2}=\frac{3+\alpha-(-6-4\alpha)}{2}=\frac{9+5\alpha}{2}$$

$$\begin{cases}x=\dfrac{9+5\alpha}{2}\\y=-6-4\alpha\\z=\alpha\end{cases}$$

9. Discutir y resolver el siguiente sistema. $\begin{cases}\mathbf{ax+y-2z=-1}\\\mathbf{-x+ay+z=2}\\\mathbf{3x+y-z=0}\\\mathbf{y+z=3}\end{cases}$

VER VIDEO https://youtu.be/vzn3aYJvLpI

$$A^*=\begin{pmatrix}a&1&-2&-1\\-1&a&1&2\\3&1&-1&0\\0&1&1&3\end{pmatrix}\rightarrow|A^*|=\begin{vmatrix}a&3&-2&-4\\-1&a-1&1&2-3a\\3&-2&-1&-3\\0&0&1&0\end{vmatrix}=$$

$$= 1(-1)^{3+3}\begin{vmatrix} a & 3 & -4 \\ -1 & a-1 & 2-3a \\ 3 & -2 & -3 \end{vmatrix} = -3a^2 + 16a - 5\begin{cases} a = \dfrac{1}{3} \\ a = 5 \end{cases}$$

- Si $a \neq \dfrac{1}{3}$ y $a \neq 5 \rightarrow |A^*| \neq 0 \rightarrow RA^* = 4 \rightarrow$ Sistema incompatible.

- Si $a = \dfrac{1}{3}\left\{ A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 1 & -2 \\ -1 & \frac{1}{3} & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \right.\left\{ \begin{array}{l} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \rightarrow RA \geq 2 \\ \begin{vmatrix} -1 & \frac{1}{3} & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \rightarrow RA = 3 = RA^* \end{array} \right.$

Sistema compatible determinado.

x = – 3/25, y = 42/25, z = 33/25

Si a = 5 ⟶ Sistema compatible determinado. x = 1, y = 0 , z = 3

10. a. Discutir para que valores de m el sistema siguiente es compatible:

$$\begin{cases} \mathbf{4x + my + z = m + 2} \\ \mathbf{mx + y - z = 0} \\ \mathbf{x + 3y + z = 0} \end{cases}$$

b. Resolver en el caso m = - 2.

VER VIDEO https://youtu.be/XugLZni40LA

VER VIDEO https://youtu.be/BTSjX_5hHoc

$$A = \begin{pmatrix} 4 & m & 1 \\ m & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, |A| = 4 - m + 3m - 1 - m^2 + 12 = -m^2 + 2m + 15 = 0$$

$$\begin{cases} m = 5 \\ m = -3 \end{cases}$$

Si m ≠ 5 y m ≠ - 3; |A| ≠ 0; RA = RA* = nº incógnitas. S.C.D.

Si m = 5.

$$\begin{cases} A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}\left\{ \begin{array}{l} \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \rightarrow RA \geq 2 \\ |A| = 0 \end{array} \right. \rightarrow RA = 2 \\ A^* = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 & 7 \\ 5 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}\left\{ \begin{array}{l} \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \rightarrow RA^* \geq 2 \\ |A| = 0; \begin{vmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 5 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \end{array} \right. \rightarrow RA^* = 3 \end{cases} \quad \text{S. Incompatible..}$$

Si m = – 3.

$$\begin{cases} A=\begin{pmatrix}4&-3&1\\-3&1&-1\\1&3&1\end{pmatrix} \begin{cases}\begin{vmatrix}4&-3\\-3&1\end{vmatrix}\neq 0\to RA\geq 2\\ |A|=0\end{cases}\to RA=2 \\ A^*=\begin{pmatrix}4&-3&1&-1\\-3&1&-1&0\\1&3&1&0\end{pmatrix} \begin{cases}\begin{vmatrix}4&-3\\-3&1\end{vmatrix}\neq 0\to RA^*\geq 2\\ |A|=0;\begin{vmatrix}4&-3&-1\\-3&1&0\\1&3&0\end{vmatrix}\neq 0\end{cases}\to RA^*=3\end{cases} \quad \text{S. Incompatible..}$$

Si m = – 2 Sistema homogéneo.

$$\begin{cases}4x-2y+z=0\\-2x+y-z=0\\x+3y+z=0\end{cases} \quad \begin{cases}x=0\\y=0\\z=0\end{cases}$$

---

11. a. Discutir para que valores de m el sistema siguiente es compatible:

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{4x+my+z=m+2}\\\mathbf{x+y+mz=-2(m+1)}\\\mathbf{4x+y+z=m}\end{aligned}\right\}$$

b. Resolverlo en el caso en que m = 0.

VER VÍDEO https://youtu.be/MUURJXXr114

$$A=\begin{pmatrix}4&m&1\\1&1&m\\4&1&1\end{pmatrix}\to |A|=4+1+4m^2-4-4-4m=4m^2-4m-3=0$$

$$\begin{cases}m=\dfrac{3}{2}\\ m=\dfrac{-1}{2}\end{cases}$$

Si $m\neq\dfrac{3}{2}$ y $m\neq\dfrac{-1}{2}\to |A|\neq 0\to RA=RA^*=3=\text{nº incognitas}\to S.C.D.$

$$\text{Si } m=\frac{3}{2}\begin{cases}A=\begin{pmatrix}4&\frac{3}{2}&1\\1&1&\frac{3}{2}\\4&1&1\end{pmatrix}\to\begin{cases}\begin{vmatrix}1&1\\4&1\end{vmatrix}\neq 0\to RA\geq 2\\ |A|=0\end{cases}\to RA=2\\ A^*=\begin{pmatrix}4&3/2&1&7/2\\1&1&3/2&-5\\4&1&1&3/2\end{pmatrix}\to\begin{cases}\begin{vmatrix}1&1\\4&1\end{vmatrix}\neq 0\to RA^*\geq 2\\ |A|=0\to\begin{vmatrix}4&3/2&7/2\\1&1&-5\\4&1&3/2\end{vmatrix}=\end{cases}\to RA=2\end{cases}$$

---

12. Discutir según los valores de m el sistema siguiente $\left.\begin{aligned}\mathbf{mx+3z=m}\\\mathbf{x+2y-z=1}\\\mathbf{2x+y-z=2}\end{aligned}\right\}$**. Resolverlo en el caso compatible indeterminado.**

VER VIDEO https://youtu.be/vEzr0NuKH2s

VER VIDEO https://youtu.be/byG6oHgZzYM

Tomamos el determinante de la matriz de coeficientes, lo resolvemos, igualamos a cero y resolvemos la ecuación resultante.

$$A=\begin{pmatrix} m & 0 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \to |A| = -2m+3-12+m=0 \to m=-9$$

Discusión del sistema.

• Si m ≠ – 9 →|A| ≠ 0 → RA = 3 = RA* = nº incógnitas → Sistema compatible determinado.

• Si m = – 9

$$\text{Si } m=-9 \begin{cases} A=\begin{pmatrix} -9 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \left.\begin{cases} \begin{vmatrix} -9 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \to RA \geq 2 \\ |A| = 0 \end{cases}\right\} RA = 2 \\ A^{*}=\begin{pmatrix} -9 & 0 & 3 & -9 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{cases} \begin{vmatrix} -9 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \to RA^{*} \geq 2 \\ |A| = 0 \to \begin{vmatrix} -9 & 0 & -9 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \end{cases} RA^{*} = 2 \end{cases}$$

Rangos iguales y menor que el número de incógnitas, sistema compatible indeterminado.

$$\begin{cases} -9x+3z=-9 \\ x+2y-z=1 \end{cases} \overset{\substack{\text{Haciendo} \\ x=\mu}}{\rightleftarrows} \begin{cases} 3z=-9+9\mu \to z=-3+3\mu \\ 2y=1-x+z=1-\mu-3+3\mu \to y=-1+\mu \end{cases}$$

$$\to \begin{cases} x=\mu \\ y=-1+\mu \\ z=-3+3\mu \end{cases}$$

---

13. Hallar para que valores de k el sistema es compatible determinado y resolver para k = 2. $\begin{cases} \mathbf{2x-y+z=0} \\ \mathbf{x-ky-z=0} \\ \mathbf{2x+y-z=1} \end{cases}$

VER VIDEO https://youtu.be/wxAs8qppcx8

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -k & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}; |A| = 4k+4=0 \to k=-1$$

Si k ≠ 0 → |A| ≠ 0 → RA = 3 = RA* = nº incógnitas → S. compatible determinado.

$$\begin{cases} 2x-y+z=0 \\ x-2y-z=0 \\ 2x+y-z=1 \end{cases} \begin{cases} x=\dfrac{1}{4} \\ y=\dfrac{1}{4} \\ z=\dfrac{-1}{4} \end{cases}$$

---

14. Para que valores de m el sistema es compatible.

$$\begin{cases} \mathbf{x + (m-2)y + 2mz = 1} \\ \mathbf{3x - y - 2z = 2} \\ \mathbf{x + z = 3} \end{cases}$$

Resolverlo para m = 1.

VER VIDEO https://youtu.be/rXYHISQqPPI

VER VIDEO https://youtu.be/lhD6brTvl_g

$$A = \begin{pmatrix} 1 & m-2 & 2m \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix};\ |A| = -1 - 2m + 4 + 2m - 3m + 6 = -3m + 9 = 0$$

$m = 3$

Si $m \neq 3$, $|A| \neq 0$, $Ra = RA^* = $ nº incógnitas $= 3$, S. compatible determinado.

Si $m = 3$

$$\begin{cases} A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{cases} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \to RA \geq 2 \\ |A| = 0 \end{cases} \to RA = 2 \\ A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 & 1 \\ 3 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{cases} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \to RA \geq 2 \\ |A| = 0 \to \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} \neq 0 \end{cases} \to RA^* = 3 \end{cases} \text{S. Incompatible.}$$

b. Para $m = 1$

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - y - 2z = 2 \\ x + z = 3 \end{cases} \to \begin{cases} x = \dfrac{13}{6} \\ y = \dfrac{17}{6} \\ z = \dfrac{5}{6} \end{cases}$$

---

15. Discutir para que valores de a el sistema tiene solución. $\begin{cases} \mathbf{x + (a-1)y + 3z = 1} \\ \mathbf{3x + 2y + z = -1} \\ \mathbf{-ax - y + z = 1} \end{cases}$

Resolverlo en el caso compatible indeterminado.

VER VIDEO https://youtu.be/izbWlkKUyB8

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a-1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ -a & -1 & 1 \end{pmatrix};\ |A| = -a^2 + 4a - 3 = 0 \to \begin{cases} a = 1 \\ a = 3 \end{cases}$$

Si $a \neq 1$ y $a \neq 3 \to |A| \neq 0 \to RA = RA^* = $ nº de incógnitas $\to$ Sistema compatible determinado.

Si $a = 1$

$$\begin{cases} A=\begin{pmatrix}1&0&3\\3&2&1\\-1&-1&1\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix}1&0\\3&2\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow RA\geq 2\\ |A|=0\end{cases}\rightarrow RA=2 \\ A^*=\begin{pmatrix}1&0&3&1\\3&2&1&-1\\-1&-1&1&1\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix}1&0\\3&2\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow RA^*\geq 2\\ |A|=0;\ \begin{vmatrix}1&0&1\\3&2&-1\\-1&-1&1\end{vmatrix}=0\end{cases}\rightarrow RA^*=2\end{cases}\quad S.C.I.$$

Si $a=3$

$$\begin{cases} A=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\\-3&-1&1\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix}1&2\\3&2\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow RA\geq 2\\ |A|=0\end{cases}\rightarrow RA=2 \\ A^*=\begin{pmatrix}1&2&3&1\\3&2&1&-1\\-3&-1&1&1\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix}1&2\\3&2\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow RA^*\geq 2\\ |A|=0;\ \begin{vmatrix}1&2&1\\3&2&-1\\-3&-1&1\end{vmatrix}\neq 0\end{cases}\rightarrow RA^*=3\end{cases}\quad S.\ Incompatible.$$

$$\begin{cases}x+3z=1\\3x+2y+z=-1\end{cases}\overset{z=\alpha}{\rightarrow}\begin{cases}x=1-3\alpha\\ y=\frac{1}{2}(-1-\alpha-3x)=4\alpha-2\\ z=\alpha\end{cases}$$

16. Discutir para que valores de m el sistema tiene solución.

$$\begin{cases}\mathbf{x+my+z=1}\\ \mathbf{3x+2y+z=-1}\\ \mathbf{mx+y-z=-1}\end{cases}$$

Resolverlo, si es posible, cuando m = 1

VER VIDEO https://youtu.be/BEeGBQLW4eQ

VER VIDEO https://youtu.be/jXcSR56oYYc

17. Discutir y resolver el sistema siguiente. $\begin{cases}\mathbf{2x-y+z=0}\\ \mathbf{x-ky-z=0}\\ \mathbf{2x+y-z=1}\end{cases}$

VER VIDEO https://youtu.be/HQtmLvoKZ88

4. RESOLUCIÓN Y DISCUSIÓN DE SISTEMAS HOMOGÉNEOS.

18. Discutir y resolver el siguiente sistema según los valores de k $\begin{cases}\mathbf{x+y+3z=0}\\ \mathbf{2x-ky+2z=0}\\ \mathbf{3x-y+5z=0}\end{cases}$

Se trata de un sistema homogéneo.

$$A=\begin{pmatrix}1&1&3\\2&-k&2\\3&-1&5\end{pmatrix};|A|=-5k+6-6-(-9k+10-2)=4k-8=0;k=2$$

Si $k\neq 2$, el $|A|\neq 0$; solución trivial. $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=0\end{cases}$

Si $k=2$

$$\begin{pmatrix}1&1&3\\2&-2&2\\3&-1&5\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix}1&1\\2&-2\end{vmatrix}\neq 0\\|A|=0\end{cases}\rightarrow \text{Rango } A=2$$

$$\begin{cases}x+y+3z=0\\2x-2y+2z=0\end{cases}\overset{z=\alpha}{\rightarrow}\begin{cases}x+y=-3\alpha\\2x-2y=-2\alpha\end{cases}\rightarrow\begin{cases}2x+2y=-6\alpha\\2x-2y=-2\alpha\end{cases}\rightarrow$$

$$4x=-8\alpha\rightarrow\begin{cases}x=-2\alpha\\y=-3\alpha-x=-\alpha\\z=\alpha\end{cases}$$

19. Discutir y resolver el siguiente sistema según los valores de k $\begin{cases}\mathbf{x+y+3z=0}\\\mathbf{2x-ky+2z=0}\\\mathbf{3x-y+5z=k-2}\end{cases}$

$$A=\begin{pmatrix}1&1&3\\2&-k&2\\3&-1&5\end{pmatrix};|A|=-5k+6-6-(-9k+10-2)=4k-8=0;k=2$$

Si $k\neq 2$, el $|A|\neq 0$; solución trivial. $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=0\end{cases}$

Si $k=2$, el sistema será homogéneo: $\begin{cases}x+y+3z=0\\2x-ky+2z=0\\3x-y+5z=0\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&1&3\\2&-2&2\\3&-1&5\end{pmatrix}\begin{cases}\begin{vmatrix}1&1\\2&-2\end{vmatrix}\neq 0\\|A|=0\end{cases}\rightarrow \text{Rango } A=2$$

$$\begin{cases}x+y+3z=0\\2x-2y+2z=0\end{cases}\overset{z=\alpha}{\rightarrow}\begin{cases}x+y=-3\alpha\\2x-2y=-2\alpha\end{cases}\rightarrow\begin{cases}2x+2y=-6\alpha\\2x-2y=-2\alpha\end{cases}\rightarrow$$

$$4x=-8\alpha\rightarrow\begin{cases}x=-2\alpha\\y=-3\alpha-x=-\alpha\\z=\alpha\end{cases}$$

5. DISCUSIÓN DE UN SISTEMA APLICANDO EL TEOREMA DE GAUSS.

20. Discutir y resolver el sistema según los valores del parámetro m.

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{4x+3y+2z=0}\\\mathbf{2x+y-z=m}\\\mathbf{6x+6y+m^2z=-9}\end{aligned}\right\}$$

VER VIDEO https://youtu.be/gWCTdElg1hE
VER VIDEO https://youtu.be/mWLKab-oFIk

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & m \\ 6 & 6 & m^2 & -9 \end{pmatrix} \overset{\bullet}{\approx} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -2m \\ 0 & -3 & 6-2m^2 & 18 \end{pmatrix} \overset{\bullet\bullet}{\approx} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -2m \\ 0 & 0 & 18-2m^2 & 18-6m \end{pmatrix}$$

•

E_1	4	3	2	0		4	3	2	0
E_2	2	1	-1	m	Multiplicar por - 2	-4	-2	2	- 2m
						0	1	4	- 2m

•

E_1	4	3	2	0	Multiplicar por 3	12	9	6	0
E_3	6	6	m^2	- 9	Multiplicar por - 2	- 12	- 12	- $2m^2$	18
						0	- 3	6 – $2m^2$	18

••

E_2	0	1	4	- 2m	Multiplicar por 3	0	3	12	- 6m
E_3	0	- 3	6 - $2m^2$	18		0	- 3	6 - $2m^2$	18
						0	0	18 – $2m^2$	18 – 6m

Igualamos a cero el tercer término de la última fila y resolvemos.
$18-2m^2=0 \rightarrow m=\pm 3$
Si $m \neq \pm 3$ El tercer elemento de la última fila será ≠ 0. Sistema compatible determinado.

$$(18-2m^2)z=18-6m \rightarrow z=\frac{18-6m}{18-2m^2}=\frac{6(3-m)}{-2(m+3)\cdot(m-3)}=\frac{3}{m+3}$$

$$y+4z=-2m \rightarrow y=-2m-4z=-2m-\frac{12}{m+3}=\frac{-2m^2-6m-12}{m+3}$$

$$4x+3y+2z=0 \rightarrow x=\frac{1}{4}(-3y-2z)=\frac{1}{4}\left(-3\frac{-2m^2-6m-12}{m+3}-2\frac{3}{m+3}\right)=$$

$$\frac{1}{4}\left(\frac{6m^2+18m+30}{m+3}\right)$$

Si $m=3$, la última fila queda 0 0 0 0; sistema compatible indeterminado.

$$\left.\begin{aligned} 4x+3y+2z&=0 \\ y+4z&=-6 \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{cases} z=\lambda \\ y=-6-4z=-6-4\lambda \\ x=\frac{1}{4}(-3y-2z)=\frac{1}{4}[-3(-6-4\lambda)-2\lambda]=\frac{1}{4}(18+10\lambda) \end{cases}$$

Si $m=-3$, la última fila queda 0 0 0 36; sistema incompatible.

21. a. Discutir para que valores de m el sistema siguiente es compatible:

$$\begin{cases} \mathbf{4x+my+z=m+2} \\ \mathbf{mx+y-z=0} \\ \mathbf{x+3y+z=0} \end{cases}$$

b. Resolver en el caso m = - 2.
VER VIDEO https://youtu.be/1vQAX8FwEvQ

$$\begin{pmatrix}4&m&1&m+2\\m&1&-1&0\\1&3&1&0\end{pmatrix}\overset{1}{\approx}\begin{pmatrix}1&3&1&0\\4&m&1&m+2\\m&1&-1&0\end{pmatrix}\overset{2}{\approx}\begin{pmatrix}\overbrace{1}^{z}&\overbrace{3}^{y}&\overbrace{1}^{x}&0\\1&m&4&m+2\\-1&1&m&0\end{pmatrix}\approx$$

Para lograr que el parámetro m quede lo mas a la derecha y abajo posible.
1. Colocamos la tercera fila en primer lugar.
2. Intercambiamos 1ª y 3ª columnas

$$\begin{cases}E_2-E_1\\E_3+E_1\end{cases}\rightarrow\begin{pmatrix}1&3&1&0\\0&m-3&3&m+2\\0&4&m+1&0\end{pmatrix}\overset{\bullet}{\approx}\begin{pmatrix}1&3&1&0\\0&m-3&3&m+2\\0&0&-m^2+2m+15&4m+8\end{pmatrix}$$

•

E_2	0	m - 3	3	m + 2	Multiplicar por 4	0	4m - 12	12	4m + 8
E_3	0	4	m + 1	0	Multiplicar por – (m – 3)	0	- 4m + 12	- m^2 + 2m + 3	0
						0	0	- m^2 + 2m + 15	4m + 8

Igualamos a cero el tercer término de la última fila y resolvemos.

$$-m^2+2m+15=0\begin{cases}m=5\\m=-3\end{cases}$$

Si $m\neq-3$ y $m\neq5$, el tercer término de la última fila es distinto de cero, sistema compatible determinado.

Si m = - 3, la última fila queda 0 0 0 - 4, sistema incompatible.
Si m = 5, la última fila queda 0 0 0 28, sistema incompatible.

$$\text{Si } m=-2\rightarrow\begin{cases}4x-2y+z=0\\-2x+y-z=0\\x+3y+z=0\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\\z=0\end{cases}$$

22. Discutir según los valores de m el sistema siguiente $\left.\begin{matrix}mx+3z=m\\x+2y-z=1\\2x+y-z=2\end{matrix}\right\}$. Resolverlo en el caso compatible indeterminado.

VER VIDEO https://youtu.be/Xv1RLZZE00Q
VER VIDEO https://youtu.be/KeLuTajT4YU

$$\begin{pmatrix}m&0&3&m\\1&2&-1&1\\2&1&-1&2\end{pmatrix}\overset{1}{\approx}\begin{pmatrix}1&2&-1&1\\2&1&-1&2\\m&0&3&m\end{pmatrix}\overset{2}{\approx}\begin{pmatrix}\overbrace{2}^{y}&\overbrace{-1}^{z}&\overbrace{1}^{x}&\overbrace{1}\\1&-1&2&2\\0&3&m&m\end{pmatrix}\overset{\bullet}{\approx}$$

Para lograr que el parámetro m quede lo más a la derecha y abajo posible.
1. Colocamos la 1ª fila en tercer lugar.
2. Colocamos la 1ª columna en tercer lugar.

$$\begin{pmatrix}2&-1&1&1\\0&1&-3&-3\\0&3&m&m\end{pmatrix}\overset{\bullet\bullet}{\approx}\begin{pmatrix}2&-1&1&1\\0&1&-3&-3\\0&0&9+m&9+m\end{pmatrix}$$

•

E_1	2	- 1	1	1		2	- 1	1	1
E_2	1	- 1	2	2	Multiplicar por - 2	- 2	2	- 4	- 4
						0	1	- 3	- 3

••

E_2	0	1	- 3	- 3	Multiplicar por – 3	0	- 3	9	9
E_3	0	3	m	m		0	3	m	m
						0	0	9 + m	9 + m

Igualamos a cero el tercer término de la última fila y resolvemos.
9 + m = 0; m = - 9
Si m ≠ - 9, el tercer término de la última fila es distinto de cero. Sistema compatible determinado.
Si m = - 9, la última fila queda 0 0 0 0, sistema compatible indeterminado.

$$\begin{cases} 2y - z + x = 1 \\ z - 3x = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y = 1 + z - x; y = \frac{1}{2}(1 + 3\alpha - 3 - \alpha) = \alpha - 1 \\ z = 3x - 3 = 3\alpha - 3 \end{cases} \begin{cases} x = \alpha \\ y = \alpha - 1 \\ z = 3\alpha - 3 \end{cases}$$

6. PROBLEMAS DE PLANTEO.

23. En una granja tenemos conejos, gallinas y pollos.

a. En total hay 100 animales.
b. En total hay 100 patas.
c. Por cada 2 pollos hay 3 conejos.
d. El doble del número de pollos es igual a la suma de conejos y gallinas juntos.
e. Hay el doble de pollos que de conejos y gallinas juntos.
f. Si cambiamos 3 pollos por dos conejos tendremos el mismo número de pollos que de conejos.
g. El número de conejos excede en 3 unidades al doble del número de pollos.

VER VÍDEO https://youtu.be/vDf6HSxN2D4

a. C + G + P = 100
b. 4C + 2G + 2P = 100
c. 3P = 2C
d. P = 2·(C + G)
e. 2P = C + G
f. P – 3 = C + 2
g. C = 3 + 2P

24. Se tienen 9,2 euros en monedas de 5 ¢, de 20 ¢ y de euro. El número de monedas de 20¢ excede en seis unidades al número de monedas de euro y por cada 3 monedas de 20¢ se tienen cuatro de 5¢ ¿Cuántas monedas hay de cada tipo?

$$\begin{cases} 5x + 20y + \overbrace{100z}^{\substack{\text{todo en} \\ \text{centimos}}} = 920 \\ y = z + 6 \\ \dfrac{y}{3} = \dfrac{x}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x + 20y + 100z = 920 \\ y - z = 6 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 12 \\ z = 6 \end{cases}$$

25. Una escuela tiene tres partidas de presupuesto: libros, artículos de oficina y muebles. El presupuesto para muebles en este instituto es cinco veces la suma de los libros más el material de oficina. El presupuesto para libros es el triple del material de oficina. La suma del presupuesto para muebles y material de oficina es 7 veces el presupuesto de libros.

a. Con estos datos, ¿podemos saber el dinero destinado a los presupuestos de cada partida?

b. Determinar los importes si para los libros hay 2100 €.

VER VÍDEO https://youtu.be/C14bcav-PWU

$$\left.\begin{array}{l} M = 5(A + L) \\ L = 3A \\ M + A = 7L \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} M - 5A - 5L = 0 \\ 3A - L = 0 \\ M + A - 7L = 0 \end{array}\right\} \rightarrow \text{S. C. INDETERMINADO. } (\infty \text{ SOL.})$$

$$\text{Si } L = 2100\ €;\ A = 700\ €\ \text{y}\ M = 14000\ €$$

26. El precio de la estancia diaria en un hotel es de 50 euros por persona. Los niños pagan el 50 % de este precio y los jubilados pagan el 60 % del mismo. Determinar el número de personas que no son niños ni jubilados, el nombre de niños y el nombre de jubilados que había un día en el hotel si se sabe que había 200 personas, que el número de jubilados será el 25 % que el de niños y que la recaudación total fue de 5680 euros por la estancia de todos.

VER VÍDEO https://youtu.be/Z5V6vWDbb0o

$$\left.\begin{array}{l} P = 50 \\ N = 25 \\ J = 30 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} P + N + J = 200 \\ J = 0{,}25N \\ 50P + 25N + 30J = 5680 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} P = 20 \\ N = 144 \\ J = 36 \end{cases}$$

27. El administrador de la Comunidad de vecinos quiere saber que cobra a la hora un electricista, un fontanero y un albañil. Para ello saben que en el cuarto B el electricista estuvo 1 hora y el albañil 2 horas y cobraron 78 euros de mano de obra. En el tercero A pagaron 85 euros por 2 horas del fontanero y 1 hora del albañil, y en el primero A por 1 hora de fontanero, 1 hora de electricista y 3 horas de albañil se han pagado 133 euros: ¿Qué cobra cada profesional?

VER VÍDEO https://youtu.be/rFYllRWHT3w

$$\left.\begin{array}{l} E + 2A = 78 \\ A + 2F = 85 \\ E + 3A + F = 133 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} E = 28€ \\ A = 25€ \\ F = 30€ \end{cases}$$

28. Las edades de Juan, Miguel y Gabriel suman 70 años. La edad de Juan, el doble de la edad de Miguel y el triple de la edad de Gabriel suman 160 años. La edad de Gabriel es igual a la suma de las edades de Juan y Miguel. Hallar las edades de Juan, Miguel y Rafael.

VER VÍDEO https://youtu.be/Tg_WjgzPG4g

$$\left.\begin{array}{l} J+M+G=70 \\ J+2M+3G=160 \\ G=J+M \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} J+M+G=70 \\ J+2M+3G=160 \\ J+M-G=0 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} J=15 \\ M=20 \\ G=35 \end{cases}$$

29. Un comerciante vende tres tipos de relojes A, B y C. Los relojes de tipo A los vende a 300 euros los de tipo B a 600 € y los de tipo C a 200 €. En un mes determinado vendió 200 relojes en total. Si la cantidad de los vendidos de tipo B fue igual a las ventas de tipo A y C conjuntamente. Calcula cuantos relojes vendió de cada tipo si los ingresos fueron de 89.000 euros.

VER VÍDEO https://youtu.be/CEBHcEY8LyY

$$\left.\begin{array}{l} A+B+C=200 \\ B=A+C \\ 300A+600B+200C=89000 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} A+B+C=200 \\ A-B+C=0 \\ 3A+6B+2C=890 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} A=90 \\ B=100 \\ C=10 \end{cases}$$

30. Tenemos tres grifos para llenar un depósito de agua y suponemos que el caudal de cada uno es constante. Si hacemos servir el grifo 1, tarda 10 horas en llenar el depósito. Si hacemos servir los grifos 1 y 2, tardan 4 horas, y si los hacemos servir los 3 tardan 1 hora. Suponiendo que la suma de los caudales de los 3 grifos es 10 l. por minuto. Calcula el caudal de agua de cada grifo y el volumen del depósito.

VER VÍDEO https://youtu.be/_hw5VRdKxfI

$$\begin{cases} 1 \rightarrow 10\text{ h.} \\ 1+2 \rightarrow 4\text{ h.} \\ 1+2+3 \rightarrow 1\text{ h.} \end{cases}$$

$$\frac{10\text{ L.}}{\text{minuto}} \cdot \frac{60\text{ minutos}}{1\text{ h.}} = 600\,\frac{\text{L.}}{\text{h.}}$$

Si juntos los tres están una hora y el caudal de los tres es de 600 L./h.; el depósito tiene 600 L.

$$\left.\begin{array}{l} P=\text{caudal primer grifo} \\ S=\text{caudal segundo grifo} \\ T=\text{caudal tercer grifo} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 10P=600 \\ 4P+4S=600 \\ P+S+T=600 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} P=60\,\dfrac{L}{h} \\ S=90\,\dfrac{L}{h} \\ T=450\,\dfrac{L}{h} \end{cases}$$

31. Un grupo de estudiantes financia su viaje de fin de curso con la venta de participaciones de lotería por importe de 1, 2 y 5 €. Han recaudado un total de 620 € y han vendido el doble de participaciones de un euro que de cinco euros. Si han vendido un total de 280 participaciones calcular el número de participaciones que han vendido de cada importe.

VER VÍDEO https://youtu.be/6_LhljJviGc

$$\left.\begin{array}{l} x=\text{participaciones de 1 €} \\ y=\text{participaciones de 2 €} \\ z=\text{participaciones de 5 €} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x+2y+5z=620 \\ x=2z \\ x+y+z=280 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x+2y+5z=620 \\ x-2z=0 \\ x+y+z=280 \end{array}\right\}$$

$$\begin{cases} x=120 \\ y=100 \\ z=60 \end{cases}$$

32. 3 ciclistas salen a entrenarse, por cada kilómetro que recorre C_1, C_2 recorre 2 km. y C_3 recorre las tres cuartas partes de lo que recorre C_2. Al final la suma de las distancias recorridas por los 3 ciclistas es de 180 km. ¿cuántos kilómetros recorre cada uno?
VER VÍDEO https://youtu.be/2_4-b46AmRo

$$\begin{cases} C_1 + C_2 + C_3 = 180 \\ 2C_1 = C_2 \\ C_3 = \dfrac{3}{4}C_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_1 = 40 \\ C_2 = 80 \\ C_3 = 60 \end{cases}$$

33. Determinar 3 números A, B y C tales que su suma sea 210, la mitad de la suma del primero y del último más la cuarta parte del otro sea 95, y la media de los 2 últimos sea 80.
VER VÍDEO https://youtu.be/YtUNNoFGmag

$$\begin{cases} A + B + C = 210 \\ \dfrac{A + C}{2} + \dfrac{B}{4} = 95 \\ \dfrac{B + C}{2} = 80 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A + B + C = 210 \\ 2A + B + 2C = 380 \\ B + C = 160 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = 50 \\ B = 40 \\ C = 120 \end{cases}$$

34. En una ebanistería se producen sillas, mesas y armarios, en total 350 piezas mensuales. Las horas de mano de obra invertidas son, 2 horas por silla, 3 horas por mesa y 5 horas por armario y se utiliza una plancha de madera por silla 2, planchas por mesa y 3 planchas por armario. Si se dispone de un total de 1050 horas y de 625 planchas de madera al mes, ¿Cuántas unidades de cada mueble se pueden fabricar en este tiempo?
VER VÍDEO https://youtu.be/XsIIHhz9MBg

$$\begin{cases} S + M + A = 350 \\ 2S + 3M + 5A = 1050 \\ S + 2M + 3A = 625 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} S = 125 \\ M = 175 \\ A = 50 \end{cases}$$

35. La suma de las edades de tres hermanos de edades diferentes R 37 años La suma de la edad del mayor más el doble de la edad del mediano más el triple de la edad del pequeño es de 69 años La edad del hermano mediano excede en dos años a la edad del pequeño calcula las edades de los 3 hermanos

$$\begin{cases} x + y + z = 37 \\ x + 2y + 3y = 69 \\ y = z + 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 12 \\ z = 10 \end{cases}$$

36. Una multinacional tiene tres delegaciones, una en Palma, otra en Ciudadela y la última en Ibiza. El número total de altos ejecutivos de las tres delegaciones asciende a 31. Para que el número de altos ejecutivos de la delegación de Ciudadela fuese igual al de Palma tendrían que trasladarse 3 de Palma a Ciudadela. Además, el número de la de Palma excede en 1 a la suma de las destinadas en las otras dos delegaciones. ¿Cuántos altos ejecutivos están destinados a cada delegación?

$$\begin{cases} x+y+z=31 \\ \underbrace{x-3}_{\substack{\text{Palma} \\ \text{pierde 3}}} = \underbrace{y+3}_{\substack{\text{Ciudadela} \\ \text{gana 3}}} \\ x=y+z+1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=31 \\ x-y=6 \\ x-y-z=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=16 \\ y=10 \\ z=5 \end{cases}$$

37. Una nación importa 21000 vehículos mensuales de las marcas X, Y, Z al precio de 1,2; 1,5 y 2 millones de euros respectivamente. Si el total de la importación asciende a 33200 millones y de la marca X importa el 40 % de la suma de las otras 2 marcas, ¿Cuántos vehículos de cada marca entran en el país?

$$a) \begin{cases} x+y+z=21000 \\ 1'2x+1'5y+2z=33200 \\ x=\dfrac{40}{100}(y+z) \rightarrow 100x-40y-40z=0 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 21000 \\ 1'2 & 1'5 & 2 & 33200 \\ 100 & -40 & -40 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\underset{E_3-100E_1}{\overset{E_2-1'2E_1}{\rightarrow}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 21000 \\ 0 & 0'3 & 0'8 & 8000 \\ 0 & -140 & -140 & -2100000 \end{pmatrix} \overset{0'3E_3+140E_2}{\rightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 21000 \\ 0 & 0'3 & 0'8 & 8000 \\ 0 & 0 & 70 & 490000 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} z=\dfrac{490000}{70}=7000 \\ 0'3y+0'8z=8000 \rightarrow y=8000 \\ x+y+z=21000 \rightarrow x=6000 \end{cases}$$

38. Un ama de casa adquiere en el mercado ciertas cantidades de patatas, manzanas y naranjas a un precio de 0,6 0,22 y 0,91 euros el kilo, respectivamente. El importe total de la compra fue de siete euros y el peso total de nueve kilos. Además, compró un kilo más de naranjas que de manzanas. Plantea un sistema para determinar la cantidad comprada de cada producto y resuélvelo.

$$a) \begin{cases} 0'6x+0'72y+0'91z=7 \\ x+y+z=9 \\ z=y+1 \rightarrow y-z=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases}$$

39. Un estudiante obtuvo en un control qué constaba de 3 preguntas un total de ocho puntos En la segunda pregunta Saco: masquen la primera Y un. menos que en la tercera Plantea un sistema de ecuaciones para determinar la puntuación obtenida en cada pregunta y resuélvelo.

$$a) \begin{cases} x+y+z=8 \\ y=x+2 \\ y=z-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=8 \\ x-y=-2 \\ y-z=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases}$$

40. Un grupo de personas se reúne para hacer la ruta de los patios por el centro de la ciudad de Palma. En total son 80 personas, entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple que el número de niños. Además, si hubieran asistido dos mujeres más, su número igualaría al de hombres. Plantea un sistema para averiguar cuantos hombres, mujeres y niños han ido a hacer la ruta de los patios.

Planteamos el sistema: $\begin{cases} H+D+N=80 \\ H+D=3N \\ D+2=H \end{cases} \rightarrow \begin{cases} H+D+N=80 \\ H+D-3N=0 \\ H-D=2 \end{cases}$

Resolvemos por el método de Gauss: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 80 \\ 1 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{F_2-F_1 \\ F_3-F_1}}$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 80 \\ 0 & 0 & -4 & -80 \\ 0 & -2 & -1 & -78 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} -4N=-80 \rightarrow N=20 \\ -2D-N=-78 \rightarrow D=29 \\ H+D+N=80 \rightarrow H=31 \end{cases}$$

41. Las alturas de 3 niños que se llama a Marco, Pablo y Navarro están relacionadas como sigue. Si la altura de Marco aumenta el triple de la diferencia de las alturas de Pablo y de Navarro, la edad de Marco sería igual que la de Navarro. Las alturas de los 3 suman 515 cm. Ocho veces la altura de Pablo equivale a nueve veces la altura de Marco. Plantea un sistema de ecuaciones para averiguar sus alturas.

$$\begin{cases} M+3(P-N)=N \\ M+P+N=550 \\ 8P=9M \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M=160 \text{ cm.} \\ P=180 \text{ cm.} \\ N=165 \text{ cm.} \end{cases}$$

42. La suma de las 3 cifras de un determinado número es 13. La cifra de las centenas excede en cuatro unidades a la de las decenas. Si intercambiamos la cifra de las unidades con la de las centenas el número aumenta en 495 unidades. ¿De qué número se trata?

$$\begin{cases} x+y+z=13 \\ x=4+y \\ 100z+10y+x-(100x+10y+z)=495 \end{cases} \begin{cases} x+y+z=13 \\ x-y=4 \\ z-x=5 \end{cases} \begin{cases} x=4 \\ y=0 \\ z=9 \end{cases}. \text{El nº es } 409.$$

43. 3 familias van a una cafetería. La primera familia toma dos cafés, un cortado y dos descafeinados. La segunda familia toma tres cafés y dos descafeinados y la tercera familia toma un café, dos cortados y dos descafeinados. A la primera familia le presentan una factura de 5,2 euros, a la segunda una de 5 euros y a la tercera una de 5,2 euros. ¿Hay alguna factura incorrecta?

Planteo: $\begin{cases} 2c+t+2d=5'20 \\ 3c+2d=5 \\ c+2t+2d=6'20 \end{cases}$

Discusión:

$$\begin{cases} A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}=-3 \rightarrow \text{rango } A \geq 2 \\ |A|=0 \end{cases} \rightarrow \text{Rango } A=2 \\ A^*=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 5'2 \\ 3 & 0 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 6'2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}=-3 \rightarrow \text{rango } A \geq 2 \\ |A|=0 \rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5'2 \\ 3 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 6'2 \end{vmatrix} \neq 0 \end{cases} \rightarrow \text{Rango } A^*=3 \end{cases} \rightarrow \text{S.I.}$$

El sistema ha resultado incompatible. Hay alguna factura errónea.

44. 3 familias van a una heladería. La primera familia toma dos helados pequeños y uno grande. La segunda familia toma dos pequeños, uno mediano y uno grande. La tercera familia toma uno pequeño y dos grandes. A la primera familia le cobran 4,50 euros, a la segunda 6,30 y a la tercera 5,40 euros. Calcula el precio de cada helado.

$$\begin{cases} 2x+z=4{,}5 \\ 2x+y+z=6{,}3 \\ x+2y=5{,}4 \end{cases} \begin{cases} x=1{,}2 \\ y=1{,}8 \\ z=2{,}1 \end{cases}$$

45. Tres amigos Juan, María y Pedro han ido a una cafetería. Juan ha gastado el triple que María y Pedro la mitad que María. Si además sabemos que entre los 3 han gastado 11,7 euros. ¿Qué cantidad ha gastado cada uno?

$$\begin{cases} \mathrm{J}=3\mathrm{M} \rightarrow \mathrm{J}-3\mathrm{M}=0 \\ \mathrm{P}=\dfrac{\mathrm{M}}{2} \rightarrow \mathrm{M}-2\mathrm{P}=0 \\ \mathrm{J}+\mathrm{M}+\mathrm{P}=11'70 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mathrm{x}=7'80 \\ \mathrm{y}=2'60 \\ \mathrm{z}=1'30 \end{cases}$$

46. Tenemos 9,5 euros en monedas de 5, 10 y 50 céntimos. El número de monedas de 10¢ excede en nueve unidades al número de monedas de 50¢. Y por cada 3 monedas de 10¢ tenemos cuatro de 5¢. ¿Cuántas monedas tenemos de cada valor?

$$\begin{cases} \text{x: monedas de 5 c.} \\ \text{y: monedas de 10 c.} \\ \text{z: monedas de 50 c.} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5\mathrm{x}+10\mathrm{y}+50\mathrm{z}=950 \\ \mathrm{y}=\mathrm{z}+9 \\ \dfrac{\mathrm{y}}{3}=\dfrac{\mathrm{x}}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mathrm{x}=28 \\ \mathrm{y}=21 \\ \mathrm{z}=12 \end{cases}$$

47. La suma de las tres cifras de un determinado número es 12. La cifra de las centenas es la media de las otras dos. Si intercambiamos la cifra de las unidades con la de las centenas, el número disminuye en 198 unidades. ¿ De qué número se trata?

$$\begin{cases} \mathrm{C}+\mathrm{D}+\mathrm{U}=12 \\ \mathrm{C}=\dfrac{\mathrm{D}+\mathrm{U}}{2} \\ 100\mathrm{C}+10\mathrm{D}+\mathrm{U}-(100\mathrm{U}+10\mathrm{D}+\mathrm{C})=198 \end{cases} \begin{cases} \mathrm{C}+\mathrm{D}+\mathrm{U}=12 \\ \mathrm{D}+\mathrm{U}-2\mathrm{C}=0 \\ \mathrm{C}-\mathrm{U}=2 \end{cases} \rightarrow 462.$$

48. Tres amigos, Isabel, Juana y Marga, van a una frutería. Isabel compra un kilo de albaricoques y uno de ciruelas, Juana compra un kilo de albaricoque y 2 de cerezas y Marga 2 de albaricoques 1 de cerezas y 2 de ciruelas. Si se han gastado, respectivamente, 2'7, 7'1 y 8'2 €.

$$\begin{cases} \mathrm{x}+\mathrm{z}=2'7 \\ \mathrm{x}+2\mathrm{y}=7'1 \\ 2\mathrm{x}+\mathrm{y}+2\mathrm{z}=8'2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mathrm{x}=1'7 \\ \mathrm{y}=2'7 \\ \mathrm{z}=1 \end{cases}$$

49. Tres amigos, Clara, Marta y Pedro han ido de compras. Clara ha gastado el triple que Pedro, y Marta la mitad que Clara.

a) Con estos datos ¿podemos saber lo gastado por Pedro?

b) Si además se sabe que entre los tres han gastado 1243 €. ¿Qué cantidad gasta cada uno?

$$\begin{cases} C = 3.P \\ M = \dfrac{C}{2} \\ C + M + P = 1243 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C - 3P = 0 \\ C - 2M = 0 \\ C + M + P = 1243 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C = 678 \\ M = 339 \\ P = 226 \end{cases}$$

Solo con las dos primeras ecuaciones no podemos saber lo gastado por Pedro, pues entre las dos ecuaciones no podemos eliminar C y M.

50. Tres familias van a una cafetería. La primera toma dos cafés, 1 cortado y 2 descafeinados; la segunda toma 3 cafés y 2 cortados y la tercera toma 1 café y 2 descafeinados. Pagan, respectivamente, 5, 5'1 y 2'9 €.

a) Escribe una matriz que refleje lo consumido por cada familia.

b) Halla la inversa de la matriz anterior.

c) Resuelve el sistema matricial A.X = B.

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 5 \\ 3x + 2y = 5'1 \\ x + 2z = 2'9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0'9 \\ y = 1'2 \\ z = 1 \end{cases}$$

51. 3 hermanas, Ana, Clara y Marta deciden regalar un libro que vale 24,8 euros a su padre. Reúnen esta cantidad de forma que Marta aporta una tercera parte de lo que aportan las otras 2 juntas. Y que Ana aporta 3€ por cada 2 que aporta clara. ¿Qué cantidad aporta cada una?

$$\begin{cases} A + C + M = \overbrace{2480}^{\text{pasado a centimos}} \\ M = \dfrac{A + C}{3} \\ \dfrac{A}{3} = \dfrac{C}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A + C + M = 2480 \\ A + C - 3M = 0 \\ 2A - 3C = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = 1116 \\ C = 744 \\ M = 620 \end{cases}$$

52. Tres familias van a una pizzería. La primera toma una pizza grande, 2 medianas y 4 pequeñas; la segunda toma 1 grande y 1 pequeña y la tercera 1 mediana y dos pequeñas. Escribir el sistema en forma matricial y resolverlo para hallar el valor de cada tipo de pizza, sabiendo que gastan, respectivamente, 50'5, 15'9 y 21 €.

$$\begin{cases} g + 2m + 4p = 51'5 \\ g + p = 15'9 \\ m + 2p = 21 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} g = 9'5 \\ m = 8'2 \\ p = 6'4 \end{cases}$$

53. Se tienen 9,2 euros en monedas de 5 ¢, de 20 ¢ y de euro. El número de monedas de 20¢ excede en seis unidades al número de monedas de euro y por cada 3 monedas de 20¢ se tienen cuatro de 5¢ ¿Cuántas monedas hay de cada tipo?

23

$$\begin{cases} 5x+20y+\overbrace{100z}^{\text{todo en centimos}}=920 \\ y=z+6 \\ \dfrac{y}{3}=\dfrac{x}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x+20y+100z=920 \\ y-z=6 \\ 3x-4y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=16 \\ y=12 \\ z=6 \end{cases}$$