SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

LA DERIVADA.

TABLA DE DERIVADAS.

Derivada de una constante:	Derivada de una cte por una función:	Derivada de una suma o resta:
$y = k \rightarrow y' = 0$	$y = k.f \rightarrow y' = k.f'$	$y = f \pm g \rightarrow y' = f' \pm g'$

Derivada de un producto:	Derivada de un cociente:
$y = f.g \rightarrow y' = f'.g + f.g'$	$y = \dfrac{f}{g} \rightarrow y' = \dfrac{f'.g - f.g'}{g^2}$

1	$y = f^k$	$y' = k.f^{k-1}.f'$
2	$y = \sqrt[k]{f}$	$y' = \dfrac{1}{k.\sqrt[k]{f^{k-1}}}.f'$
3	$y = \dfrac{1}{f}$	$y' = \dfrac{-1}{f^2}.f'$
4	$y = \ln f$	$y' = \dfrac{1}{f}.f'$
5	$y = \log_k f$	$y' = \dfrac{1}{f.\ln k}.f'$
6	$y = a^f$	$y' = a^f.\ln a.f'$
7	$y = e^f$	$y' = e^f.f'$
8	$y = \operatorname{sen} f$	$y' = f'.\cos f$

9	$y = \cos f$	$y' = -f'.\operatorname{sen} f$
10	$y = \tan f$	$y' = \dfrac{f'}{\cos^2 f} = f'.(1 + \tan^2 f)$
11	$y = \operatorname{cotan} f$	$y' = \dfrac{-f'}{\operatorname{sen}^2 f} = -f'.(1 + \operatorname{cotan}^2 f)$
12	$y = \sec f$	$y' = \dfrac{\operatorname{sen} f}{\cos^2 f}.f'$
13	$y = \operatorname{cosec} f$	$y' = \dfrac{-\cos f}{\operatorname{sen}^2 f}.f'$
14	$y = \arctan f$	$y' = \dfrac{1}{1 + f^2}.f'$
15	$y = \operatorname{arcsen} f$	$y' = \dfrac{1}{\sqrt{1 - f^2}}.f'$
16	$y = \arccos f$	$y' = \dfrac{-1}{\sqrt{1 - f^2}}.f'$

Cálculo de derivadas.

1. Calcula las siguientes derivadas aplicando la fórmula siguiente.

$$y = kx^p;\ y' = kpx^{p-1}$$

a. $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$
b. $y = 3x^5 - 4x^3 + 4x^2 - 5x + 7$
c. $y = 6x^7 - 3x^6 + 2x^5 - 3x^4 + 4x - 4$

VER VIDEO https://youtu.be/7STFjVdBW0Q

a. $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1;\ y' = 3x^2 - 6x + 4$
b. $y = 3x^5 - 4x^3 + 4x^2 - 5x + 7;\ y' = 15x^4 - 12x^2 + 8x - 5$
c. $y = 6x^7 - 3x^6 + 2x^5 - 3x^4 + 4x - 4;\ y' = 42x^6 - 18x^5 + 10x^4 - 12x^3 + 4$

2. Calcula las siguientes derivadas aplicando la fórmula siguiente.

$$y = f^p;\ y' = p \cdot f^{p-1} \cdot f'$$

$\mathbf{a.y = (x^2 - 3x + 6)^5}$
$\mathbf{b.y = (2x^3 - 4x + 7)^3}$
$\mathbf{c.y = (x^5 - 3x + 6)^5}$

VER VIDEO https://youtu.be/VknR5Tlf0ko

$a.y = (x^2 - 3x + 6)^5; y' = 5 \cdot (x^2 - 3x + 6)^4 \cdot (2x - 3)$
$b.y = (2x^3 - 4x + 7)^3; y' = 3 \cdot (2x^3 - 4x + 7)^2 \cdot (6x^2 - 4)$
$c.y = (x^5 - 3x + 6)^5; y' = 5 \cdot (x^2 - 3x + 6)^4 \cdot (2x - 3)$

3. Calcula las siguientes derivadas aplicando la fórmula siguiente.

$$\mathbf{y = \sqrt[n]{f}; y' = \frac{1}{n\sqrt[n]{f^{n-1}}} \cdot f'}$$

$\mathbf{a.y = \sqrt[3]{x^2 + x + 1}}$
$\mathbf{b.y = (x+3)^4 - \sqrt[4]{x+3}}$
$\mathbf{c.y = \sqrt[5]{(x^3 - x^2 - x - 1)}}$

VER VIDEO https://youtu.be/U8GSgYPb7iI

$a.y = \sqrt[3]{x^2 + x + 1}; y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2+x+1}} \cdot (2x + 1)$

$b.y = (x+3)^4 - \sqrt[4]{x+3}; y' = 4 \cdot (x+3)^3 \cdot 1 - \frac{1}{4\sqrt[4]{(x+3)^3}} \cdot 1$

$c.y = \sqrt[5]{(x^3 - x^2 - x - 1)}; y' = \frac{1}{5\sqrt[5]{(x^3 - x^2 - x - 1)^4}} \cdot (3x^2 - 2x - 1)$

4. Calcula las siguientes derivadas aplicando la fórmula siguiente.

$$\mathbf{y = \ln f; y' = \frac{1}{f} \cdot f'}$$

$$\mathbf{a.y = \ln(x^2 - 3x)}$$
$$\mathbf{b.y = \ln\left(\sqrt[3]{x - x^2}\right)}$$
$$\mathbf{c.y = \ln\left(x^3 - x^2 - \sqrt{x}\right)}$$

VER VIDEO https://youtu.be/aUc3Dy42rxw

$$a.y = \ln(x^2 - 3x); y' = \frac{1}{x^2 - 3x} \cdot (2x - 3)$$
$$b.y = \ln\left(\sqrt[3]{x - x^2}\right) = \frac{1}{3}\ln[(x - x^2)]; y' = \frac{1}{3}\frac{1}{x - x^2}(1 - 2x)$$
$$c.y = \ln\left(x^3 - x^2 - \sqrt{x}\right); y' = \frac{1}{x^3 - x^2 - \sqrt{x}} \cdot \left(3x^2 - 2x - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

5. Calcula las siguientes derivadas aplicando la fórmula siguiente.

$$\mathbf{y = \log_a f; y' = \frac{1}{f \cdot \ln a} \cdot f'}$$

$$\mathbf{a.y = \log_3(x^3 - 2x)}$$
$$\mathbf{b.y = \log_5\left(\sqrt[4]{x - x^3}\right)}$$
$$\mathbf{c.y = \log\left(2x^3 - 3x^2 - \sqrt{x}\right)}$$

VER VIDEO https://youtu.be/7x2Mxoph4hE

$$a.y = \log_3(x^3 - 2x); y' = \frac{1}{(x^3 - 2x) \cdot \ln 3} \cdot (3x^2 - 2)$$
$$b.y = \log_5\left(\sqrt[4]{x - x^3}\right) = \frac{1}{4}\log_5[(x - x^3)]; y' = \frac{1}{4}\frac{1}{x - x^3}(1 - 3x^2)$$
$$c.y = \log\left(2x^3 - 3x^2 - \sqrt{x}\right);$$
$$y' = \frac{1}{\left(2x^3 - 3x^2 - \sqrt{x}\right) \cdot \ln 10} \cdot \left(6x^2 - 6x - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

6. Calcula las siguientes derivadas aplicando la fórmula siguiente.

$$\mathbf{y = e^f; y' = e^f \cdot f'}$$

$$\mathbf{a.y = e^{2x^2 - 3x}}$$
$$\mathbf{b.y = e^{\log_3(x^2 - 1)}}$$
$$\mathbf{c.y = e^{\sqrt{x^3 - x}}}$$

VER VIDEO https://youtu.be/wEVLwy3ZC88

$$a.y = e^{2x^2 - 3x}; y' = e^{2x^2 - 3x} \cdot (4x - 3)$$
$$b.y = e^{\log_3(x^2 - 1)}; y' = e^{\log_3(x^2 - 1)} \cdot \left(\frac{1}{(x^2 - 1) \cdot \ln 3} \cdot 2x\right)$$
$$c.y = e^{\sqrt{x^3 - x}}; y' = e^{\sqrt{x^3 - x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^3 - x}} \cdot (3x^2 - 1)$$

7. Calcula las siguientes derivadas aplicando la fórmula siguiente.

$$\mathbf{y = a^f; y' = a^f \cdot f' \cdot \ln a}$$

$$\mathbf{a.y = 4^{3x^2 - 2x}}$$

$$\mathbf{b.y = 3^{\log(x^3-1)}}$$
$$\mathbf{c.y = 5^{\sqrt[3]{x+1}}}$$

VER VIDEO https://youtu.be/MdKmQHyRlxg

$$a.y = 4^{3x^2-2x}; y' = 4^{3x^2-2x} \cdot (6x-2) \cdot \ln 4$$
$$b.y = 3^{\log(x^3-1)}; y' = 3^{\log(x^3-1)} \cdot \left(\frac{1}{(x^3-1) \cdot \ln 10} \cdot 3x^2\right) \cdot \ln 3$$
$$c.y = 5^{\sqrt[3]{x+1}}; y' = 5^{\sqrt[3]{x+1}} \cdot \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}} \cdot 1 \cdot \ln 5$$

8. Calcula las siguientes derivadas aplicando la fórmula siguiente.

$$\mathbf{y = \operatorname{sen} f; y' = f' \cdot \cos f}$$

$$\mathbf{a.y = \operatorname{sen}(x^3 - 2x^2 + x)}$$
$$\mathbf{b.y = \operatorname{sen}(\sqrt{x} + x)}$$
$$\mathbf{c.y = \operatorname{sen}(e^{e^x})}$$

VER VIDEO https://youtu.be/Gc74qs_zu0I

$$a.y = \operatorname{sen}(x^3 - 2x^2 + x); y' = (3x^2 - 4x + 1) \cdot \cos(x^3 - 2x^2 + x)$$
$$b.y = \operatorname{sen}(\sqrt{x} + x); y' = \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + 1\right) \cdot \cos(\sqrt{x} + x)$$
$$c.y = \operatorname{sen}(e^{e^x}); y' = e^{e^x} \cdot e^x \cdot \cos(e^{e^x})$$

9. Calcula las siguientes derivadas aplicando la fórmula siguiente.

$$\mathbf{y = \cos f; y' = -f' \cdot \operatorname{sen} f}$$

$$\mathbf{a.y = \cos(2x^3 - 3x^2 + 5x)}$$
$$\mathbf{b.y = \operatorname{sen}(\sqrt[3]{x} + x^2)}$$
$$\mathbf{c.y = \operatorname{sen}(\ln x)}$$

VER VIDEO https://youtu.be/poG5ONR8tWI

$$a.y = \cos(2x^3 - 3x^2 + 5x); y' = -(6x^2 - 6x + 5) \cdot \cos(2x^3 - 3x^2 + 5x)$$
$$b.y = \operatorname{sen}(\sqrt[3]{x} + x^2); y' = -\left(\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + 2x\right) \cdot \cos(\sqrt[3]{x} + x^2)$$
$$c.y = \operatorname{sen}(\ln x); y' = -\frac{1}{x} \cdot \cos(\ln x)$$

10. Calcula las siguientes derivadas aplicando la fórmula siguiente.

$$\mathbf{y = \tan f; y' \begin{cases} = f' \cdot (\tan^2 f + 1) \\ = f' \cdot \dfrac{1}{\cos^2 f} \end{cases}}$$

$$\mathbf{a.y = \tan(2x^3 - 3x^2 + 5x);}$$
$$\mathbf{b.y = \tan(\sqrt[4]{x} + 3x^2)}$$
$$\mathbf{c.y = \tan(\log x)}$$

VER VIDEO https://youtu.be/nnLYOHaIFxU

$$a.y=\tan(2x^3-3x^2+5x);$$

$$y'\begin{cases}=(6x^2-3x+5)\cdot[\tan^2(2x^3-3x^2+5x)+1]\\=(6x^2-3x+5)\cdot\dfrac{1}{\cos^2(2x^3-3x^2+5x)}\end{cases}$$

$$b.y=\tan\left(\sqrt[4]{x}+3x^2\right);y'\begin{cases}=\left(\dfrac{1}{4\sqrt{x^3}}+6x\right)\cdot\left[\tan^2\left(\sqrt[4]{x}+3x^2\right)+1\right]\\=\left(\dfrac{1}{4\sqrt{x^3}}+6x\right)\cdot\dfrac{1}{\cos^2\left(\sqrt[4]{x}+3x^2\right)}\end{cases}$$

$$c.y=\tan(\log x);y'\begin{cases}=\dfrac{1}{x\cdot\ln 10}\cdot[\tan^2(\log x)+1]\\=\dfrac{1}{x\cdot\ln 10}\cdot\dfrac{1}{\cos^2(\log x)}\end{cases}$$

---

11. Calcula las siguientes derivadas aplicando la fórmula siguiente.

$$\mathbf{y=\arctan f;y'=\frac{1}{1+f^2}\cdot f'}$$

$$\mathbf{a.y=\arctan[sen(x^2-x)]}$$
$$\mathbf{b.y=\arctan\left(\sqrt[3]{x^2-1}\right)}$$
$$\mathbf{c.y=\arctan[sen(x^2-x)]}$$

VER VIDEO https://youtu.be/5aej0pUhBAk

$$a.y=\arctan[sen(x^2-x)];$$
$$y'=\frac{1}{1+\left(sen(x^2-x)\right)^2}\cdot(2x-1)\cdot\cos(x^2-x)$$

$$b.y=\arctan\left(\sqrt[3]{x^2-1}\right);y'=\frac{1}{1+\left(\sqrt[3]{x^2-1}\right)^2}\cdot\frac{1}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}}\cdot 2x$$

$$c.y=\arctan[sen(x^2-x)];$$
$$y'=\frac{1}{1+\left(sen(x^2-x)\right)^2}\cdot(2x-1)\cdot\cos(x^2-x)$$

---

12. Calcula las siguientes derivadas aplicando la fórmula siguiente.

$$\mathbf{y=\frac{f}{g};y'=\frac{f'\cdot g.f\cdot g'}{g^2}}$$

$$\mathbf{a.y=\frac{x^2-x}{x^2+x}}$$
$$\mathbf{b.y=\frac{x+senx}{x-senx}}$$
$$\mathbf{c.y=\frac{x+1}{(x-1)^2};}$$

VER VIDEO https://youtu.be/5CxsRIlDs30
VER VIDEO https://youtu.be/LD5DWlHpT1k

$$a.y=\frac{x^2-x}{x^2+x};y'=\frac{(2x-1)\cdot(x^2+x)-(x^2-x)\cdot(2x+1)}{(x^2+x)^2}=$$
$$=\frac{2x^3+2x^2-x^2-x-(2x^3-2x^2+x^2-x)}{(x^2+x)^2}=\frac{2x^2}{(x^2+x)^2}$$
$$b.y=\frac{x+\mathrm{sen}x}{x-\mathrm{sen}x};y'=\frac{(1+\cos x)\cdot(x-\mathrm{sen}x)-(x+\mathrm{sen}x)\cdot(1-\cos x)}{(x-\mathrm{sen}x)^2}=$$
$$=\frac{x-\mathrm{sen}x+x\cos x-\mathrm{sen}x\cos x-(x-x\cos x+\mathrm{sen}x-\mathrm{sen}x\cos x)}{(x+\mathrm{sen}x)^2}=$$
$$=\frac{2x\cos x-2\mathrm{sen}x}{(x+\mathrm{sen}x)^2}$$
$$c.y=\frac{x+1}{(x-1)^2};$$
$$y'=\frac{(x-1)^2-(x+1)\cdot 2(x-1)}{(x-1)^4}=\frac{(x-1)\cdot[(x-1)-2(x+1)]}{(x-1)^4}=\frac{-x-3}{(x-1)^3}$$

13. Calcula las siguientes derivadas aplicando la fórmula siguiente.

$$\mathbf{y=f\cdot g;y'=f'\cdot g+f\cdot g'}$$

$\mathbf{a.y=x\cdot senx}$

$\mathbf{b.y=(x^2+2x)\cdot e^{x^2+2x};}$

$\mathbf{c.y=x\cdot senx\cdot lnx}$

VER VIDEO https://youtu.be/RlOZjt6XR-s

$$a.y=x\cdot\mathrm{sen}x;y'=1\cdot\mathrm{sen}x+x\cdot\cos x=\mathrm{sen}x+x\cos x$$
$$b.y=(x^2+2x)\cdot e^{x^2+2x};$$
$$y'=(2x+2)\cdot e^{x^2+2x}+\underbrace{(x^2+2x)\cdot(2x+2)}_{2x^3+2x^2+4x^2+4x}\cdot e^{x^2+2x}=$$
$$=e^{x^2+2x}\cdot(2x^3+6x^2+6x+2)$$
$$c.y=x\cdot\mathrm{sen}x\cdot\ln x=(x\cdot\mathrm{sen}x)\cdot\ln x;$$
$$y'=(x\cdot\mathrm{sen}x)'\cdot\ln x+x\cdot\mathrm{sen}x\cdot\frac{1}{x}=(\mathrm{sen}x+x\cos x)\cdot\ln x+\mathrm{sen}x$$

14. Calcula las siguientes derivadas aplicando la definición.

$\mathbf{a.f(x)=x^2+x+1}$

VER VIDEO https://youtu.be/689rpwP1MzM

$\mathbf{b.f'(3)\ si\ f(x)=\frac{x}{x-1}}$

VER VIDEO https://youtu.be/PJXGs3ERaoo

a.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2+x+h+1-(x^2+x+1)}{h}=$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{x^2+2hx+h^2+x+h+1-x^2-x-1}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h\cdot(2x+h+1)}{h}=2x+1$$

b.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{x+h}{x+h-1}-\frac{x}{x-1}}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{(x+h)\cdot(x-1)-x\cdot(x+h-1)}{(x+h-1)\cdot(x-1)}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{x^2-x+hx-h-x^2-xh+x}{h\cdot(x+h-1)\cdot(x-1)}=$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{-h}{h\cdot(x+h-1)\cdot(x-1)}=\lim_{h\to 0}\frac{-1}{(x+h-1)\cdot(x-1)}=\frac{-1}{(x-1)^2}$$

15. Calcular aplicando la definición de derivada.

a. $\mathbf{f(x)=\frac{2}{x+3}}$

VER VIDEO https://youtu.be/tR7xWSmsxRs

b. $\mathbf{f'(3)}$ **si** $\mathbf{f(x)=-x^2-x-1}$

VER VIDEO https://youtu.be/z2xSJ3SZbYo

a.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{2}{x+h+3}-\frac{2}{x+3}}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{2\cdot(x+3)-2\cdot(x+h+3)}{(x+h+3)\cdot(x+3)}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2x+6-2x-2h-6}{h\cdot(x+h+3)\cdot(x+3)}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{-2h}{h\cdot(x+h+3)\cdot(x+3)}=\lim_{h\to 0}\frac{-2}{(x+h+3)\cdot(x+3)}=\frac{-2}{(x+3)^2}$$

b.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-(x+h)^2-(x+h)-1-(-x^2-x-1)}{h}=$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{-(x^2+2hx+h^2)-x-h-1+x^2+x+1}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h\cdot(-2x-h-1)}{h}=-2x-1$$

16. Deriva y simplifica las siguientes funciones.

a. $\mathbf{y=x^4-3x^3+2x^2-3x+1}$

b. $\mathbf{y=\ln\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)}$

c. $\mathbf{y=(x^2-1)\cdot e^x}$

VER VIDEO https://youtu.be/yWyZPzrjNl0

a. $y=x^4-3x^3+2x^2-3x+1;\ y'=4x^3-9x^2+4x-3$

$$b.\ y=\ln\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)=\overbrace{\ln(x^2+1)-\ln(x^2-1)}^{\text{No estamos derivando. estamos cambiando el aspecto de la función aplicando propiedades de logaritmos.}};$$

$$y' = \frac{1}{x^2+1}\cdot 2x - \frac{1}{x^2+1}\cdot 2x$$

c. $y = (x^2 - 1)\cdot e^x$; $y' = 2x\cdot e^x + (x^2 - 1)\cdot e^x = e^x\cdot (x^2 + 2x - 1)$

17. Deriva y simplifica las siguientes funciones.

$$\mathbf{a.y = \frac{x^2+4}{x^2-4};}$$

$$\mathbf{b.y = \ln\sqrt{x^3-1}}$$

$$\mathbf{c.y = 3^{x^2-x-1}}$$

VER VIDEO https://youtu.be/9Pb8WsfwY-o

$$a.y = \frac{x^2+4}{x^2-4};$$

$$y' = \frac{2x\cdot(x^2-4) - 2x\cdot(x^2+4)}{(x^2+4)^2} = \frac{2x^3-8x-2x^3-8x}{(x^2+4)^2} = \frac{-16x}{(x^2+4)^2}$$

$$b.y = \ln\sqrt{x^3-1} = \frac{1}{2}\cdot\ln(x^3-1); y' = \frac{1}{2}\frac{1}{x^3-1}3x^2 = \frac{3x^2}{2x^3-2}$$

$$c.y = 3^{x^2-x-1}; y' = (2x-1)\cdot 3^{x^2-x-1}\cdot \ln 3$$

18. Deriva y simplifica las siguientes funciones.

$$\mathbf{a.y = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}};}$$

$$\mathbf{b.y = \cos\sqrt{x^3-x^2}}$$

$$\mathbf{c.y = sen^3x^3 = (senx^3)^3}$$

VER VIDEO https://youtu.be/ow0aSR2oFoo

$$a.y = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}};$$

$$y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2}}\cdot\frac{x-1-x-1}{(x-1)^2} = \frac{-2}{3}\sqrt[3]{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2}\cdot\frac{1}{(x-1)^2}$$

$$b.y = \cos\sqrt{x^3-x^2}; y' = \frac{-1}{2\sqrt{x^3-x^2}}\cdot(3x^2-2x)\cdot sen\sqrt{x^3-x^2}$$

$$c.y = sen^3x^3 = (senx^3)^3; y' = 3(senx^3)^2 3x^2 cosx^3 = 9sen^2x^3cosx^3$$

19. Deriva y simplifica las siguientes funciones.

$$\mathbf{a.y = \ln\sqrt[5]{\frac{x+senx}{x-senx}}}$$

$$\mathbf{b.y = \frac{x\ senx}{x-senx}}$$

$$\mathbf{c.y = (x\ln x)^3}$$

VER VIDEO https://youtu.be/-y50T0fZo7I

$$a. y = \ln\sqrt[5]{\frac{x + \operatorname{sen}x}{x - \operatorname{sen}x}} = \frac{1}{5}[\ln(x + \operatorname{sen}x) - \ln(x - \operatorname{sen}x)];$$

$$y' = \frac{1}{5}\left(\frac{1 + \cos x}{x + \operatorname{sen}x} - \frac{1 - \cos x}{x - \operatorname{sen}x}\right)$$

$$b. y = \frac{x \operatorname{sen}x}{x - \operatorname{sen}x};$$

$$y' = \frac{(x \operatorname{sen}x)' \cdot (x - \operatorname{sen}x) - x \operatorname{sen}x\,(1 - \cos x)}{(x - \operatorname{sen}x)^2} =$$

$$= \frac{(\operatorname{sen}x + x\cos x) \cdot (x - \operatorname{sen}x) - x \operatorname{sen}x\,(1 - \cos x)}{(x - \operatorname{sen}x)^2} =$$

$$= \frac{x \operatorname{sen}x - \operatorname{sen}^2 x + x^2 \cos x - x \cos x \operatorname{sen}x - x \operatorname{sen}x + x \operatorname{sen}x \cos x}{(x - \operatorname{sen}x)^2} =$$

$$= \frac{-\operatorname{sen}^2 x + x^2 \cos x}{(x - \operatorname{sen}x)^2}$$

$$c. y = (x \ln x)^3; y' = 3(x \ln x)^2\left(\ln x + x\frac{1}{x}\right) = 3(x \ln x)^2(\ln x + 1)$$

Derivación de funciones implícitas.

20. Efectuar las siguientes derivadas.

$\mathbf{a. x + sen(x + y) - xy = 2;}$

VER VIDEO https://youtu.be/L1qfxqAjUVs

$\mathbf{b. e^{xy} - \frac{x}{y} = \ln y;}$

VER VIDEO https://youtu.be/VjV6xMAhsa4

$\mathbf{c. x^2 y - xy^2 = e^x + e^y}$

VER VIDEO https://youtu.be/yUfi9UsD_Bc

a.

$$1 + (1 + y')\cos(x + y) - (y + xy') = 0;$$

$$1 + \cos(x + y) + y'\cos(x + y) - y - xy' = 0;$$

$$y'\cos(x + y) - xy' = -1 - \cos(x + y) + y;$$

$$y' \cdot [\cos(x + y) - x)] = -1 - \cos(x + y) + y; y' = \frac{-1 - \cos(x + y) + y}{\cos(x + y) - x}$$

b.

$$(y + xy')e^{xy} - \frac{y - xy'}{y^2} = \frac{y'}{y}; ye^{xy} + xy'e^{xy} - \frac{1}{y} + \frac{xy'}{y^2} - \frac{y'}{y} = 0;$$

$$xy'e^{xy} + \frac{xy'}{y^2} - \frac{y'}{y} = -ye^{xy} + \frac{1}{y}; y' \cdot \left(xe^{xy} + \frac{x}{y^2} - \frac{1}{y}\right) = -ye^{xy} + \frac{1}{y}$$

$$y' = \frac{-ye^{xy} + \frac{1}{y}}{\left(xe^{xy} + \frac{x}{y^2} - \frac{1}{y}\right)}$$

c.

$$2xy + x^2y' - (y^2 + x2yy') = e^x + y'e^y; 2xy + x^2y' - y^2 - 2xyy' - e^x - y'e^y = 0$$

$$x^2y' - 2xyy' - y'e^y = -2xy + y^2 + e^x; y' \cdot (x^2 - 2xy - e^y) = -2xy + y^2 + e^x$$

$$y' = \frac{-2xy + y^2 + e^x}{x^2 - 2xy - e^y}$$

Derivación logarítmica, aplicable a $y = f(x)^{g(x)}$.

21. Deriva y simplifica las siguientes funciones.

$\mathbf{a.y = x^x}$

$\mathbf{b.y = x^{senx}}$

$\mathbf{c.y = (lnx)^x}$

VER VIDEO https://youtu.be/nlPWMM70ZtE

$$a.y = x^x; \ln y = \ln x^x; \ln y = x \ln x;$$

$$\frac{y'}{y} = \ln x + x\frac{1}{x}; y' = y \cdot (\ln x + 1); y' = x^x \cdot (\ln x + 1)$$

$$b.y = x^{senx}; \ln y = \ln x^{senx}; \ln y = senx \ln x;$$

$$\frac{y'}{y} = \cos x \ln x + senx \frac{1}{x}; y' = y \cdot \left(\cos x \ln x + senx \frac{1}{x}\right);$$

$$y' = x^{senx} \cdot \left(\cos x \ln x + senx \frac{1}{x}\right)$$

$$c.y = (\ln x)^x; \ln y = \ln(\ln x)^x; \ln y = x\ln(\ln x);$$

$$\frac{y'}{y} = \ln(\ln x) + x\frac{1}{\ln x}\frac{1}{x}; y' = y \cdot \left(\ln(\ln x) + \frac{1}{\ln x}\right) = (\ln x)^x \cdot \left(\ln(\ln x) + \frac{1}{\ln x}\right)$$