SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

SELECTIVIDAD. MATEMÁTICAS CC.SS. JUNIO 2015. U.I.B.

Opción A.

1. a. 3 ciclistas salen a entrenarse, por cada kilómetro que recorre C_1, C_2 recorre 2 km. y C_3 recorre las tres cuartas partes de lo que recorre C_2. Al final la suma de las distancias recorridas por los 3 ciclistas es de 180 km. ¿cuántos kilómetros recorre cada uno?

b. Determinar las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & b \\ a & 4 \end{pmatrix}$ tales que $A + A^t = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$.

VER VÍDEO https://youtu.be/2_4-b46AmRo

$$\begin{cases} C_1 + C_2 + C_3 = 180 \\ 2C_1 = C_2 \\ C_3 = \dfrac{3}{4} C_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_1 = 40 \\ C_2 = 80 \\ C_3 = 60 \end{cases}$$

$$A + A^t = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}. \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & b \\ a & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 4 & a+b \\ a+b & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$$

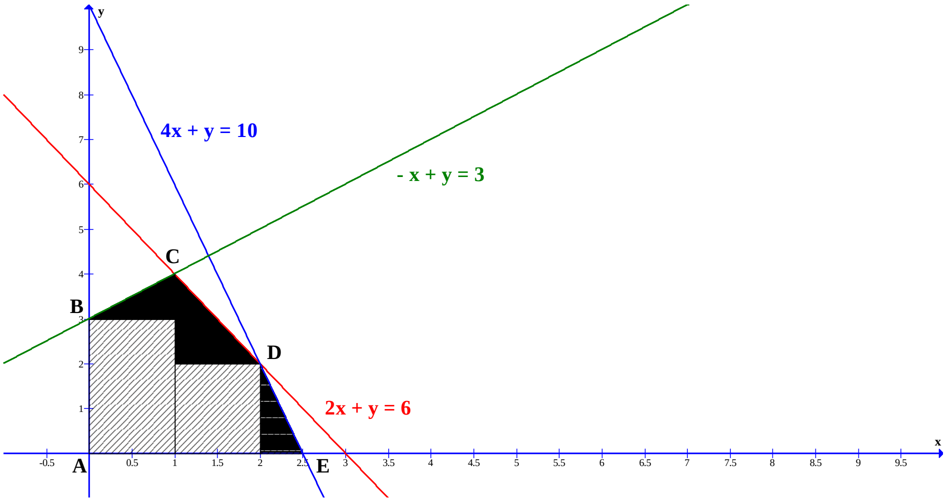
$$a + b = 0 \rightarrow a = -b \rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & b \\ -b & 4 \end{pmatrix}$$

2. Representar gráficamente el conjunto de puntos que satisfacen las inecuaciones lineales siguientes: $2x + y \le 6$, (1) $4x + y \le 10$, (2) $-x + y \le 3$, (3) $x \ge 0$. (4) $y \ge 0$. (5). Indica si es o no una región acotada del plano. Señala sobre la gráfica los vértices y sus coordenadas, así como la ecuación que corresponde a cada una de las rectas que la delimita. Calcula el máximo de la función $f(x, y) = 4x + 2y - 3$ en el recinto anterior e indica donde se consigue.

VER VÍDEO https://youtu.be/GyDF8adLsI4

Función a optimizar: $f(x, y) = 4x + 2y - 3$

Restricciones. $\begin{cases} 2x + y \leq 6 \\ 4x + y \leq 10 \\ -x + y \leq 3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$



A (0, 0) → f(A) = – 3
B (0, 3) → f(3) = 3
C $\begin{cases} -x + y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \rightarrow C(1,4) \rightarrow f(C) = 9$
D $\begin{cases} 4x + y = 10 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \rightarrow (2,2) \rightarrow f(D) = 9$
E (2'5, 0) → f(E) = 7
El valor máximo de la función, sometida a las restricciones, son todos los puntos del segmento CD.

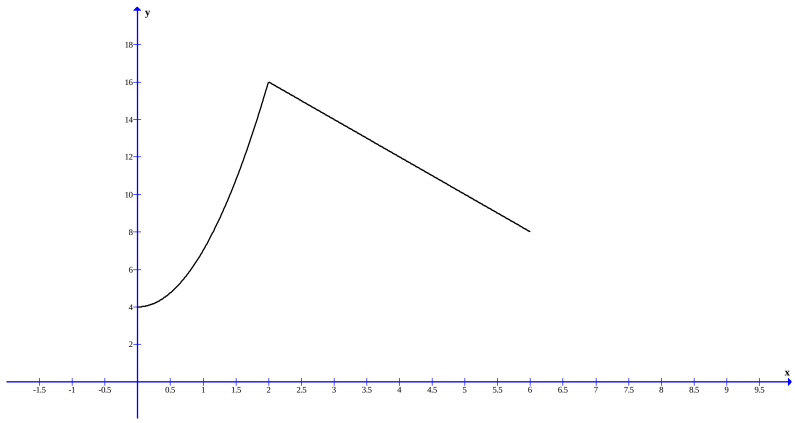
3. El precio de un artículo que ha estado los últimos seis años en el mercado, en función del tiempo en años, ha seguido la siguiente función $f(x) = \begin{cases} 3t^2 + 4 & \text{si } 0 \leq t \leq 2 \\ -2t + 20 & \text{si } 2 < t \leq 6 \end{cases}$.

a. Representar la función precio en los últimos seis años. ¿Es continua esta función?, ¿Es derivable?

b. Estudiar cuándo ha sido creciente y cuándo decreciente el precio del artículo.

c. ¿Cuál fue el precio máximo que consiguió el articulo? ¿Y el precio actual?

VER VÍDEO https://youtu.be/PMsDNGmUmCM



Según la gráfica, la función es continua. No es derivable en x = 2 pues presenta un punto anguloso (pico).
Crece en (0, 2).
Decrece en (2, 6).
El precio máximo es a los 2 días y es de 16 €.
El precio actual es de 8 €.

---

4. En una caja hay guardados 20 relojes, de los cuales 15 funcionan correctamente.

a. Representar la situación del problema, cuando se extraen dos relojes al azar sin reemplazamiento, mediante un diagrama en árbol.

b. Si se extrae un reloj al azar, ¿Cuál es probabilidad de que funcionen bien?

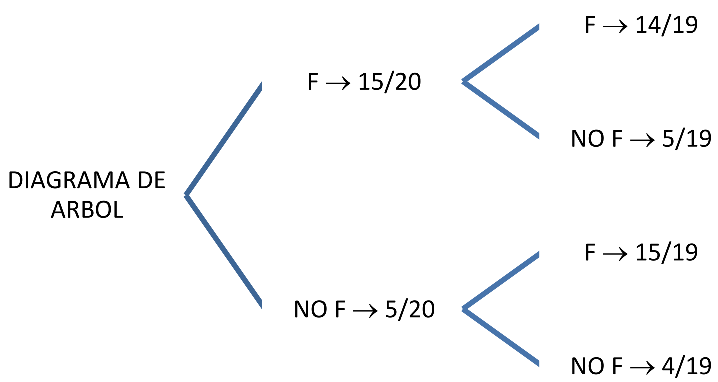
c) Si se extraen dos relojes al azar, sin reemplazamiento, ¿Cuál es la probabilidad de que los dos funcionen bien?

d) Si se extraen dos relojes al azar sucesivamente, sin reemplazamiento, y el primero no funciona correctamente, ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo tampoco funcione?

VER VÍDEO https://youtu.be/cDl92wqSceU

---

a)



b) P(F) = 15/20

c) $P(F_1 \cap F_2) = P(F_1).P(F_2/F_1) = \frac{15}{20}.\frac{14}{19} = \frac{21}{38}$

d) $P(\text{NO } F_2/\text{NO } F_1) = \dfrac{P(\text{NO } F_2 \cap \text{NO } F_1)}{P(\text{NO } F_1)} = \dfrac{\frac{5}{20}\cdot\frac{4}{19}}{\frac{5}{20}} = \dfrac{4}{19}$

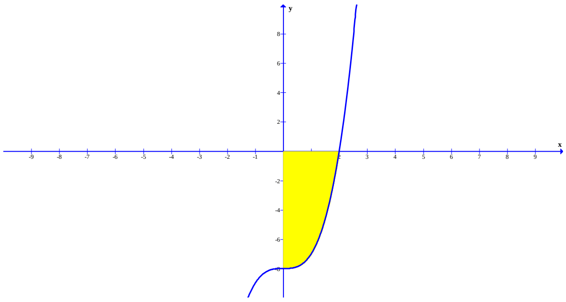
5. **Dibuja el recinto limitado por la función $y = x^3 - 8$ y los ejes de coordenadas.**

VER VÍDEO https://youtu.be/ejnLw7hN0S4

1. Hallamos los puntos de corte con los ejes.

$x^3 - 8 = 0;\ x^3 = 8;\ x = 2$

2. Representamos la función.



3. Calculamos el área.

$$\int_0^2 (x^3 - 8)dx = \left[\frac{x^4}{4} - 8x\right]_0^2 = -12 \rightarrow \text{Área} = 12\ u^2$$

Opción B.

1. **a. Determinar 3 números A, B y C tales que su suma sea 210, la mitad de la suma del primero y del último más la cuarta parte del otro sea 95, y la media de los 2 últimos sea 80.**

b. Determinar la forma de las matrices A= $\begin{pmatrix} -a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ para que no admitan inversa da un ejemplo numérico.

VER VÍDEO https://youtu.be/YtUNNoFGmag

a.

$$\begin{cases} A + B + C = 210 \\ \dfrac{A+C}{2} + \dfrac{B}{4} = 95 \\ \dfrac{B+C}{2} = 80 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A + B + C = 210 \\ 2A + B + 2C = 380 \\ B + C = 160 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = 50 \\ B = 40 \\ C = 120 \end{cases}$$

b.

$$|A| = \begin{vmatrix} -a & b \\ -b & a \end{vmatrix} = -a^2 + b^2 = 0 \rightarrow a^2 = b^2 \rightarrow a = \pm b \rightarrow \begin{cases} \begin{pmatrix} -b & b \\ -b & b \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} b & b \\ -b & -b \end{pmatrix} \end{cases}$$

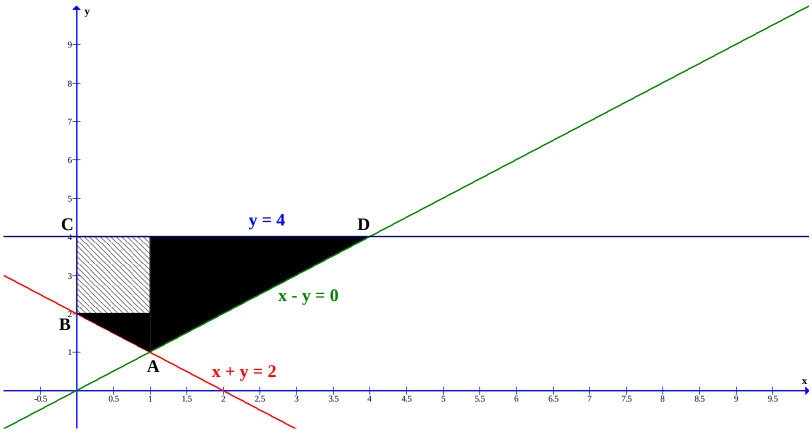
$$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Representar gráficamente el conjunto de puntos que satisfacen las inecuaciones lineales siguientes: : x + y ≥ 2, (1) x−y ≤ 0, (2) y ≤ 4, (3) x ≥ 0. (4). Indica si es o no una región acotada del plano. Señala sobre la gráfica los vértices y sus coordenadas así como la ecuación que corresponde a cada una de las rectas que la delimitan. Calcula el máximo y el mínimo de la función f(x,y) = x + y en el recinto anterior. ¿Pertenece el punto $\left(\frac{1}{3},\frac{4}{3}\right)$ al recinto anterior?

VER VÍDEO https://youtu.be/-qwITK-0j2M

Función para optimizar. $f(x,y) = x + y$

Restricciones. $\begin{cases} x + y \geq 2 \\ x - y \leq 0 \\ y \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$



$A\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases} \rightarrow A(1,1) \rightarrow f(A) = 2$

$B(0, 2) \rightarrow f(B) = 2$

$C(0, 4) \rightarrow f(C) = 4$

$D(4, 4) \rightarrow f(D) = 8$

El máximo igual a 8 se consigue en el punto (4, 4).

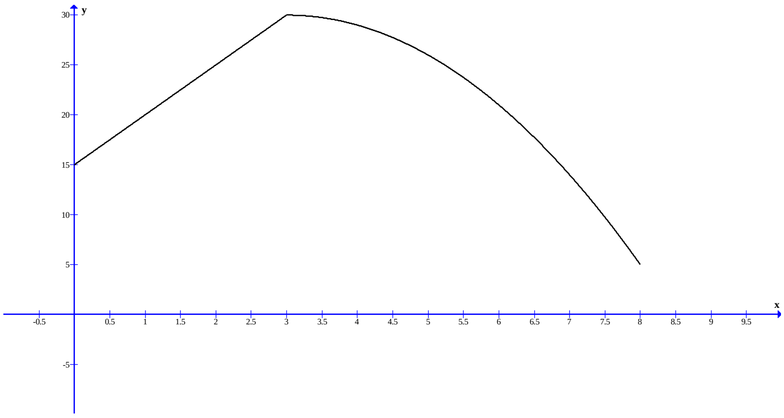
El mínimo igual a 2 se consigue en el segmento AB.

3. Los beneficios (en miles de euros) por la venta de un producto en función de la inversión realizada en promoción (en miles de euros), viene dada por

$$\mathbf{B(x)} = \begin{cases} \mathbf{5x + 15}, & \mathbf{si\ 0 \leq x \leq 3} \\ \mathbf{-(x-3)^2 + 30} & \mathbf{si\ 3 < x \leq 8} \end{cases}$$

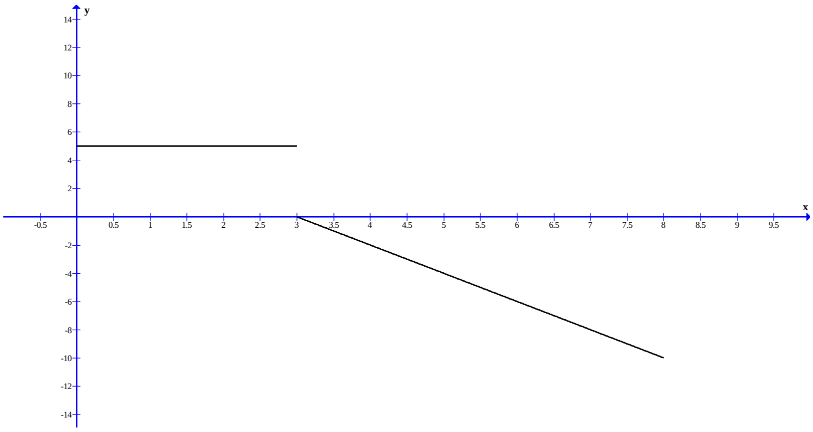
a. ¿Es continua esta función, es derivable? Representala gráficamente.
b. ¿Cuándo crece y cuando decrece la función beneficio?
c. ¿Cuándo se obtienen los beneficios mínimo y máximo?
d. Representa la función derivada.

VER VÍDEO https://youtu.be/nRVqZ9Mn0dM



Observamos que es continua. No es derivable en $x = 3$ pues tiene un punto anguloso (pico).
Crece en $(0, 3)$ y decrece en $(3, 8)$.
El máximo beneficio es de 30000 € y se obtiene al invertir en promoción 3000 €.
El mínimo beneficio es de 5000 € y se obtiene al invertir en promoción 8000 €

$$B' = \begin{cases} 5, & \text{si } 0 < x < 3 \\ -2(x-3), & \text{si } 3 < x < 8 \end{cases}$$



4. a. La antigüedad de los aviones comerciales sigue una distribución normal con una desviación típica de 8,28 años. Se toma una muestra de 40 aviones y la antigüedad media es de 13,41 años. Obtener un intervalo de confianza del 90 % para la antigüedad media.

b. ¿Cuál es el tamaño mínimo de la muestra para obtener un intervalo de confianza del 95% con la misma amplitud del anterior?

VER VÍDEO https://youtu.be/dAq5K6T5Eng

a.

$$1 - \alpha = 0{,}90 \rightarrow \alpha = 0{,}1 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}05 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}95 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}645$$

$$\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (11{,}26; 15{,}56)$$

b.

$$E = \frac{15,56 - 11,26}{2} = 2,15$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$$

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{1,96 \cdot 8,28}{2,15}\right)^2 = 56,98 \rightarrow n > 56$$