

1

**SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.**



## INECUACIONES.

DE 1º GRADO, DE 2º GRADO, DE GRADO SUPERIOR A 2 Y RACIONALES.

### 1. De primer grado.

I. Resuelve las siguientes inecuaciones.

a.  $x + 3 < 0$

b.  $2x - 2 \geq x + 1$

c.  $2 \cdot (2x - 1) - x > 6x - 2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/RuuZ1wVHa4o>

a.  $x + 3 < 0 \rightarrow x < -3 \rightarrow (-\infty, -3)$

b.  $2x - 2 \geq x + 1 \rightarrow 2x - x \geq 1 + 2 \rightarrow x \geq 3 \rightarrow [3, +\infty[ = [3, +\infty)$

c.  $2 \cdot (2x - 1) - x > 6x - 2$

$4x - 2 - x > 6x - 2 \rightarrow 4x - x - 6x > -2 + 2 \rightarrow -3x > 0 \xrightarrow{*} 3x < 0 \rightarrow x < 0$   
 $(-\infty, 0)$

$\xrightarrow{*}$  Si una vez agrupados los términos en x, tenemos coeficiente negativo, es obligatorio cambiar el signo de ambos miembros, así como el de la desigualdad.

2. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a.  $\frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} \leq x - 2$

b.  $\frac{x-1}{4} - \frac{x}{5} + \frac{x-3}{2} < 1$

VER VÍDEO [https://youtu.be/D27AC\\_hKSe0](https://youtu.be/D27AC_hKSe0)

a.  $\frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} \leq x - 2 \rightarrow \frac{3x - 2(x+1)}{6} \leq \frac{6(x-2)}{6} \rightarrow 3x - 2x - 2 \leq 6x - 12$   
 $\rightarrow$

2

$$\rightarrow 3x - 2x - 6x \leq -12 + 2 \rightarrow -5x \leq -10 \xrightarrow{*} 5x \geq 10 \rightarrow x \geq 2 \rightarrow [2, +\infty)$$

\*  
 $\Rightarrow$  Si una vez agrupados los términos en x, tenemos coeficiente negativo, es obligatorio cambiar el signo de ambos miembros, así como el de la desigualdad.

$$\text{b. } \frac{x-1}{4} - \frac{x}{5} + \frac{x-3}{2} < 1 \rightarrow \frac{5 \cdot (x-1) - 4x + 10 \cdot (x-3)}{20} < \frac{20}{20} \rightarrow$$

$$\rightarrow 5x - 5 - 4x + 10x - 30 < 20 \rightarrow 5x - 4x + 10x < 20 + 5 + 30 \rightarrow 11x < 55 \rightarrow$$

$$x < 5 \rightarrow (-\infty, 5)$$

## 2. De segundo grado.

Siempre procederemos de la misma forma: se resuelve la ecuación de 2º grado y se hace el estudio del signo.

### 3. Resolver las inecuaciones siguientes:

a.  $x^2 - 5x + 4 \geq 0$

b.  $x^2 - 6x + 9 \geq 0$

c.  $x^2 - x + 3 \geq 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/HnlqB4zaDLI>

$$\text{a. } x^2 - 5x + 4 \geq 0 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Estudio del signo.

|           |  |   |  |   |  |   |  |   |  |   |  |           |
|-----------|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|-----------|
| $-\infty$ |  | + |  | 1 |  | - |  | 4 |  | + |  | $+\infty$ |
|-----------|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|-----------|

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad } \begin{cases} \geq 0 \rightarrow (-\infty, 1] \cup [4, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, 1) \cup (4, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (1, 4) \\ \leq 0 \rightarrow [1, 4] \end{cases}$$

$$\text{b. } x^2 - 6x + 9 \geq 0 \rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow x = 3$$

Estudio del signo.

|           |  |   |  |   |  |   |  |           |
|-----------|--|---|--|---|--|---|--|-----------|
| $-\infty$ |  | + |  | 3 |  | + |  | $+\infty$ |
|-----------|--|---|--|---|--|---|--|-----------|

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad } \begin{cases} \geq 0 \rightarrow \mathbb{R} \\ > 0 \rightarrow \mathbb{R} - \{0\} \\ < 0 \rightarrow \nexists \text{ solución.} \\ \leq 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$\text{c. } x^2 - x + 3 \geq 0 \rightarrow x^2 - x + 3 = 0 \rightarrow \nexists \text{ solución real.}$$

Estudio del signo.

|           |  |   |  |           |
|-----------|--|---|--|-----------|
| $-\infty$ |  | + |  | $+\infty$ |
|-----------|--|---|--|-----------|

3

Soluciones según el signo de la desigualdad.  $\begin{cases} \geq 0 \rightarrow R \\ > 0 \rightarrow R \\ < 0 \rightarrow \text{\textcancel{#}solución.} \\ \leq 0 \rightarrow \text{\textcancel{#}solución} \end{cases}$

**4. Resolver la siguiente inecuación:**  $x(x - 1) - (x + 2)(x - 1) - x^2 + x < 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/weA3cCdnvE4>

$$\begin{aligned} x(x - 1) - (x + 2)(x - 1) - x^2 + x < 0 &\rightarrow \\ \rightarrow x^2 - x - (x^2 - x + 2x - 2) - x^2 + x < 0 &\rightarrow -x^2 - x + 2 < 0 \end{aligned}$$

$$-x^2 - x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Estudio del signo.

|           |  |   |  |      |  |   |  |     |  |   |  |           |
|-----------|--|---|--|------|--|---|--|-----|--|---|--|-----------|
| $-\infty$ |  | - |  | $-2$ |  | + |  | $1$ |  | - |  | $+\infty$ |
|-----------|--|---|--|------|--|---|--|-----|--|---|--|-----------|

Soluciones según el signo de la desigualdad.  $\begin{cases} \geq 0 \rightarrow [-2, 1] \\ > 0 \rightarrow (-2, 1) \\ < 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (1, +\infty) \\ \leq 0 \rightarrow (-\infty, -2] \cup [1, +\infty) \end{cases}$

**5. Resolver las siguientes inecuaciones:**

a.  $(x + 2) \cdot (x - 1) < 0$

b.  $(x + 2) \cdot (x - 1) < 4$

VER VÍDEO <https://youtu.be/4dSglnhy3fk>

$$(x + 2) \cdot (x - 1) < 0 \rightarrow (x + 2) \cdot (x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Estudio del signo.

|           |  |   |  |      |  |   |  |     |  |   |  |           |
|-----------|--|---|--|------|--|---|--|-----|--|---|--|-----------|
| $-\infty$ |  | + |  | $-2$ |  | - |  | $1$ |  | + |  | $+\infty$ |
|-----------|--|---|--|------|--|---|--|-----|--|---|--|-----------|

Soluciones según el signo de la desigualdad.  $\begin{cases} \leq 0 \rightarrow [-2, 1] \\ < 0 \rightarrow (-2, 1) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (1, +\infty) \\ \geq 0 \rightarrow (-\infty, -2] \cup [1, +\infty) \end{cases}$

$$\begin{aligned} (x + 2) \cdot (x - 1) < 4 &\rightarrow (x + 2) \cdot (x - 1) - 4 < 0 \rightarrow (x + 2) \cdot (x - 1) - 4 = 0 \rightarrow \\ x^2 - x + 2x - 2 - 4 = 0 &\rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Estudio del signo.

|           |  |   |  |      |  |   |  |     |  |   |  |           |
|-----------|--|---|--|------|--|---|--|-----|--|---|--|-----------|
| $-\infty$ |  | + |  | $-3$ |  | - |  | $2$ |  | + |  | $+\infty$ |
|-----------|--|---|--|------|--|---|--|-----|--|---|--|-----------|

Soluciones según el signo de la desigualdad.  $\begin{cases} \leq 0 \rightarrow [-3, 2] \\ < 0 \rightarrow (-3, 2) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, -3) \cup (2, +\infty) \\ \geq 0 \rightarrow (-\infty, -3] \cup [2, +\infty) \end{cases}$

### 3. De grado superior a 2.

Siempre procederemos de la misma forma: se resuelve la ecuación de grado superior a 2 y se hace el estudio del signo.

**6. Resolver la siguiente inecuación.  $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 > 0$**

VER VÍDEO <https://youtu.be/C67U3fR9eG4>

$x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$ ; factorizamos:  $(x + 1) \cdot (x^2 + x + 1) = 0 \rightarrow x = -1$

Estudio del signo.

|           |  |   |  |    |  |   |  |           |
|-----------|--|---|--|----|--|---|--|-----------|
| $-\infty$ |  | - |  | -1 |  | + |  | $+\infty$ |
|-----------|--|---|--|----|--|---|--|-----------|

Soluciones según el signo de la desigualdad.  $\begin{cases} \geq 0 \rightarrow [-1, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-1, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (-\infty, -1) \\ \leq 0 \rightarrow (-\infty, -1] \end{cases}$

**7. Resolver la siguiente inecuación:  $x^4 - 10x^2 + 9 < 0$**

VER VÍDEO <https://youtu.be/49ExxsFmRkQ>

$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ ; bicuadrada:  $t^2 - 10t + 9 = 0 \begin{cases} t = 1 \rightarrow x^2 = 1 \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \\ t = 9 \rightarrow x^2 = 9 \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases}$

Estudio del signo.

|           |  |   |  |    |  |   |  |    |  |   |  |   |  |   |  |   |  |   |  |           |
|-----------|--|---|--|----|--|---|--|----|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|-----------|
| $-\infty$ |  | + |  | -3 |  | - |  | -1 |  | + |  | 1 |  | - |  | 3 |  | + |  | $+\infty$ |
|-----------|--|---|--|----|--|---|--|----|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|-----------|

Soluciones según el signo de la desigualdad.  $\begin{cases} \geq 0 \rightarrow (-\infty, -3] \cup [-1, 1] \cup [3, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, -3) \cup (-1, 1) \cup (3, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (-3, -1) \cup (1, 3) \\ \leq 0 \rightarrow [-3, -1] \cup [1, 3] \end{cases}$

**4. Racionales.**

**8. Resolver las siguientes inecuaciones.**

a.  $\frac{x + 1}{x - 1} < 0$

b.  $\frac{x^2 - 4}{x - 1} < 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/wFUHmt8zB2U>

$\frac{x + 1}{x - 1} < 0 \rightarrow \begin{cases} \text{Numerador: } x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \\ \text{Denominador: } x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$

Estudio del signo.

|           |  |                   |  |    |  |                   |  |   |  |                   |  |           |
|-----------|--|-------------------|--|----|--|-------------------|--|---|--|-------------------|--|-----------|
| $-\infty$ |  | $\frac{-}{-} = +$ |  | -1 |  | $\frac{+}{-} = -$ |  | 1 |  | $\frac{+}{+} = +$ |  | $+\infty$ |
|-----------|--|-------------------|--|----|--|-------------------|--|---|--|-------------------|--|-----------|

Soluciones según el signo de la desigualdad.  $\begin{cases} \geq 0 \rightarrow (-\infty, -1] \cup (1, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (-1, 1) \\ \leq 0 \rightarrow [-1, 1) \end{cases}$

5

$$\frac{x^2 - 4}{x - 1} < 0 \rightarrow \begin{cases} \text{Numerador: } x^2 - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases} \\ \text{Denominador: } x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

Estudio del signo.

|           |                   |      |                   |     |                   |     |                   |           |
|-----------|-------------------|------|-------------------|-----|-------------------|-----|-------------------|-----------|
| $-\infty$ | $\frac{+}{-} = -$ | $-2$ | $\frac{-}{-} = +$ | $1$ | $\frac{-}{+} = -$ | $2$ | $\frac{+}{+} = +$ | $+\infty$ |
|-----------|-------------------|------|-------------------|-----|-------------------|-----|-------------------|-----------|

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad.} \begin{cases} \geq 0 \rightarrow [-2, 1) \cup [2, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-2, 1) \cup (2, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (1, 2) \\ \leq 0 \rightarrow (-\infty, -2] \cup [1, 2] \end{cases}$$

**9. Resolver la siguiente inecuación:**

$$\frac{2}{x+2} < 1$$

VER VÍDEO [https://youtu.be/a\\_kbVKsH1rM](https://youtu.be/a_kbVKsH1rM)

$$\frac{2}{x+2} < 1 \rightarrow \frac{2}{x+2} - 1 < 0 \rightarrow \frac{-x}{x+2} < 0 \begin{cases} \text{Numerador: } -x = 0; x = 0 \\ \text{Denominador: } x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

Estudio del signo.

|           |                   |      |                   |     |                   |           |
|-----------|-------------------|------|-------------------|-----|-------------------|-----------|
| $-\infty$ | $\frac{+}{-} = -$ | $-2$ | $\frac{+}{+} = +$ | $0$ | $\frac{-}{+} = -$ | $+\infty$ |
|-----------|-------------------|------|-------------------|-----|-------------------|-----------|

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad.} \begin{cases} \geq 0 \rightarrow (-2, 0] \\ > 0 \rightarrow (-2, 0) \\ < 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (0, +\infty) \\ \leq 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup [0, +\infty) \end{cases}$$