

1

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



FACTORIZAR POLINOMIOS. FRACCIONES ALGEBRAICAS.

Polinomios de segundo grado.

VER VIDEO <https://youtu.be/dFDYSCW0ASg>

$P(x) = Ax^2 + Bx + C \rightarrow$ Sacar factor común. Resolver la ecuación de segundo grado $Ax^2 + Bx + C = 0$ y factorizar según el número de soluciones. Ver ejemplos:

1) $p(x) = 3x^2 - 5x$. Basta sacar factor común: $p(x) = x \cdot (3x - 5)$

2) $p(x) = x^2 - 3x + 2$

Resolvemos $x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \overset{\text{dos soluciones}}{\Leftrightarrow} p(x) = (x - 1) \cdot (x - 2)$

3) $p(x) = x^2 - 6x + 9$. Si nos damos cuenta de que es una identidad notable podemos escribir $p(x) = (x - 3)^2$. En cualquier caso podemos hacer:

Resolvemos la ecuación $x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow \underbrace{x = 3}_{\text{solución doble}} \overset{\substack{\text{solución} \\ \text{única.} \\ \text{el polinomio} \\ \text{es un} \\ \text{binomio} \\ \text{al cuadrado}}}{\Leftrightarrow} p(x) = (x - 3)^2$

4) $p(x) = x^2 + x + 1$

Resolvemos la ecuación $x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow$ No hay solución
 \rightarrow El polinomio no se factoriza

5) $p(x) = x^2 - 1$. Si nos damos cuenta de que es una identidad notable podemos escribir $p(x) = (x - 1) \cdot (x + 1)$. En cualquier caso podemos hacer:

Resolvemos la ecuación $x^2 - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \overset{\text{dos soluciones}}{\Leftrightarrow} p(x) = (x + 1) \cdot (x - 1)$

Polinomios de grado superior a 2.

Primero sacamos factor común, si se puede. Luego tomamos los divisores del término independiente y aplicamos la regla de Ruffini. Al llegar a un polinomio de grado 2, no seguimos con Ruffini, resolvemos la ecuación de 2º grado. Ver ejemplos:

6) $P(x) = x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 36x - 27 = (x + 1) \cdot (x - 3) \cdot (x + 3)^2$

VER VIDEO <https://youtu.be/1uh0palvrKE>

7) $P(x) = 2x^4 + 2x^3 + 9x^2 + 9x = x \cdot (x + 1) \cdot (2x^2 + 9)$

VER VIDEO <https://youtu.be/ianl4Ydq9QA>

8) $P(x) = 2x^5 - 7x^4 + 9x^3 - 5x^2 + x = x \cdot (x - 1)^3 \cdot (2x - 1)$

VER VIDEO <https://youtu.be/zaexZcoe4-0>

9) $p(x) = x^3 - 4x^2 + 3x \rightarrow p(x) = x \cdot (x^2 - 4x + 3) = x \cdot (x - 1) \cdot (x - 3)$

Las raíces del polinomio son $x = 0$, $x = 1$ y $x = 3$

10) $p(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$, no puedo sacar factor común. Tomamos los divisores del término independiente: ± 1 y ± 2

Y aplicamos la regla de Ruffini:

Probamos el 1:

1	1	2	-1	-2
		1	3	2
	1	3	2	0

$p(x) = (x - 1) \cdot \underbrace{(1x^2 + 3x + 2)}_{\substack{2^\circ \text{ grado.} \\ \text{Resolvemos} \\ \text{la ecuación.} \\ x = -1, x = -2}} = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x + 2)$

Las raíces del polinomio son $x = 1$, $x = -1$ y $x = -2$

11) $p(x) = x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4$, no puedo sacar factor común. Tomamos los divisores del término independiente: ± 1 , ± 2 y ± 4 . Y aplicamos la regla de Ruffini:

Probamos el 1:

1	1	6	13	12	4
		1	7	20	32
	1	7	20	32	36 → NO

Probamos el -1

-1	1	6	13	12	4
		-1	-5	-8	-4
	1	5	8	4	0

$p(x) = (x + 1) \cdot (1x^3 + 5x^2 + 8x + 4)$

Volvemos a probar el -1, no sale. Probamos el 2

2	1	5	8	4
		2	14	44
	1	7	22	40 → NO

Probamos el -2

	1	5	8	4
--	---	---	---	---



$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & & -2 & -6 & -4 \\ & 1 & 3 & 2 & 0 \end{array}$$

$$p(x) = (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot \underbrace{(1x^2 + 3x + 2)}_{2^\circ \text{ grado.}} = (x + 1)^2 \cdot (x + 2)^2$$

Resolvemos
la ecuación.
 $x = -1, x = -2$

Las raíces del polinomio son $x = -1$ (doble) y $x = -2$ (doble).

12) $p(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$, no puedo sacar factor común. Tomamos los divisores del término independiente: ± 1 . Y aplicamos la regla de Ruffini:

Probamos el 1

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & -1 & -2 & 1 \\ & 2 & 2 & 1 & -1 \\ \hline & 2 & 1 & -1 & 0 \end{array}$$

$$p(x) = (x - 1) \cdot \underbrace{(2x^2 + 1x - 1)}_{2^\circ \text{ grado.}}$$

Resolvemos
la ecuación.
 $x = -1, x = \frac{1}{2}$

$$= \underbrace{2}_{*} (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) \stackrel{\text{operando}}{=} (x - 1) \cdot (x + 1)(2x - 1)$$

* El 2 (coeficiente del monomio de mayor grado, $2 \cdot x^3$) aparece en la factorización. Las raíces del polinomio son $x = 1$, $x = -1$ y $x = 1/2$

13) $p(x) = 2x^5 + x^4 - 2x^3 - x^2 = x^2 \cdot (2x^3 + x^2 - 2x - 1)$, hemos sacado factor común, ahora factorizamos el polinomio $2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Probamos el 1:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 1 & -2 & -1 \\ & 2 & 3 & 1 & 0 \end{array}$$

$$p(x) = x^2 \cdot (x - 1) \cdot \underbrace{(2x^2 + 3x + 1)}_{2^\circ \text{ grado.}} = \underbrace{2}_{*} x^2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) =$$

$$\stackrel{\text{operando}}{=} x^2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)(2x + 1)$$

* El 2 (coeficiente del monomio de mayor grado, $2 \cdot x^3$) aparece en la factorización. Las raíces del polinomio son $x = 0$, $x = 1$, $x = -1$ y $x = -1/2$

Simplificar fracciones algebraicas.

VER VIDEO <https://youtu.be/B2Qd4B6wkbU>

$$14) \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 3x - 4} = \frac{(x - 1) \cdot \cancel{(x - 4)}}{(x + 1) \cdot \cancel{(x - 4)}} = \frac{x - 1}{x + 1}$$

$$15) \frac{x^2 - 5x + 4}{x^3 - 4x^2 - x + 4} = \frac{(x-1) \cdot (x-4)}{(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-4)} = \frac{1}{x+1}$$

$$16) \frac{x^2 - 8x + 7}{x^3 - 7x^2 - x + 7} = \frac{(x-1) \cdot (x-7)}{(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-7)} = \frac{1}{x+1}$$

$$17) \frac{x^2 + x + 1}{x^4 + x^3 - x - 1} = \frac{x^2 + x + 1}{(x-1) \cdot (x+1) \cdot (x^2 + x + 1)} = \frac{1}{(x-1) \cdot (x+1)}$$

$$18) \frac{x^3 + 4x^2 - x - 4}{x^3 + 5x^2 - x - 5} = \frac{(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x+4)}{(x-1) \cdot (x+1) \cdot (x+5)} = \frac{x+4}{x+5}$$

$$19) \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^4 - 10x^2 + 9} = \frac{(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x+2) \cdot (x-2)}{(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x+3) \cdot (x-3)} = \frac{(x+2) \cdot (x-2)}{(x+3) \cdot (x-3)}$$

$$20) \frac{3x^3 - 2x^2 - 3x + 2}{3x^3 - x^2 - 3x + 1} = \frac{(x+1) \cdot (x-1) \cdot (3x-2)}{(x+1) \cdot (x-1) \cdot (3x-1)} = \frac{(3x-2)}{(3x-1)}$$

$$21) \frac{x^3 + x^2 - 2x - 2}{x^3 - x^2 - 2x + 2} = \frac{(x+1) \cdot (x+\sqrt{2}) \cdot (x-\sqrt{2})}{(x-1) \cdot (x+\sqrt{2}) \cdot (x-\sqrt{2})} = \frac{x+1}{x-1}$$

Operaciones con fracciones algebraicas.

VER VIDEO <https://youtu.be/sqD-cyyS3U8>

$$22) \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} = \frac{x^2 - x - 1}{x^3}$$

M.C.M. de x, x^2, x^3

$$23) \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x^2-1} = \frac{x}{x-1} + \frac{1}{(x-1) \cdot (x+1)} = \frac{x \cdot (x+1) + 1}{(x-1) \cdot (x+1)}$$

factorizamos
no se puede factorizar

$$= \frac{x^2 + x + 1}{(x-1) \cdot (x+1)}$$

$$24) \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2x} + \frac{1}{x^2-2x}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x \cdot (x+2)} + \frac{1}{x \cdot (x-2)} = \frac{(x+2) \cdot (x-2) - (x-2) + x+2}{x \cdot (x+2) \cdot (x-2)} = \frac{x^2}{x \cdot (x+2) \cdot (x-2)}$$

M.C.M. de x, x^2+2x, x^2-2x

$$= \frac{x}{(x+2) \cdot (x-2)}$$

$$25) \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{x}{x-1}$$

$$26) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} = \frac{1}{\frac{x-1-x}{x-1}} = \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = 1 - x$$

$$27) \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x} : \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4x + 4}$$

5

$$\frac{(x+2) \cdot (x-2)}{x \cdot (x-2)} : \frac{x \cdot (x+2)}{(x-2)^2} = \frac{\cancel{(x+2)} \cdot \cancel{(x-2)} \cdot (x-2)^2}{x \cdot \cancel{(x-2)} \cdot x \cdot \cancel{(x+2)}} = \frac{(x-2)^2}{x^2}$$

$$28) \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x^2-x} \right) : \left(\frac{x}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} \right)$$

$$\left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x \cdot (x-1)} \right) : \left(\frac{x}{(x+1) \cdot (x-1)} + \frac{x}{x-1} \right) = \frac{x^2-1}{x \cdot (x-1)} : \frac{x+x \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot (x-1)} =$$

$$= \frac{\overbrace{x^2-1}}{(x+1) \cdot (x-1)} : \frac{\overbrace{x^2+2x}}{x \cdot (x+1)} = \frac{(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot \cancel{(x-1)}}{x^2 \cdot (x+2) \cdot \cancel{(x-1)}} = \frac{(x+1)^2 \cdot (x-1)}{x^2 \cdot (x+2)}$$