SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

PROGRAMACIÓN LINEAL.

Problemas resueltos.

1. Un pastelero dispone de 150 kg. de harina 22 kg. de azúcar y 26 kg. de manteca para elaborar dos tipos de pasteles A y B. Para hacer una bandeja de pasteles del tipo A necesita 3 kg. de harina 1 kg. de azúcar y 1 kg. de manteca; mientras que para hacer una bandeja de pasteles del tipo B necesita 6 kg. de harina 0,5 kg. de azúcar y 1 kg. de manteca. Se sabe que el beneficio que se obtiene en la venta de una bandeja de pasteles del tipo a es de 20 € y de 30 € al vender una bandeja del tipo B.

a. Plantear la maximización del beneficio del pastelero como un problema de programación lineal.

b. Dibujar la región factible para la solución indicando las rectas y vértices que la delimitan.

c. Determinar cuántas bandejas de cada tipo ha de hacer y vender el pastelero para maximizar sus beneficios determinando el beneficio máximo.

VER VÍDEO https://youtu.be/VOzX1TBQ4Dc

2. Un taller de joyería dispone de 150 g. de plata y de 180 horas de trabajo para producir dos modelos de anillos. Para hacer un anillo del modelo A necesita 6 g de plata y 3 h. de trabajo, mientras que para hacer un anillo del modelo B necesita dos g. de plata y 6 h. de trabajo. Los anillos de los modelos A y B proporcionan respectivamente 35 y 55 € de beneficio por unidad.

a. Plantea la maximización del beneficio de la joyería con un problema de programación lineal.

b. Dibuja la región factible para la solución indicando las rectas y vértices que la delimitan

c. Sabiendo que se venderá toda la producción, determina cuántos anillos de cada modelo hace falta producir para obtener el máximo beneficio, e indica cuál es ese beneficio máximo.

VER VÍDEO https://youtu.be/TSscNhQzlhY

3. Una empresa se dedica a elaborar lotes de productos que se venden en los supermercados. En este momento están empaquetando dos lotes diferentes. El lote de tipo A tiene 1 queso y 2 botellas de vino, y el transporte cuesta 0,90 €. El lote de tipo B tiene 3 quesos y 1 botella de vino, y cuesta 1,50 € transportarlo. La empresa dispone de 200 quesos y 100 botellas de vino, y han de elaborar, al menos, 10 lotes del tipo A y 25 del tipo B. ¿Cuántos lotes de cada tipo se deben elaborar para que el gasto en transporte sea mínimo?

VER VIDEO https://youtu.be/k57KLEP-prk

	QUESO	VINO	COSTE
TIPO A	1	2	0,9
TIPO B	3	1	1,5
	MÁXIMO 200	MÁXIMO 100	

Función a optimizar: $f(x, y) = 0{,}9x + 1{,}5y$

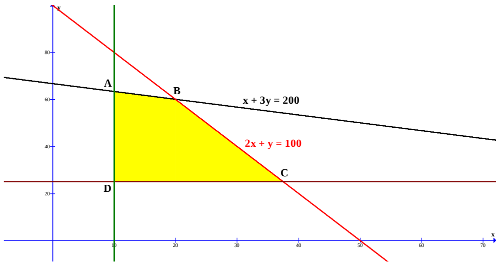
Restricciones:

$x \geq 10$

$y \geq 25$

$x + 3y \leq 200$

$2x + y \leq 100$



$$A\begin{cases} x + 3y = 200 \\ x = 10 \end{cases} \rightarrow A = \left(10, \frac{190}{3}\right) \rightarrow f(A) = 104\ €$$

$$B\begin{cases} x + 3y = 200 \\ 2x + y = 100 \end{cases} \rightarrow B = (20{,}60) \rightarrow f(B) = 108\ €$$

$$C\begin{cases} 2x + y = 100 \\ y = 25 \end{cases} \rightarrow C = \left(\frac{75}{2}, 25\right) \rightarrow f(C) = 71{,}25\ €$$

$D = (10, 25) \rightarrow f(D) = 46{,}5\ €$

Elaborando 10 lotes tipo A y 25 lotes tipo B se obtiene un coste mínimo en transporte de 46,5 €.

---

4. KSE es una empresa que fabrica dos modelos de guantes: un modelo normal y un modelo de lujo. La empresa tiene disponibles 900 horas en el departamento de producción, 300 horas en el departamento de acabado y 100 horas en el departamento de empaquetado. Las horas necesarias de cada departamento para cada par de guantes y los beneficios, en €, se dan en la tabla siguiente:

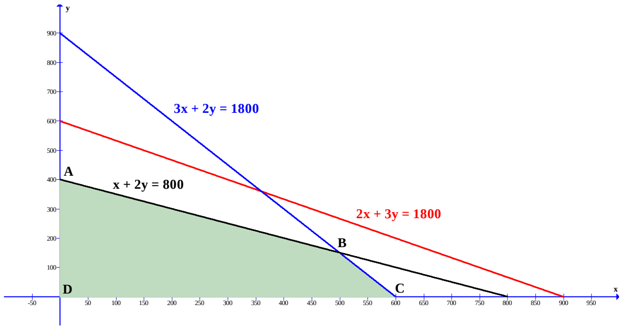
	PRODUCCIÓN	ACABADO	EMPAQUETADO	BENEFICIO
NORMAL	1	1/2	1/8	4
LUJO	3/2	1/3	1/4	8

¿Cuántos guantes de cada tipo se deben fabricar para maximizar beneficios?

VER VIDEO VER VIDEO https://youtu.be/ceakJVT389U

Función a optimizar. $f(x, y) = 4x + 8y$

$$\text{Restricciones:}\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + \dfrac{3}{2}y \leq 900;\ 2x + 3y \leq 1800 \\ \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{3}y \leq 300;\ 3x + 2y \leq 1800 \\ \dfrac{1}{8}x + \dfrac{1}{4}y \leq 100;\ x + 2y \leq 800 \end{cases}$$



$A = (0, 400);\ f(A) = 3200$ €

$$B\begin{cases} 3x + 2y = 1800 \\ x + 2y = 800 \end{cases} \rightarrow B = (500,150);\ f(B) = 3200 \text{ €}$$

$C = (600, 0);\ f(C) = 2400$ €

$D = (0, 0);\ f(D) = 0$

Se consigue beneficio máximo de 3200 € en todos los puntos del segmento AB con coordenadas enteras.

5. Dos grupos diferentes G_1 y G_2 de la misma empresa pueden llevar a término un proyecto de jardinería, se trata de ajardinar tres zonas A, B y C. En la tabla siguiente se recoge el número de unidades que puede ajardinar cada grupo durante una semana.

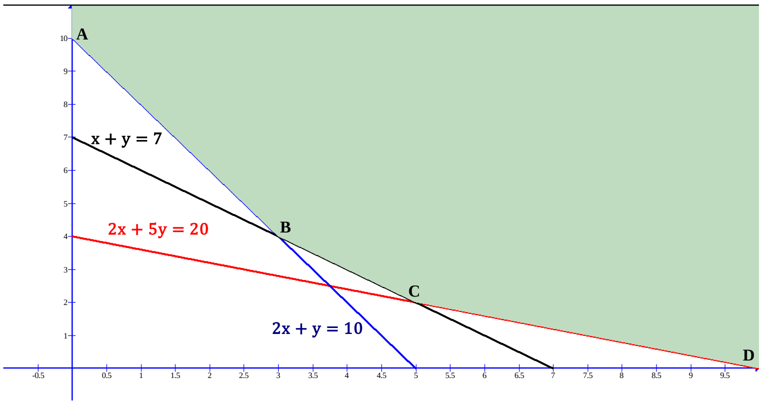
	ZONA A	ZONA B	ZONA C
GRUPO 1	4	10	7
GRUPO 2	10	5	7

Debemos ajardinar un mínimo de 40 unidades en la zona A, 50 en la zona B y 49 en la zona C. Y el coste semanal se estima en 3300 € para el grupo uno y en 4000 € para el grupo 2. ¿Cuántas semanas deberá trabajar cada grupo para acabar el proyecto con un coste mínimo?

VER VIDEO https://youtu.be/lcXCfevpMNg

Función a optimizar: $f(x, y) = 3300x + 4000\,y$

$$\text{Restricciones:}\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + 10y \geq 40;\ 2x + 5y \geq 20 \\ 10x + 5y \geq 50;\ 2x + y \geq 10 \\ 7x + 7y \geq 49;\ x + y \geq 7 \end{cases}$$



$A = (0, 10);\ f(A) = 40000$ €

$B\begin{cases} 2x + y = 10 \\ x + y = 7 \end{cases} \rightarrow B = (3{,}4) \rightarrow f(B) = 25900$ €

$C\begin{cases} 2x + 5y = 20 \\ x + y = 7 \end{cases} \rightarrow C = (5{,}2) \rightarrow f(C) = 24500$ €

$D = (10, 0);\ f(D) = 33000$ €

Deberán trabajar 5 semanas el grupo 1 y 2 semanas el grupo 2 para un coste mínimo de 24500 €

---

6. Consideramos la función f(x,y) = x−y.

a. Representar el conjunto de puntos del plano definidos por:

A = {(x,y) : 3x + y ≥ 15, y−x ≤−5, 2x + 3y ≤ 60, y ≥ 0} y calcular el valor máximo de f(x,y) en A. ¿Se podría eliminar alguna de las desigualdades que definen el conjunto A de forma que fuera el mismo conjunto?

b. Decir si la función f(x,y) alcanza el valor máximo en el conjunto:

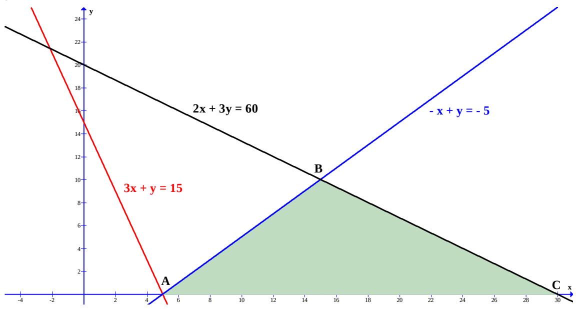
B = {(x,y) : 3x + y ≤ 15, x−y ≥ 5, x ≥ 0}

VER VIDEO https://youtu.be/nou0RoUIw98

VER VIDEO https://youtu.be/u5tWtJJiF4w

Función a optimizar: $f(x, y) = x - y$

$$\text{Restricciones:} \begin{cases} 3x + y \geq 15 \\ x - y \geq 5 \\ 2x + 3y \leq 60 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



$A = (5, 0);\ f(A) = 5$

$B\begin{cases} 2x + 3y = 60 \\ -x + y = -5 \end{cases} \rightarrow B = (15{,}10) \rightarrow f(B) = 5$

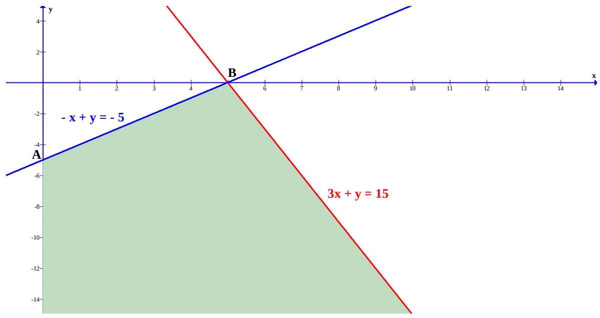
$C = (30, 0);\ f(C) = 30$

El valor máximo 30 se alcanza en $(30, 0)$.

Eliminando la desigualdad $3x + y \geq 15$ tendríamos el mismo recinto solución.

Función a optimizar: $f(x, y) = x - y$

Restricciones: $\begin{cases} 3x + y \leq 15 \\ x - y \geq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$



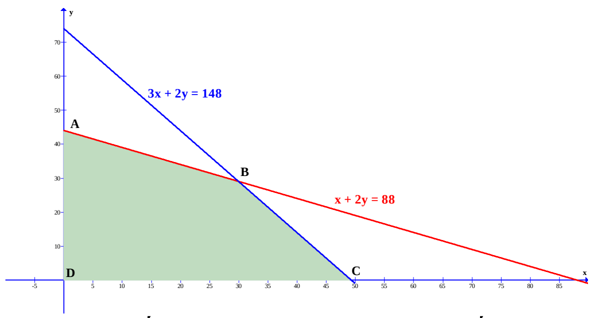
$A = (0, -5); f(A) = 5$
$B = (5, 0); f(B) = 5$
Cualquier punto de la región: $C = (5, -2); f(C) = 7 > 5$
No alcanza ningún valor máximo en la zona solución.

7. Una fábrica de papel quiere consumir hasta 88 kilos de papel reciclado y 148 kilos de papel normal. Para ello fabrica dos tipos de lotes A y B. Los lotes del tipo A están formados por un kilo de papel reciclado y tres kilos de papel normal y lo del tipo B por dos kilos de papel de cada clase. El precio de venta de cada lote de tipo A es de 1,1 € y el de tipo 1,5 €. ¿Cuántos lotes de cada tipo se deben vender para maximizar los ingresos y a cuánto ascienden esos ingresos?
VER VIDEO https://youtu.be/r1bIcc40VGg

	RECICLADO	NORMAL	PRECIO VENTA
LOTES A	1	3	1,1 €
LOTES B	2	2	1,5 €
	MÁXIMO 88	MÁXIMO 148	

Función a optimizar, los ingresos: $f(x, y) = 1{,}1x + 1{,}5y$

Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 88 \\ 3x + 2y \leq 148 \end{cases}$



$A = (0, 44); f(A) = 66$ €

$B\begin{cases} 3x + 2y = 148 \\ x + 2y = 88 \end{cases} \rightarrow B = (30,29) \rightarrow f(B) = 76{,}5$ €

$C = (148/3, 0); f(C) = 67{,}47$ €

$D = (0, 0); f(D) = 0$

La venta de 30 lotes tipo A y 29 lotes tipo B da unos ingresos máximos de 76,5 €.

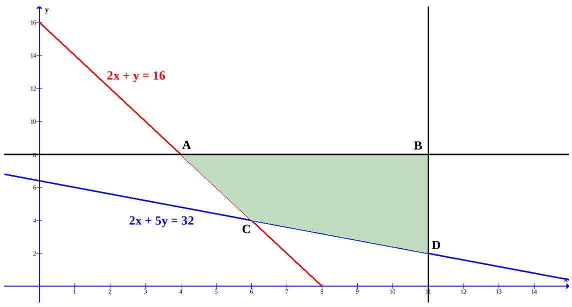
8. Se quiere organizar un puente aéreo entre las islas de Mallorca y Menorca con plazas suficientes de pasaje y carga para transportar cómo mínimo 1600 personas y 96 toneladas de equipaje y mercancías. Para ello disponemos de dos tipos de aviones, 11 de tipo A y 8 de tipo B. La contratación de un avión del tipo A cuesta 4000 € y puede transportar 200 personas y 6 toneladas de mercancía. El avión de tipo B cuesta 1000 € y puede transportar 100 personas y 15 toneladas. ¿Cuántos aviones de cada tipo han de utilizarse para que el coste sea mínimo?

VER VIDEO https://youtu.be/mu0CTsEbJvg

	PERSONAS	EQUIPAJE	COSTE
TIPO A, MÁXIMO 11	200	6	4000 €
TIPO B, MÁXIMO 8	100	15	1000 €
	COMO MÍNIMO 1600	COMO MÍNIMO 96	

Función a optimizar, coste mínimo: $f(x, y) = 4000x + 1000y$

$$\text{Restricciones:}\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 11 \\ y \leq 8 \\ 200x + 100y \geq 1600; 2x + y \geq 16 \\ 6x + 15y \geq 96; 2x + 5y \geq 32 \end{cases}$$



$A\begin{cases} 2x + y = 16 \\ y = 8 \end{cases} \rightarrow A = (4,8) \rightarrow f(A) = 24000$ €

$B = (11, 8); f(B) = 52000$ €

$C\begin{cases} 2x + y = 16 \\ 2x + 5y = 32 \end{cases} \rightarrow C = (6,4) \rightarrow f(C) = 28000$ €

$D\begin{cases} 2x + 5y = 32 \\ x = 11 \end{cases} \rightarrow D = (11,2) \rightarrow f(D) = 46000$ €

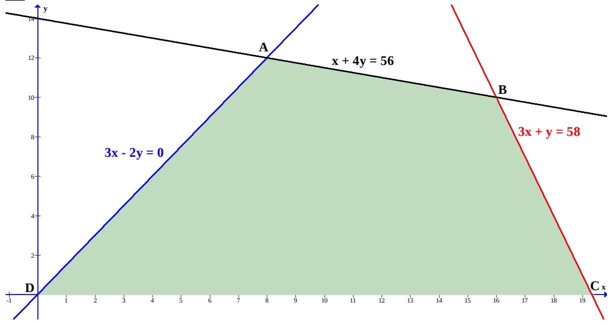
Con 4 aviones tipo A y 8 tipo B obtenemos un coste mínimo de 24000 €.

9. Para fabricar dos tipos de cables A y B que se venderá a 150 y 100 euros el hectómetro, respectivamente, se utilizan 18 kilos de plástico y tres kilos de cobre por cada hectómetro del tipo A y 6 kilos de plástico y 12 kilos de cobre por cada hectómetro del tipo B. Dos veces el cable fabricado del tipo B no puede ser mayor que tres veces el cable fabricado del tipo A. Además, solamente tenemos 348 kilos de plástico y 168 kilos de cobre. Determinar la longitud en kilómetros de cada tipo de cable, para que la cantidad de dinero obtenida en la venta sea máxima. ¿Cuál es esta cantidad máxima?
VER VIDEO https://youtu.be/qwnfQLSJCxU

	PLÁSTICO	COBRE	VENTA
TIPO A	18	3	150 €
TIPO B	6	12	100 €
	COMO MÁXIMO 348	COMO MÁXIMO 168	

Función a optimizar, ventas máximas: $f(x,y) = 150x + 100y$

$$\text{Restricciones:} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 18x + 6y \leq 348; 3x + y \leq 58 \\ 3x + 12y \leq 168; x + 4y \leq 56 \\ 2y \leq 3x \end{cases}$$



$$A \begin{cases} x + 4y = 56 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases} \rightarrow A = (8,12) \rightarrow f(A) = 2400\ €$$

$$B \begin{cases} x + 4y = 56 \\ 18x + 6y = 348 \end{cases} \rightarrow B = (16,10) \rightarrow f(B) = 3400\ €$$

$C = (58/3, 0); f(C) = 2900\ €$

$D = (0,0); f(D) = 0$

Fabricando 16 Hm. Del tipo A y 10 del tipo B se obtienen unos ingresos máximos de 3400 €

10. Representar gráficamente el conjunto de puntos que satisfacen las inecuaciones lineales siguientes:

$$\begin{cases} \boldsymbol{4x + 3y \geq 12} \\ \boldsymbol{y \leq 30} \\ \boldsymbol{x \leq \dfrac{10 + y}{2}} \\ \boldsymbol{x \geq 0} \\ \boldsymbol{y \geq 0} \end{cases}$$

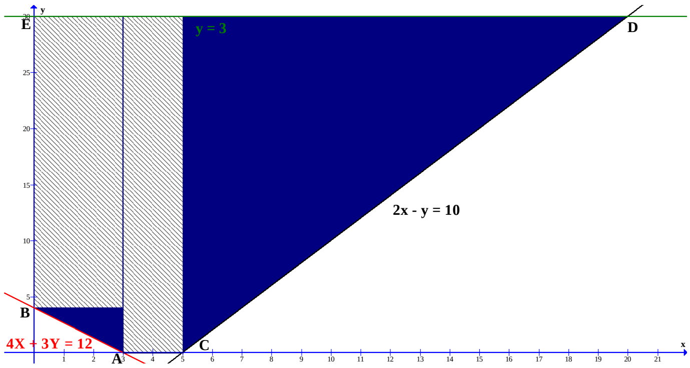
a. Indica si es o no una región acotada del plano. Señala sobre la gráfica los vértices y sus coordenadas, así como la ecuación que corresponde a cada una de las rectas que la delimita

b. Calcula el máximo de la función f(x,y) = x + 3y en el recinto anterior e indica donde se consigue.

c. Pertenece el punto (11, 10) a la región factible.

VER VIDEO https://youtu.be/-tdhDFfrUeI

$$\begin{cases} 4x + 3y \geq 12 \\ y \leq 30 \\ x \leq \dfrac{10 + y}{2} \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



$A(3, 0) \rightarrow f(A) = 3$
$B(0, 4) \rightarrow f(B) = 12$
$C(5, 0) \rightarrow f(C) = 5$
$D(20, 30) \rightarrow f(D) = 110$
$E(0, 30) \rightarrow f(E) = 90$
El máximo se consigue en el punto $(20, 30)$ y vale 110.

$$(11,10)\begin{cases} 4 \cdot 11 + 3 \cdot 10 \geq 12 \text{ sí.} \\ 10 < 30 \text{ sí} \\ 2 \cdot 11 - 10 \leq 10 \text{ no} \end{cases}$$

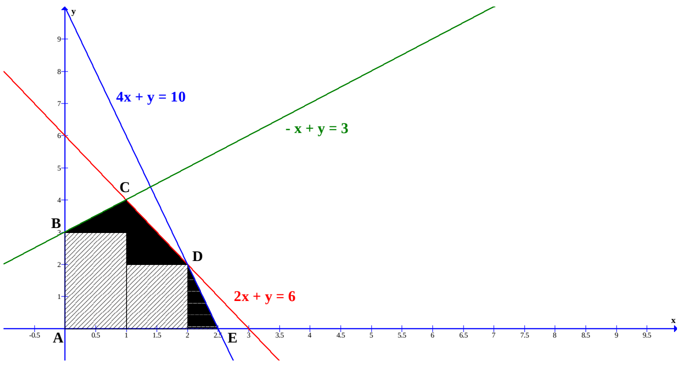
11. a. Representar, determinando sus vértices, el conjunto de puntos que satisfacen simultáneamente las siguientes desigualdades: $2x + y \leq 6$, $4x + y \leq 10$, $-x + y \leq 3$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

b. Determinar los puntos de la región en los cuales la función $f(x, y) = 4x + 2y - 3$ es máxima y aquellos en qué es mínima.

VER VIDEO https://youtu.be/AXXxm33ZA8M

Función a optimizar: $f(x, y) = 4x + 2y - 3$

$$\text{Restricciones.}\begin{cases} 2x + y \leq 6 \\ 4x + y \leq 10 \\ -x + y \leq 3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



A (0, 0) → f(A) = – 3

B (0, 3) → f(3) = 3

$C\begin{cases}-x+y=3\\2x+y=6\end{cases}\rightarrow C(1{,}4)\rightarrow f(C)=9$

$D\begin{cases}4x+y=10\\2x+y=6\end{cases}\rightarrow (2{,}2)\rightarrow f(D)=9$

E (2'5, 0) → f(E) = 7

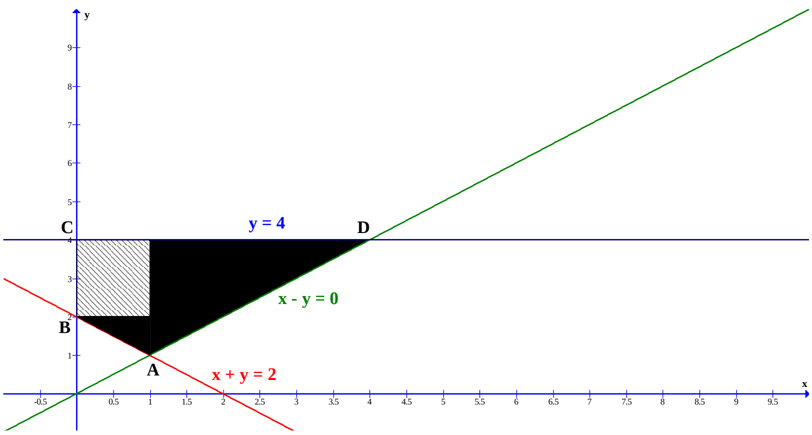
El valor máximo de la función, sometida a las restricciones, son todos los puntos del segmento CD.

12. Representar gráficamente el conjunto de puntos que satisfacen las inecuaciones lineales siguientes: : x + y ≥ 2, (1) x–y ≤ 0, (2) y ≤ 4, (3) x ≥ 0. (4). Indica si es o no una región acotada del plano. Señala sobre la gráfica los vértices y sus coordenadas así como la ecuación que corresponde a cada una de las rectas que la delimitan. Calcula el máximo y el mínimo de la función f(x,y) = x + y en el recinto anterior. ¿Pertenece el punto$\left(\frac{1}{3},\frac{4}{3}\right)$ al recinto anterior?

VER VIDEO https://youtu.be/-qwITK-0j2M

Función para optimizar. f(x,y) = x + y

$$\text{Restricciones.}\begin{cases}x+y\geq 2\\x-y\leq 0\\y\leq 4\\x\geq 0\end{cases}$$



$$A\begin{cases}x+y=2\\x-y=0\end{cases}\rightarrow A(1,1)\rightarrow f(A)=2$$

$B(0,2)\rightarrow f(B)=2$
$C(0,4)\rightarrow f(C)=4$
$D(4,4)\rightarrow f(D)=8$
El máximo igual a 8 se consigue en el punto $(4,4)$.
El mínimo igual a 2 se consigue en el segmento AB.

$$\left(\frac{1}{3},\frac{4}{3}\right)\rightarrow\frac{1}{3}+\frac{4}{3}\geq 2 \text{ no cumple la primera restricción.}$$

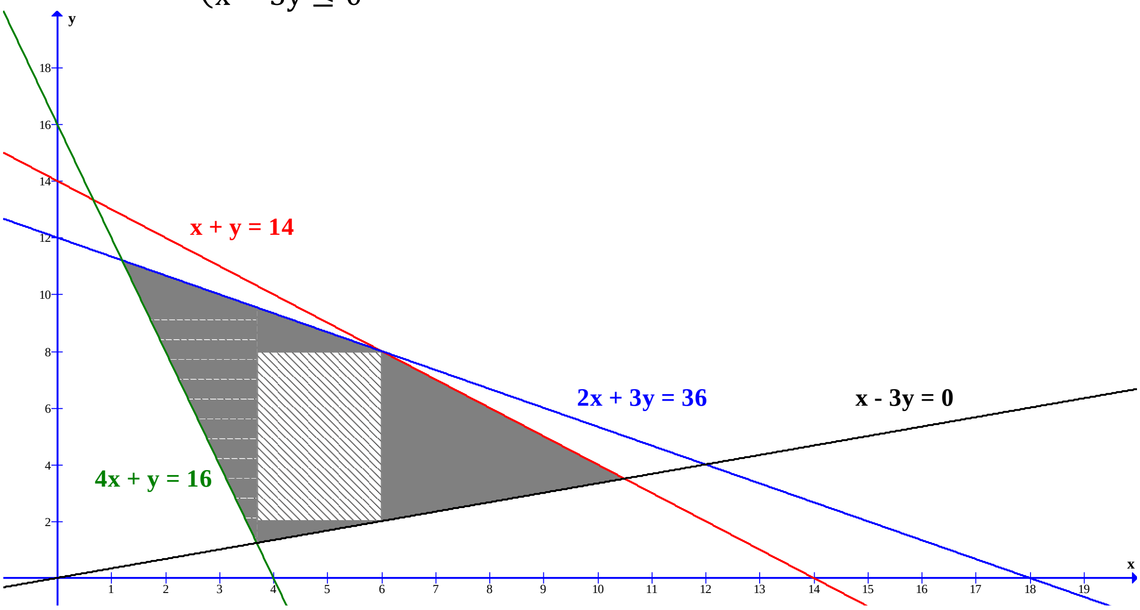
---

13. a. Representar gráficamente el conjunto de puntos que satisfacen las inecuaciones lineales siguientes: $x + y \leq 14$, (1) $2x + 3y \leq 36$, (2) $4x + y \geq 16$, (3) $x-3y \leq 0$. (4) indicar si es o no una región acotada del plano. Señala sobre la gráfica los vértices y sus coordenadas, así como la ecuación que corresponde a cada una de las rectas que la delimitan.

b. ¿Qué restricciones satisfacen los puntos P = (0,5), Q = (5,15) i R = (0,15)?

VER VIDEO https://youtu.be/ytxYus8vP_8

$$\text{Restricciones.}\begin{cases}x+y\leq 14\\2x+3y\leq 36\\4x+y\geq 16\\x-3y\leq 0\end{cases}$$



$$P=(0,5)\begin{cases}x+y\leq 14\rightarrow 0+5\leq 14,\text{sí}\\2x+3y\leq 36\rightarrow 0+15\leq 36,\text{sí}\\4x+y\geq 16\rightarrow 5\geq 16,\text{no}\\x-3y\leq 0\rightarrow -15\leq 0,\text{sí}\end{cases}$$

$$Q=(5,15)\begin{cases}x+y\leq 14\rightarrow 5+15\leq 14,\text{no}\\2x+3y\leq 36\rightarrow 5+45\leq 36,\text{no}\\4x+y\geq 16\rightarrow 20+15\geq 16,\text{sí}\\x-3y\leq 0\rightarrow 5-45\leq 0,\text{sí}\end{cases}$$

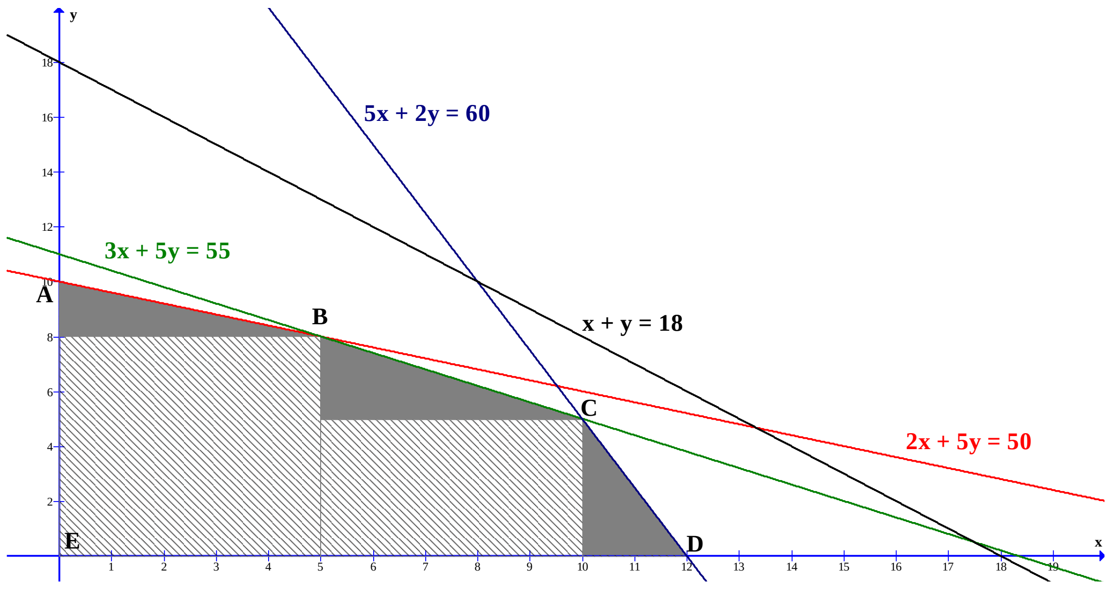
$$R = (0,15)\begin{cases} x + y \leq 14 \rightarrow 15 \leq 14, \text{no} \\ 2x + 3y \leq 36 \rightarrow 45 \leq 36, \text{no} \\ 4x + y \geq 16 \rightarrow 15 \geq 16, \text{no} \\ x - 3y \leq 0 \rightarrow -45 \leq 0, \text{sí} \end{cases}$$

14. Representar gráficamente el conjunto de puntos que satisfacen las inecuaciones lineales siguientes: $2x + 5y \leq 50$, (1) $3x + 5y \leq 55$, (2) $5x + 2y \leq 60$, (3) $x + y \leq 18$, (4) $x \geq 0$, $y \geq 0$. (5)
Indicar si se trata o no de una región acotada del plano, señalar sobre la gráfica los vértices y sus coordenadas, así como la ecuación que corresponde a cada una de las rectas que la delimitan.
b. Indicar la posición de los puntos P = (5,5) y Q = (12,12) en relación con la región determinada en el apartado a.
c. Para la región representada en el apartado a determinar en qué puntos toma el valor máximo la función h(x,y) = 400x + 500y + 1000

VER VIDEO https://youtu.be/muxbqzs91RQ

Función a optimizar: $h(x,y) = 400x + 500y + 1000$

$$\text{Restricciones: } \begin{cases} 2x + 5y \leq 50 \\ 3x + 5y \leq 55 \\ 5x + 2y \leq 60 \\ x + y \leq 18 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$



A $(0, 10) \rightarrow h(A) = 6000$

$$B\begin{cases} 3x + 5y = 55 \\ 2x + 5y = 50 \end{cases} \rightarrow B(5,8) \rightarrow h(B) = 7000$$

$$C\begin{cases} 3x + 5y = 55 \\ 5x + 2y = 60 \end{cases} \rightarrow C(10,5) \rightarrow h(C) = 7500$$

D $(12, 0) \rightarrow h(D) = 5800$

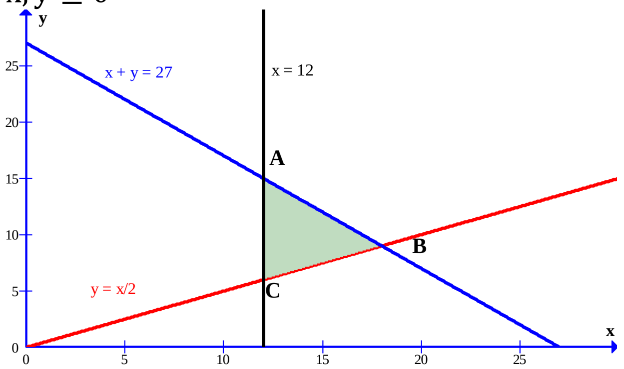
E $(0, 0) \rightarrow h(E) = 1000$

La función toma el valor máximo en el punto C.
El punto (5, 5) se encuentra en la región rayada.
El punto (12, 12) no cumple ninguna de las 4 primeras restricciones.

15. a. Representar, determinando sus vértices, el conjunto de puntos que satisfacen simultáneamente las siguientes desigualdades: $2x + y \le 6$, $4x + y \le 10$, $-x + y \le 3$, $x \ge 0$, $y \ge 0$.
b. Determinar los puntos de la región en los cuales la función $f(x, y) = 4x + 2y - 7$ es máxima y aquellos en qué es mínima.

Función a optimizar: $f(x, y) = 4x + 2y - 7$

$$\text{Restricciones:}\begin{cases} 2x + y \le 6 \\ 4x + y \le 10 \\ -x + y \le 3 \\ x, y \ge 0 \end{cases}$$



Punto A: $(0, 3) \to f(A) = -1$

Punto B: $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ -x + y = 3 \end{cases} B = (1, 4) \to f(B) = 5$

Punto C: $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 4x + y = 10 \end{cases} C = (2, 2) \to f(C) = 5$

Punto D: $(2'5, 0) \to f(D) = 3$

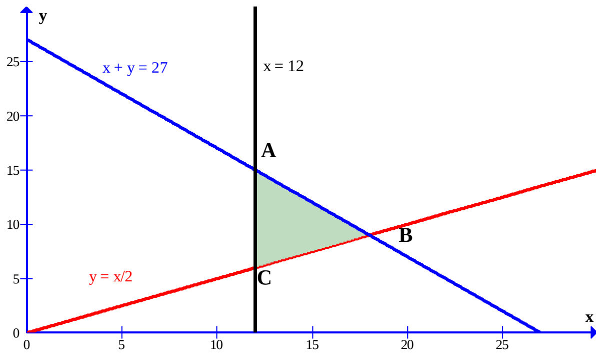
Punto E: $(0, 0) \to f(E) = -7$

En F la función toma el valor máximo 5.
En el segmento BC la función toma el valor mínimo -7.

16. Representar, determinando sus vértices, el conjunto de puntos que satisfacen simultáneamente las desigualdades siguientes: $x - 2y \ge -1$, $6x - y - 5 \le 0$, $5y \ge -4x - 22$.
Determina los puntos de la región del apartado anterior en los cuales la función $f(x, y) = x + y$ es máxima y aquellos en qué es mínima.

Función a optimizar: $f(x, y) = x + y$

$$\text{Restricciones:}\begin{cases} x - 2y \ge -1 \\ 6x - y - 5 \le 0 \\ 5y \ge -4x - 22 \end{cases}$$



Punto A: $\begin{cases} 6x - y = -5 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \rightarrow (1, 1) \rightarrow F(A) = 1 + 1 = 2$

Punto B: $\begin{cases} 4x + 5y = -22 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \rightarrow \left(\frac{-49}{13}, \frac{-18}{13}\right) \rightarrow F(B) = \frac{-49}{13} + \frac{-18}{13} = \frac{-67}{13} \cong -5'15$

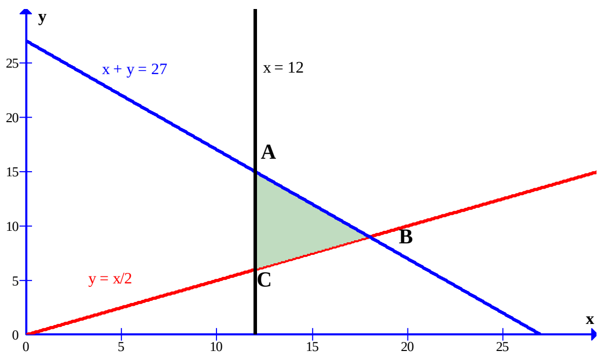
Punto C: $\begin{cases} 4x + 5y = -22 \\ 6x - y = -5 \end{cases} \rightarrow \left(\frac{3}{34}, \frac{-76}{17}\right) \rightarrow F(B) = \frac{3}{34} + \frac{-76}{17} = \frac{-149}{34} \cong -4'38$

En el punto A F(x) toma el valor máximo 2 y en el punto B el valor mínimo $\frac{-67}{13}$

17. Una empresa fabrica dos tipos de colonias, A y B. La primera contiene un 15% de extracto de jazmín, un 20% de alcohol y el resto agua. La segunda lleva un 30% de extracto de jazmín, un 15% de alcohol y el resto agua. Diariamente se dispone de 60 L. de extracto de jazmín y 50 L. de alcohol. Cada día se pueden producir cómo máximo 150 L. de colonia B. El precio de venta por litro de cada colonia tipo A es de 3 € y la de tipo B es 12 €. Calcula los litros de cada tipo que pueden producirse diariamente para que los ingresos sean máximos.

	JAZMÍN	ALCOHOL	PRECIO
TIPO A	15%	20%	3€
TIPO B	30%	15%	12€
	MÁX. 60	MÁX. 50	

Función a optimizar: f(x,y) = 3x + 12 y restricciones: $\begin{cases} x, y \geq 0 \\ 0'15x + 0'3y \leq 60 \\ 0'2x + 0'15y \leq 50 \\ y \leq 150 \end{cases}$



Punto A (0, 150) → f(A) = 1800€

Punto B $\begin{cases} y = 150 \\ 0'15x + 0'3y = 60 \end{cases} \rightarrow B(100{,}150) \rightarrow f(B) = 2100€$

Punto C $\begin{cases} 0'2x + 0'15y = 50 \\ 0'15x + 0'3y = 60 \end{cases} \rightarrow B(160{,}120) \rightarrow f(B) = 1920€$

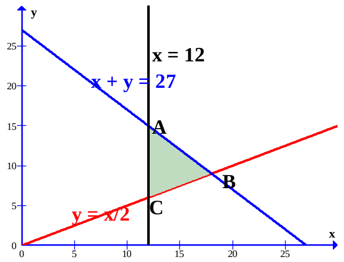
Punto D (250,0) → f(D) = 750

f(O) = 0

Fabricaremos 100 del tipo A y 150 del tipo B para obtener unos ingresos de 2100 €.

18. Un tren de mercancías puede arrastrar cómo máximo 27 vagones. En cierto viaje transporta coches y motocicletas. Para coches ha de dedicar un mínimo de 12 vagones, y para motocicletas, no menos de la mitad de los vagones dedicados a coches. Si los ingresos de la compañía ferroviaria son 540 € por cada vagón de coches y de 360 € por cada vagón de motos, ¿cómo distribuir los vagones para obtener el máximo de ingresos?. ¿Cuáles son esos ingresos?

Función a optimizar: f(x,y) = 540x + 360y y restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 27 \\ x \geq 12 \\ y \geq x/2 \end{cases}$



$A = \begin{cases} x + y = 27 \\ x = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 15 \end{cases} \rightarrow f(12{,}15) = 540.12 + 360.15 = 11880\ €$

$B = \begin{cases} x + y = 27 \\ y = \dfrac{x}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 9 \end{cases} \rightarrow f(18{,}9) = 540.18 + 360.9 = 12960\ €$

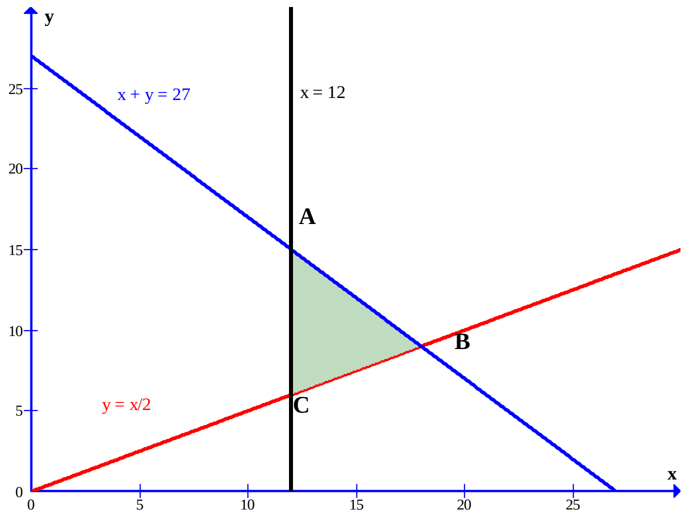
$C = \begin{cases} y = \dfrac{x}{2} \\ x = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 6 \end{cases} \rightarrow f(12{,}6) = 540.12 + 360.6 = 8640€$

Se obtiene un ingreso máximo de 12960 € con 18 vagones de coches y 9 de motos.

19. Las autoridades sanitarias de una determinada comunidad autónoma planifican la contratación de personal sanitario para la puesta en marcha de centros de atención continuada. En la comunidad hay 2 zonas claramente diferenciadas que llamaremos A y B. Y cada una necesita una dotación especifica distinta. Cada centro de la zona A requiere tres médicos y tres enfermeras y una inversión de 30.000.000 €. En la zona B cada centro necesita dos médicos y 4 enfermeras y una inversión de 10.000.000 €. Para llevar a término el proyecto se disponen de 30 médicos, cómo máximo, 48 enfermeras, cómo máximo y un máximo de 240.000.000 €. ¿Cuál es el número máximo de centros que pueden ponerse en funcionamiento? ¿Cuántos en cada zona?

Función a optimizar: f(x,y) = x + y.

$$\text{Restricciones:}\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 30 \\ 3x + 4y \leq 48 \\ 30x + 10y \leq 240 \end{cases}$$



$$A = (0,12) \rightarrow f(A) = 12$$

$$B = \begin{cases} 3x + 2y = 30 \\ 3x + 4y = 48 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases} \rightarrow f(4,9) = 4 + 9 = 13$$

$$C = \begin{cases} 3x + 2y = 30 \\ 30x + 10y = 240 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \end{cases} \rightarrow f(2,6) = 6 + 6 = 12$$

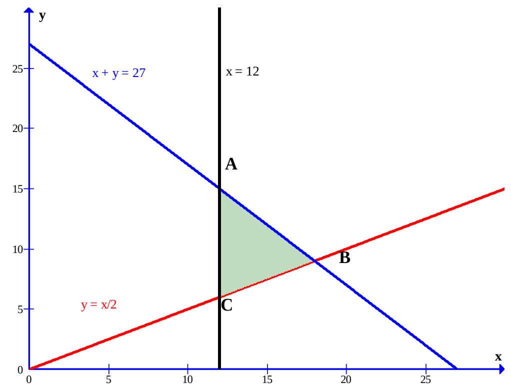
$D = (8,0) \rightarrow f(D) = 8$

Pondremos 4 centros en la zona A y 9 en la B para un total de 13 centros

20. Un fabricante de maquinaria de construcción lanza una oferta especial en dos de sus modelos pequeños de palas excavadoras. Ofrece el modelo A a un precio de 12.000 € y y el modelo B a 18.000 €. La oferta está limitada por las existencias que son 40 unidades del modelo A y 20 unidades del modelo B. Y se quieren vender al menos tantas unidades del modelo a cómo del modelo B Por otro lado para cubrir los gastos de la campaña los ingresos obtenidos en está han de ser Al menos de 120.000 euros Cuántas unidades de cada modelo se podrán vender. ¿Cuántas unidades se habrán de vender de cada modelo para maximizar los ingresos?

Función a optimizar: $f(x,y) = 12000x + 18000y$.

$$\text{Restricciones:}\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 40 \\ y \leq 20 \\ x \geq y \rightarrow x - y \geq 0 \\ 12000x + 18000y \geq 120000 \rightarrow 2x + 3y \geq 20 \end{cases}$$



$$A = \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + 3y = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases} \rightarrow f(4{,}4) = 4.12000 + 4.18000 = 120000\ €$$

$$B = \begin{cases} x - y = 0 \\ y = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 20 \end{cases} \rightarrow f(20{,}20) = 20.12000 + 20.18000 = 600000\ €$$

$$C = \begin{cases} x = 40 \\ y = 20 \end{cases} \rightarrow F(40{,}20) = 40.12000 + 20.18000 = 840000€$$

$$D = \begin{cases} x = 40 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow F(40{,}0) = 40.12000 = 480000€$$

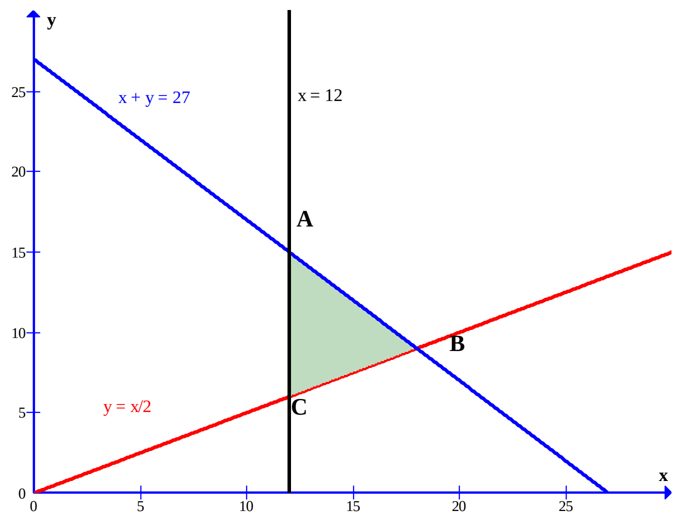
$$E = \begin{cases} x = 10 \\ Y = 0 \end{cases} \rightarrow F(10{,}0) = 10.12000 = 120000€$$

Deberá vender 40 vehículos del tipo A y 20 del tipo B para obtener un beneficio de 840000€.

---

21. Dibuja la región determinada por las inecuaciones: $\begin{cases} \mathbf{x \geq 0} \\ \mathbf{x + y \leq 50} \\ \mathbf{y \geq 1} \\ \mathbf{x \geq y} \\ \mathbf{4x + 8y \geq 120} \end{cases}$

Minimizar la función f(x) = 2x + 3y sometida a las restricciones dadas en las anteriores inecuaciones..



$$A = \begin{cases} x + 2y = 30 \\ x = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 10 \end{cases} \rightarrow f(10{,}10) = 2.10 + 3.10 = 50$$

$B = \begin{cases} x + y = 50 \\ x = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 25 \end{cases} \rightarrow f(25{,}25) = 2.25 + 3.25 = 125$

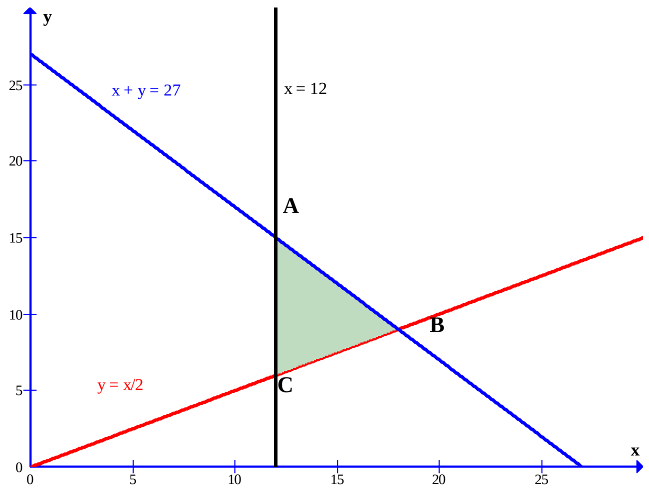
$C = \begin{cases} x + y = 50 \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow F(49{,}1) = 2.49 + 3.1 = 101$

$D = \begin{cases} x = 28 \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow F(28{,}1) = 2.28 + 3.1 = 59$

La función toma el valor mínimo 50 en el punto (10, 10)

22. Una persona dispone de 60.000 € como máximo para repartir entre dos tipos de inversiones A y B. Sabemos que el rendimiento de la inversión será del 9% en la opción A y del 12% en la B. En la opción A desea invertir entre 12000 y 42000 €. Además quiere dedicar a la opción A tanto dinero, al menos, como a la B. ¿Qué cantidad puede invertir en cada una de las opciones? ¿Qué cantidad invertirá en cada una para optimizar el rendimiento global?

Función a optimizar: f(x,y) = 0'9.x + 0'12.y. Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 60000 \\ 12000 \leq x \leq 42000 \\ x \geq y \end{cases}$



$A = \begin{cases} x = 12000 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow f(A) = \frac{9}{100}.12000 = 1080\ €$

$B = \begin{cases} x = 12000 \\ y = 12000 \end{cases} \rightarrow f(B) = \frac{9}{100}.12000 + \frac{12}{100}.12000 = 2520\ €$

$C = \begin{cases} x + y = 60000 \\ y = x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 30000 \\ y = 30000 \end{cases} \rightarrow f(C) = \frac{9}{100}.30000 + \frac{12}{100}.30000 = 6300\ €$

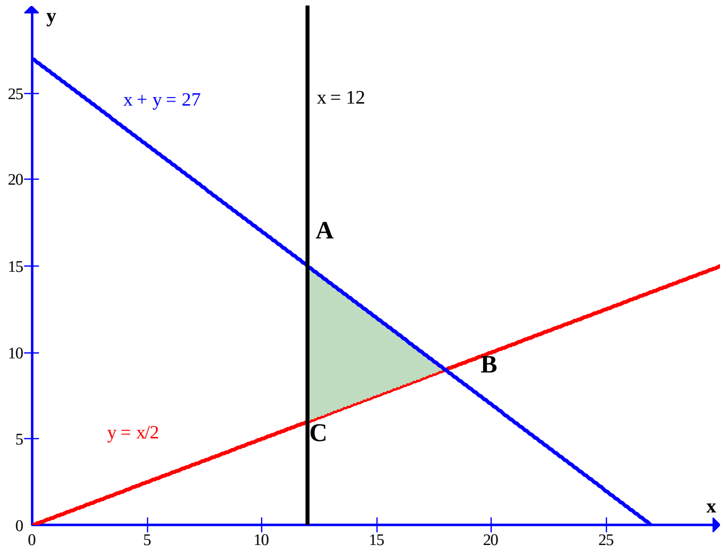
$D = \begin{cases} x + y = 60000 \\ x = 42000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 42000 \\ y = 18000 \end{cases} \rightarrow f(D) = \frac{9}{100}.42000 + \frac{12}{100}.18000 = 5940\ €$

$E = \begin{cases} x = 42000 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow f(E) = \frac{9}{100}.42000 = 3780\ €$

Debe invertir 30000 € en acciones del tipo A y 30000 € en acciones del tipo B, para obtener unos beneficios de 6300 €

23. Dibuja la región determinada por las inecuaciones: $\begin{cases} \mathbf{x \geq 0} \\ \mathbf{y \geq 0} \\ \mathbf{3x + 2y \leq 30} \\ \mathbf{3x + 4y \leq 48} \\ \mathbf{30x + 10y \leq 240 \rightarrow 3x + y \leq 24} \end{cases}$ **y maximiza la función f(x,y) = x + y sometida a las restricciones dadas por las inecuaciones anteriores.**

Función a optimizar: f(x,y) = x + y



$$A = \begin{cases} x = 0 \\ y = 12 \end{cases} \rightarrow f(0.12) = 12$$

$$B = \begin{cases} 3x + 4y = 48 \\ 3x + 2y = 30 \end{cases} \rightarrow f(4,9) = 13$$

$$C = \begin{cases} 3x + y = 24 \\ 3x + 2y = 30 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \end{cases} \rightarrow f(6,6) = 12$$

$$D = \begin{cases} x = 0 \\ y = 8 \end{cases} \rightarrow f(0,8) = 8$$

$$O = \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow f(0,0) = 0$$

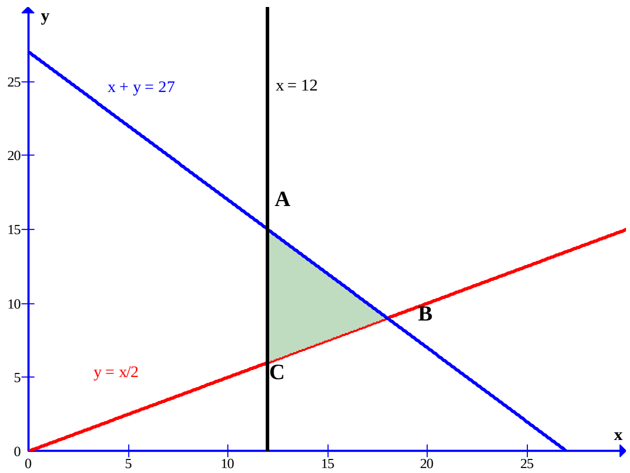
En el punto (4,9) la función alcanza el valor máximo 13.

24. Un celler quiere preparar los 2 tipos de lotes A y B. Cada lote del tipo A está formado por una botella de vino tinto, dos de vino rosado y una de vino blanco y cada lote del tipo B está formado por 2 botellas de vino tinto, una de vino rosado y una de vino blanco. Cada lote del tipo A tiene un beneficio de 6€ y cada lote del tipo B uno de 4€ El celler dispone de 1000 botellas de vino tinto, 1000 de vino rosado y 600 de vino blanco. ¿Cuántos lotes de cada tipo se han de preparar para obtener un beneficio máximo?

	Vino tinto	Vino rosado	Vino blanco	
L_1	1	2	1	6€
L_2	2	1	1	4€

	1000	1000	600	

Función a optimizar: f(x,y) = 6x + 4y. Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 1000 \\ 2x + y \leq 1000 \\ x + y \leq 600 \end{cases}$



$A = \begin{cases} x = 0 \\ y = 500 \end{cases} \to f(0{,}500) = 2000$

$B = \begin{cases} x + 2y = 1000 \\ x + y = 600 \end{cases} \to \begin{cases} x = 200 \\ y = 400 \end{cases} \to f(200{,}400) = 6.200 + 4.400 = 2800\text{ €}$

$C = \begin{cases} x + 2y = 1000 \\ 2x + y = 1000 \end{cases} \to \begin{cases} x = 400 \\ y = 200 \end{cases} \to f(400{,}200) = 6.400 + 4.200 = 3200\text{ €}$

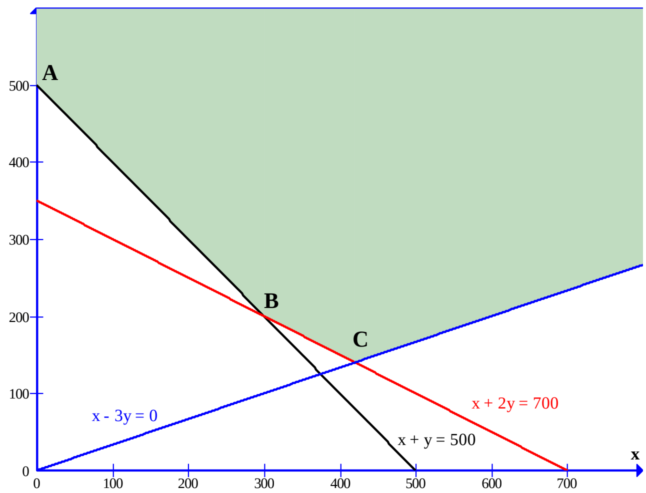
$D = \begin{cases} x = 500 \\ y = 0 \end{cases} \to f(500{,}0) = 6.500 = 3000\text{€}$

Prepararemos 400 del tipo L_1 y 200 del tipo L_2 para tener un beneficio de 3200 €.

25. Un librero comprar libros de dos editoriales. La editorial A ofrece un paquete de 5 novelas de ciencia ficción y cinco de históricas, por 60 €, y la editorial B ofrece un paquete de 5 novelas de ciencia ficción y 10 históricas, por 180 €. El librero quiere comprar un mínimo de 2500 novelas de ciencia ficción y un mínimo de 3500 novelas históricas. Además, por motivos personales, el librero ha prometido a la editorial B que al menos el 25 % del número total de paquetes que comprará serán de B. ¿Cuántos paquetes comprar de cada editorial para minimizar el coste? ¿Qué le costarán en total las novelas?

Función a optimizar: C = 60x + 180y

Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x + 5y \geq 2500 \to x + y \geq 500 \\ 5x + 10y \geq 3500 \to x + 2y \geq 700 \\ y \geq 0'25(x + y) \to x - 3y \leq 0 \end{cases}$



Punto A $\begin{cases} x = 0 \\ y = 500 \end{cases} \rightarrow C(0{,}500) = 180.500 = 90000\ €$

Punto B $\begin{cases} x + y = 500 \\ x + 2y = 700 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 200 \end{cases} \rightarrow C(300{,}200) = 60.300 + 180.200 = 54000\ €$

Punto C $\begin{cases} x + 2y = 700 \\ x - 3y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 420 \\ y = 140 \end{cases} \rightarrow C(420{,}140) = 60.420 + 180.140 = 50400\ €$

Debe comprar 420 al primer librero y 140 al segundo, para un coste de 504 00 €.