SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

LOS POLINOMIOS.

OPERACIONES, REGLA DE RUFFINI, IDENTIDADES NOTABLES, VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO, TEOREMA DEL RESTO, FACTORIZAR POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS (SIMPLIFICAR Y OPERACIONES).

1. OPERACIONES.

Suma resta y producto de polinomios, estudiado en años anteriores. Es fácil.

División de polinomios. Ejemplos.

1. Efectúa las divisiones siguientes.

a. $(x^3 + x^2 - x + 1) : (x^2 - 1)$

b. $(x^4 + 3x^3 - x + 1) : (x^2 - x - 1)$

c. $(4x^4 + 2x^3 - x^2 - x + 1)$

VER VIDEO https://youtu.be/7kNNrDPv4G8

x^3	$+x^2$	$-x$	$+1$	$x^2 - 1$
$-x^3$		$+x$		$x + 1$
/	x^2	/	$+1$	
	$-x^2$		$+1$	
	/		$+2$	

x^4	$+3x^3$		$-x$	$+1$	$x^2 - x - 1$
$-x^4$	$+x^3$	$+x^2$			$x^2 + 4x + 5$
/	$4x^3$	$+x^2$	$-x$	$+1$	
	$-4x^3$	$+4x^2$	$+4x$		
	/	$+5x^2$	$+3x$	$+1$	
		$-5x^2$	$+5x$	$+5$	
		/	$8x$	$+6$	

$4x^4$	$+2x^3$	$-x^2$	$-x$	$+1$	$2x^2 - x - 1$
$-4x^4$	$+2x^3$	$+2x^2$			$2x^2 + 2x + \frac{3}{2}$
/	$4x^3$	$+x^2$	$-x$	$+1$	

$-4x^3$	$+2x^2$	$+2x$	
/	$+3x^2$	$+x$	$+1$
	$-3x^2$	$+\frac{3}{2}x$	$+\frac{3}{2}$
	/	$\frac{5}{2}x$	$+\frac{5}{2}$

2. REGLA DE RUFFINI

Si el divisor es del tipo $x \pm a$, también se puede hacer aplicando la regla de Ruffini.

VER VIDEO https://youtu.be/-VusNPVTyDw

2. Efectúa las divisiones siguientes.

a. $(x^4 + 3x^3 - x + 1) : (x - 1)$

b. $(3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 4) : (x - 2)$

c. $(4x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 2x + 5) : (x + 2)$

Dividimos como en los ejemplos anteriores.

x^4	$+3x^3$		$-x$	$+1$	$x - 1$
$-x^4$	$+x^3$				$x^3 + 4x^2 + 4x + 3$
/	$4x^3$		$-x$	$+1$	
	$-4x^3$	$+4x^2$			
	/	$+4x^2$	$-x$	$+1$	
		$-4x^2$	$+4x$		
		/	$3x$	$+1$	
			$-3x$	$+3$	
			/	$+4$	

Aplicamos la regla de Ruffini.

	1	3	0	−1	1
$\overset{*}{1}$	↓	$\overset{1.1}{1}$	$\overset{4.1}{4}$	$\overset{4.1}{4}$	$\overset{3.1}{3}$
	1	$\overset{3+1}{4}$	$\overset{0+4}{4}$	$\overset{-1+4}{3}$	$\overset{1+3}{4}$
	x^3	x^2	x		

Cociente: $1x^3 + 4x^2 + 4x + 3$; Resto: 4

$*\ x - 1 \longrightarrow$ El número cambiado de signo, es decir 1

$3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 4$ | **$x - 2$**

Aplicamos la regla de Ruffini

	3	−2	2	−1	4
$\overset{*}{2}$	↓	$\overset{3.2}{6}$	$\overset{4.2}{8}$	$\overset{10.2}{20}$	$\overset{19.2}{38}$
	3	$\overset{-2+6}{4}$	$\overset{2+8}{10}$	$\overset{-1+20}{19}$	$\overset{4+38}{42}$
	x^3	x^2	x		

cociente: $3x^3 + 4x^2 + 10x + 19$; resto: 42

$*\ x - 2 \longrightarrow$ El número cambiado de signo, es decir 2

$4x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 2x + 5$ | **$x + 2$**

Aplicamos la regla de Ruffini

	4	**– 2**	**0**	3	**– 2**	**5**
$\overbrace{-2}^{*}$	↓	– 8	20	– 40	74	– 144
	4	– 10	20	– 37	72	– 139
	x^3	x^2	x			

cociente: $4x^4 - 10x^3 + 20x^2 - 37x + 72$; resto: $-149x$

* x + 2 ⟶ El número cambiado de signo, es decir – 2

3. IDENTIDADES NOTABLES

IDENTIDADES NOTABLES $\begin{cases} (\mathbf{A}+\mathbf{B})^2 = \mathbf{A}^2 + 2.\mathbf{A}.\mathbf{B} + \mathbf{B}^2 \\ (\mathbf{A}-\mathbf{B})^2 = \mathbf{A}^2 - 2.\mathbf{A}.\mathbf{B} + \mathbf{B}^2 \\ (\mathbf{A}+\mathbf{B}).(\mathbf{A}-\mathbf{B}) = \mathbf{A}^2 - \mathbf{B}^2 \end{cases}$

3. Efectúa las operaciones siguientes.

a. $(x + 1)^2$
b. $(x – 3)^2$
c. $(2x + 4)^2$
d. $(3x – 3)^2$
e. $(x + 2)·(x – 2)$
f. $(5x + 2)·(5x – 2)$

VER VIDEO https://youtu.be/Rr_QGj2f608

4. Efectúa las operaciones siguientes.

a. $(2x – y)^2$
b. $(3a + 2b)^2$
c. $(x – 1)^2 – (x + 1)^2$
d. $x·(x + 2)^2 – (x + 1)·(x + 2)$
e. $(x + 2)·(x – 2) – (2x – 3)^2$
f. $(2x^2 – 3x)^2 – (3x^2 + 2x)^2$

a. $(2x - y)^2 = 4x^2 - 2.2x.y + y^2 = 4x^2 -4.x.y + y^2$

b. $(3a + 2b)^2 = 9a^2 + 2.3.a.2.b + 4b^2 = 9a^2 + 12.a.b + 4b^2$

c. $(x - 1)^2 - (x + 1)^2 = x^2 - 2x + 1 - (x^2 + 2x + 1) = x^2 - 2x + 1 - x^2 - 2x - 1 =$
$= - 4x$

d. $x.(x + 2)^2 - (x + 1).(x + 2) = x.(x^2 + 4x + 4) - (x^2 + 2x + x + 2) =$
$= x^3 + 4x^2 + 4x - x^2 - 2x - x - 2 = x^3 + 3x^2 + x - 2$

e. $(x + 2).(x - 2) - (2x - 3)^2 = x^2 - 4 - (4x^2 - 2.2.x.3 + 9) =$
$x^2 - 4 - 4x^2 + 12x - 9 = - 3x^2 + 12x - 13$

f. $(2x^2 - 3x)^2 - (3x^2 + 2x)^2 = 4x^4 - 2x^23x + 9x^2 - (9x^4 + 3x^22x + 4x^2) =$
$= - 5x^4 - 12x^3 + 5x^2$

4. VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO.

5. Hallar el valor numérico de los polinomios siguientes para el valor de x indicado.

a. $P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$ para $x = -1$.

b. $P(x) = 3x^4 - x^2 + 3x + 2$ para $x = 2$.

c. $P(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ para $x = -2$

a. $P(-1) = (-1)^3 - 2\cdot(-1)^2 + (-1) - 1 = -1 - 2 - 1 - 1 = -5$

b. $P(2) = 3\cdot(2)^4 - 2^2 + 3\cdot 2 + 2 = 3\cdot 16 - 4 + 6 + 2 = 52$

c. $P(-2) = (-2)^5 - 3\cdot(-2)^3 + 2\cdot(-2)^2 - 3\cdot(-2) + 1 =$

$= -32 + 24 + 8 + 6 + 1 = 7$

5. TEOREMA DEL RESTO. EJERCICIOS.

El Teorema del resto dice que el resto de dividir un polinomio P(x) entre un binomio x + a coincide con el valor numérico del polinomio para x = – a

$$\mathbf{3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 4 \quad \underline{|\; x - 2 \quad}}$$

Aplicamos la regla de Ruffini

	3	**− 2**	**2**	**− 1**	**4**
$\overbrace{2}^{*}$	↓	$\overbrace{6}^{3.2}$	$\overbrace{8}^{4.2}$	$\overbrace{20}^{10.2}$	$\overbrace{38}^{19.2}$
	3	$\overbrace{4}^{-2+6}$	$\overbrace{10}^{2+8}$	$\overbrace{19}^{-1+20}$	$\boxed{\overbrace{42}^{4+38}}$
	x^3	x^2	x		

cociente: $3x^3 + 4x^2 + 10x + 19$; resto: 42

* $x - 2 \rightarrow$ El número cambiado de signo, es decir 2

$P(2) = 3\cdot 2^4 - 2\cdot 2^3 + 2\cdot 2^2 - 2 + 4 = 48 - 16 + 8 - 2 + 4 = 42$

Observa que el resto, 42, coincide con el valor numérico $P(2) = 42$

6. a. Hallar k para que la división de $p(x) = x^3 - kx^2 + 3x - 2$ entre $x + 2$ sea exacta.

b. Hallar k para que la división de $p(x) = x^3 - 2kx^2 + 4x + 3$ entre $x + 3$ tenga resto 4.

a. Sea exacta significa que el resto es igual a cero. Sustituyo en p(x) la x por – 2, igualo a cero (resto) y resuelvo.

$p(-2) = (-2)^3 - k.(-2)^2 + 3.(-2) - 2 = 0 \rightarrow k = -4$

b. Sustituyo en p(x) la x por – 3, igualo a 4 (resto) y resuelvo.

$p(-3) = (-3)^3 - 2k.(-3)^2 + 4.(-3) + 3 = 4 \rightarrow k = 5/3$

7. Hallar a y b para que la división de $p(x) = x^3 - ax + b$ entre $x - 1$ de exacta y de resto 2 al dividir por $x + 1$.

Sustituyo en p(x) la x por + 1, igualo a cero (resto) y tengo una ecuación con dos incógnitas.

Sustituyo en p(x) la x por – 1, igualo a 2 (resto) y tengo otra ecuación con dos incógnitas.

$$\left.\begin{cases} p(1) = 1 - a + b = 0 \\ p(-1) = -1 + a + b = 2 \end{cases}\right\} \overset{\text{sistema}}{\Rightarrow} \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

6. FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS.

a. Polinomios de primer grado.

Si se puede sacar factor común se saca sino ya está factorizado.

---

8. Factoriza los polinomios siguientes.

a. $P(x) = 3x - 6$

b. $P(x) = x + 2$

c. $P(x) = 4x - 16$

---

a. $P(x) = 3\cdot(x - 2)$

b. $P(x) = x + 2$

c. $P(x) = 4\cdot(x - 4)$

b. Polinomios de segundo grado.

$P(x) = Ax^2 + Bx + C \rightarrow$ Sacar factor común x si se puede, sino resolver la ecuación de segundo grado $Ax^2 + Bx + C = 0$ y factorizar según el número de soluciones.

---

9. Factorizar los siguientes polinomios.

a. $3x^2 - 5x$

b. $x^2 - 3x + 2$

c. $x^2 - 6x + 9$

d. $x^2 + x + 1$

e. $x^2 - 1$

---

a. $p(x) = 3x^2 - 5x$. Basta sacar factor común: $p(x) = x.(3x - 5)$

b. $p(x) = x^2 - 3x + 2$

Resolvemos $x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \overset{\text{dos soluciones}}{\Rightarrow} p(x) = (x - 1).(x - 2)$

c. $p(x) = x^2 - 6x + 9$. Si nos damos cuenta de que es una identidad notable podemos escribir $p(x) = (x - 3)^2$. En cualquier caso, podemos hacer:

Resolvemos la ecuación $x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow \overbrace{x = 3}^{\substack{\text{solución} \\ \text{doble}}} \overset{\substack{\text{solución} \\ \text{única.} \\ \text{el polinomio} \\ \text{es un} \\ \text{binomio} \\ \text{al cuadrado}}}{\Rightarrow} p(x) = (x - 3)^2$

d. $p(x) = x^2 + x + 1$

Resolvemos la ecuación $x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow$ No hay solución

$\rightarrow$ El polinomio no se factoriza

e. $p(x) = x^2 - 1$. Si nos damos cuenta de que es una identidad notable podemos escribir $p(x) = (x - 1).(x + 1)$. En cualquier caso, podemos hacer:

Resolvemos la ecuación $x^2 - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{dos soluciones}} p(x) = (x+1).(x-1)$

c. Polinomios de grado superior a 2.

Primero sacamos factor común, si se puede. Luego tomamos los divisores del término independiente y aplicamos la regla de Ruffini. Al llegar a un polinomio de grado 2, no seguimos con Ruffini, resolvemos la ecuación de 2º grado. Ver ejemplos:

10. Factorizar el siguiente polinomio. $P(x) = x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 36x - 27$
VER VIDEO https://youtu.be/1uh0paIvrKE

$P(x) = x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 36x - 27 = (x + 1)\cdot(x - 3)\cdot(x + 3)^2$

11. Factorizar el siguiente polinomio. $P(x) = 2x^4 + 2x^3 + 9x^2 + 9x$
VER VIDEO https://youtu.be/ianl4YdqnQA

$P(x) = 2x^4 + 2x^3 + 9x^2 + 9x = x\cdot(x + 1)\cdot(2x^2 + 9)$

12. Factorizar el siguiente polinomio. $P(x) = 2x^5 - 7x^4 + 9x^3 - 5x^2 + x$
VER VIDEO https://youtu.be/zaexZcoe4-0

$P(x) = 2x^5 - 7x^4 + 9x^3 - 5x^2 + x = x\cdot(x - 1)^3\cdot(2x - 1)$

13. Factorizar el siguiente polinomio. $p(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$

$p(x) = x^3 - 4x^2 + 3x \rightarrow p(x) = x.(x^2 - 4x + 3) = x.(x - 1).(x - 3)$
Las raíces del polinomio son $x = 0$, $x = 1$ y $x = 3$

14. Factorizar el siguiente polinomio. $p(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

$p(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$, no puedo sacar factor común. Tomamos los divisores del término independiente: ± 1 y ± 2
Y aplicamos la regla de Ruffini:
Probamos el 1:

	1	2	-1	-2
1		1	3	2
	1	3	2	0

$p(x) = (x-1).\underbrace{(1x^2 + 3x + 2)}_{\substack{2^{\circ}\text{ grado.} \\ \text{Resolvemos} \\ \text{la ecuación.} \\ x=-1, x=-2}} = (x-1).(x+1).(x+2)$

Las raíces del polinomio son x = 1, x = – 1 y x = – 2

15. Factorizar el siguiente polinomio $p(x) = x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4$

$p(x) = x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4$, no puedo sacar factor común. Tomamos los divisores del término independiente: ± 1 , ± 2 y ± 4. Y aplicamos la regla de Ruffini:
Probamos el 1:

	1	6	13	12	4
1		1	7	20	32
	1	7	20	32	36→NO

Probamos el – 1

	1	6	13	12	4
- 1		- 1	- 5	- 8	- 4
	1	5	8	4	0

$p(x) = (x+1).(1x^3 + 5x^2 + 8x + 4)$

Volvemos a probar el – 1, no sale. Probamos el 2

	1	5	8	4
2		2	14	44
	1	7	22	40→NO

Probamos el – 2

	1	5	8	4
- 2		- 2	- 6	- 4
	1	3	2	0

$p(x) = (x+1).(x+2).\underbrace{(1x^2 + 3x + 2)}_{\substack{2^{\circ}\text{ grado.} \\ \text{Resolvemos} \\ \text{la ecuación.} \\ x=-1, x=-2}} = (x+1)^2.(x+2)^2$

Las raíces del polinomio son x = – 1 (doble) y x = – 2 (doble).

16. Factorizar el siguiente polinomio $p(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$

$\mathbf{p(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1}$, no puedo sacar factor común. Tomamos los divisores del término independiente: ± 1. Y aplicamos la regla de Ruffini:

Probamos el 1

	2	- 1	- 2	1
1		2	1	- 1
	2	1	- 1	0

$$p(x) = (x-1).\underbrace{(2x^2+1x-1)}_{\substack{2^{\text{o}}\text{ grado.} \\ \text{Resolvemos} \\ \text{la ecuación.} \\ x=-1, x=\frac{1}{2}}}$$

$$= \underbrace{2}_{*}(x-1).(x+1).\left(x-\frac{1}{2}\right) \underbrace{=}_{\text{operando}} (x-1).(x+1)(2x-1)$$

* El 2 (coeficiente del monomio de mayor grado, $2.x^3$) aparece en la factorización.
Las raíces del polinomio son x = 1, x = – 1 y x = 1/2

17. Factorizar el siguiente polinomio $p(x) = 2x^5 + x^4 - 2x^3 - x^2$

$p(x) = 2x^5 + x^4 - 2x^3 - x^2$ $= x^2.(2x^3 + x^2 - 2x - 1)$, hemos sacado factor común, ahora factorizamos el polinomio $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.
Probamos el 1:

	2	1	- 2	- 1
1		2	3	1
	2	3	1	0

$$p(x) = x^2.(x-1).\underbrace{(2x^2+3x+1)}_{\substack{2^{\text{o}}\text{ grado.} \\ \text{Resolvemos} \\ \text{la ecuación.} \\ x=-1, x=-\frac{1}{2}}} = \underbrace{2}_{*}x^2.(x-1).(x+1).\left(x+\frac{1}{2}\right) =$$

$$\underbrace{=}_{\text{operando}} x^2.(x-1).(x+1)(2x+1)$$

* El 2 (coeficiente del monomio de mayor grado, $2.x^3$) aparece en la factorización.
Las raíces del polinomio son x = 0, x = 1, x = – 1 y x = – 1/2

7. FRACCIONES ALGEBRAICAS

a. Simplificar fracciones algebraicas.

VER VIDEO https://youtu.be/B2Qd4B6wkbU

18. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\mathbf{\frac{x^2-5x+4}{x^2-3x-4}}$$

$$\frac{x^2-5x+4}{x^2-3x-4} = \frac{(x-1).\cancel{(x-4)}}{(x+1).\cancel{(x-4)}} = \frac{x-1}{x+1}$$

19. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\mathbf{\frac{x^2-5x+4}{x^3-4x^2-x+4}}$$

$$\frac{x^2-5x+4}{x^3-4x^2-x+4} = \frac{\cancel{(x-1).(x-4)}}{(x+1).\cancel{(x-1).(x-4)}} = \frac{1}{x+1}$$

20. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\frac{\mathbf{x^2-8x+7}}{\mathbf{x^3-7x^2-x+7}}$$

$$\frac{x^2-8x+7}{x^3-7x^2-x+7}=\frac{\cancel{(x-1)}.\cancel{(x-7)}}{(x+1).\cancel{(x-1)}.\cancel{(x-7)}}=\frac{1}{x+1}$$

21. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\frac{\mathbf{x^2+x+1}}{\mathbf{x^4+x^3-x-1}}$$

$$\frac{x^2+x+1}{x^4+x^3-x-1}=\frac{\cancel{x^2+x+1}}{(x-1).(x+1).(\cancel{x^2+x+1})}=\frac{1}{(x-1).(x+1)}$$

22. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\frac{\mathbf{x^3+4x^2-x-4}}{\mathbf{x^3+5x^2-x-5}}$$

$$\frac{x^3+4x^2-x-4}{x^3+5x^2-x-5}=\frac{(\cancel{x+1}).(\cancel{x-1}).(x+4)}{(\cancel{x-1}).(\cancel{x+1}).(x+5)}=\frac{x+4}{x+5}$$

23. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\frac{\mathbf{x^4-5x^2+4}}{\mathbf{x^4-10x^2+9}}$$

$$\frac{x^4-5x^2+4}{x^4-10x^2+9}=\frac{(\cancel{x+1}).(\cancel{x-1}).(x+2).(x-2)}{(\cancel{x+1}).(\cancel{x-1}).(x+3).(x-3)}=\frac{(x+2).(x-2)}{(x+3).(x-3)}$$

24. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\frac{\mathbf{3x^3-2x^2-3x+2}}{\mathbf{3x^3-x^2-3x+1}}$$

$$\frac{3x^3-2x^2-3x+2}{3x^3-x^2-3x+1}=\frac{(\cancel{x+1}).(\cancel{x-1}).(3x-2)}{(\cancel{x+1}).(\cancel{x-1}).(3x-1)}=\frac{(3x-2)}{(3x-1)}$$

25. Simplifica la siguiente fracción algebraica.

$$\frac{\mathbf{x^3+x^2-2x-2}}{\mathbf{x^3-x^2-2x+2}}$$

$$\frac{x^3+x^2-2x-2}{x^3-x^2-2x+2}=\frac{(x+1).(\cancel{x+\sqrt{2}}).(\cancel{x-\sqrt{2}})}{(x-1).(\cancel{x+\sqrt{2}}).(\cancel{x-\sqrt{2}})}=\frac{x+1}{x-1}$$

b. Operaciones con fracciones algebraicas.

VER VIDEO https://youtu.be/sqD-cyyS3U8

26. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}$$

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}=\frac{x^2-x-1}{\underbrace{x^3}_{\text{M.C.M.de } x, x^2 y x^3}}$$

27. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

$$\frac{x}{x-1}+\frac{1}{\underbrace{x^2-1}_{\text{factorizamos}}}$$

$$\frac{x}{x-1}+\frac{1}{\underbrace{x^2-1}_{\text{factorizamos}}}=\frac{x}{x-1}+\frac{1}{(x-1).(x+1)}=\frac{x.(x+1)+1}{\underbrace{(x-1).(x+1)}_{\text{M.C.M.de } x-1 \text{ y } x^2-1}}$$

$$=\frac{\overbrace{x^2+x+1}^{\text{no se puede factorizar}}}{(x-1).(x+1)}$$

28. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+2x}+\frac{1}{x^2-2x}$$

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{\underbrace{x^2+2x}_{\text{factorizar}}}+\frac{1}{\underbrace{x^2-2x}_{\text{factorizar}}}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x.(x+2)}+\frac{1}{x.(x-2)}=$$

$$\frac{(x+2).(x-2)-(x-2)+x+2}{\underbrace{x.(x+2).(x-2)}_{\text{M.C.M.de } x, x^2+2x \text{ y } x^2-2x}}=\frac{x^2}{x.(x+2).(x-2)}=\frac{x}{(x+2).(x-2)}$$

29. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

$$\frac{1}{1-\frac{1}{x}}$$

$$\frac{1}{1-\frac{1}{x}}=\frac{1}{\frac{x-1}{x}}=\frac{x}{x-1}$$

30. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

$$\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}$$

$$\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}=\frac{1}{1-\frac{1}{\frac{x-1}{x}}}=\frac{1}{1-\frac{x}{x-1}}=\frac{1}{\frac{x-1-x}{x-1}}=\frac{1}{\frac{-1}{x-1}}=1-x$$

31. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

$$\frac{\mathbf{x^2-4}}{\mathbf{x^2-2x}}:\frac{\mathbf{x^2+2x}}{\mathbf{x^2-4x+4}}$$

$$\frac{x^2-4}{x^2-2x}:\frac{x^2+2x}{x^2-4x+4}=\frac{(x+2).(x-2)}{x.(x-2)}:\frac{x.(x+2)}{(x-2)^2}=\frac{\cancel{(x+2)}.\cancel{(x-2)}.(x-2)^2}{x.\cancel{(x-2)}.x.\cancel{(x+2)}}=$$
$$=\frac{(x-2)^2}{x^2}$$

32. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas.

$$\left(\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{x-1}}-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{x^2-x}}\right):\left(\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{x^2-1}}+\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{x-1}}\right)$$

$$\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{x^2-x}\right):\left(\frac{x}{x^2-1}+\frac{x}{x-1}\right)=$$
$$=\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{x.(x-1)}\right):\left(\frac{x}{(x+1).(x-1)}+\frac{x}{x-1}\right)=\frac{x^2-1}{x.(x-1)}:\frac{x+x.(x+1)}{(x+1).(x-1)}=$$
$$=\frac{\overbrace{x^2-1}^{(x+1).(x-1)}}{x.(x-1)}:\frac{\overbrace{x^2+2x}^{x.(x+2)}}{(x+1).(x-1)}=\frac{(x+1).(x-1).(x+1).\cancel{(x-1)}}{x^2.(x+2).\cancel{(x-1)}}=\frac{(x+1)^2.(x-1)}{x^2.(x+2)}$$