

1

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



INECUACIONES.

De primer grado.

1. Resuelve las siguientes inecuaciones.

a. $x + 3 < 0$

b. $2x - 2 \geq x + 1$

c. $2 \cdot (2x - 1) - x > 6x - 2$

VER VÍDEO <https://youtu.be/RuuZ1wVHa4o>

a. $x + 3 < 0 \rightarrow x < -3 \rightarrow (-\infty, -3)$

b. $2x - 2 \geq x + 1 \rightarrow 2x - x \geq 1 + 2 \rightarrow x \geq 3 \rightarrow [3, +\infty[= [3, +\infty)$

c. $2 \cdot (2x - 1) - x > 6x - 2$

$$4x - 2 - x > 6x - 2 \rightarrow 4x - x - 6x > -2 + 2 \rightarrow -3x > 0 \xrightarrow{*} 3x < 0 \rightarrow x < 0$$

$(-\infty, 0)$

*
 \rightarrow Si una vez agrupados los términos en x, tenemos coeficiente negativo, es obligatorio cambiar el signo de ambos miembros, así como el de la desigualdad.

2. Resuelve Las siguientes inecuaciones:

a. $\frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} \leq x - 2$

b. $\frac{x-1}{4} - \frac{x}{5} + \frac{x-3}{2} < 1$

VER VÍDEO https://youtu.be/D27AC_hKSe0

a. $\frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} \leq x - 2 \rightarrow \frac{3x - 2(x+1)}{6} \leq \frac{6(x-2)}{6} \rightarrow 3x - 2x - 2 \leq 6x - 12$

$$\rightarrow 3x - 2x - 6x \leq -12 + 2 \rightarrow -5x \leq -10 \xrightarrow{*} 5x \geq 10 \rightarrow x \geq 2 \rightarrow [2, +\infty)$$

*
 \Rightarrow Si una vez agrupados los términos en x , tenemos coeficiente negativo, es obligatorio cambiar el signo de ambos miembros, así como el de la desigualdad.

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{x-1}{4} - \frac{x}{5} + \frac{x-3}{2} < 1 &\rightarrow \frac{5 \cdot (x-1) - 4x + 10 \cdot (x-3)}{20} < \frac{20}{20} \rightarrow \\ \rightarrow 5x - 5 - 4x + 10x - 30 < 20 &\rightarrow 5x - 4x + 10x < 20 + 5 + 30 \rightarrow 11x < 55 \rightarrow \\ x < 5 &\rightarrow (-\infty, 5) \end{aligned}$$

De segundo grado.

Siempre procederemos de la misma forma: se resuelve la ecuación de 2º grado y se hace el estudio del signo.

3. Resolver las inecuaciones siguientes:

a. $x^2 - 5x + 4 \geq 0$

b. $x^2 - 6x + 9 \geq 0$

c. $x^2 - x + 3 \geq 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/HnIqB4zaDLI>

$$\text{a. } x^2 - 5x + 4 \geq 0 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Estudio del signo.

$-\infty$		+		1		-		4		+		$+\infty$
-----------	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	-----------

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad} \begin{cases} \geq 0 \rightarrow (-\infty, 1] \cup [4, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, 1) \cup (4, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (1, 4) \\ \leq 0 \rightarrow [1, 4] \end{cases}$$

$$\text{b. } x^2 - 6x + 9 \geq 0 \rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow x = 3$$

Estudio del signo.

$-\infty$		+		3		+		$+\infty$
-----------	--	---	--	---	--	---	--	-----------

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad} \begin{cases} \geq 0 \rightarrow \mathbb{R} \\ > 0 \rightarrow \mathbb{R} - \{0\} \\ < 0 \rightarrow \text{\textcancel{A}solución.} \\ \leq 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$\text{c. } x^2 - x + 3 \geq 0 \rightarrow x^2 - x + 3 = 0 \rightarrow \text{\textcancel{A} solución real.}$$

Estudio del signo.

$-\infty$		+		$+\infty$
-----------	--	---	--	-----------

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad} \begin{cases} \geq 0 \rightarrow \mathbb{R} \\ > 0 \rightarrow \mathbb{R} \\ < 0 \rightarrow \text{\textcancel{A}solución.} \\ \leq 0 \rightarrow \text{\textcancel{A}solución} \end{cases}$$

4. Resolver la siguiente inecuación: $x(x - 1) - (x + 2)(x - 1) - x^2 + x < 0$ VER VÍDEO <https://youtu.be/weA3cCdnvE4>

$$\begin{aligned}
 x(x - 1) - (x + 2)(x - 1) - x^2 + x < 0 &\rightarrow \\
 \rightarrow x^2 - x - (x^2 - x + 2x - 2) - x^2 + x < 0 &\rightarrow -x^2 - x + 2 < 0 \\
 -x^2 - x + 2 = 0 &\rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Estudio del signo.

$$| -\infty \quad | - \quad | -2 \quad | + \quad | 1 \quad | - \quad | + \infty |$$

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad. } \begin{cases} \geq 0 \rightarrow [-2, 1] \\ > 0 \rightarrow (-2, 1) \\ < 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (1, +\infty) \\ \leq 0 \rightarrow (-\infty, -2] \cup [1, +\infty) \end{cases}$$

5. Resolver las siguientes inecuaciones:

a. $(x + 2) \cdot (x - 1) < 0$

b. $(x + 2) \cdot (x - 1) < 4$

VER VÍDEO <https://youtu.be/4dSglnhy3fk>

$$(x + 2) \cdot (x - 1) < 0 \rightarrow (x + 2) \cdot (x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Estudio del signo.

$$| -\infty \quad | + \quad | -2 \quad | - \quad | 1 \quad | + \quad | + \infty |$$

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad. } \begin{cases} \leq 0 \rightarrow [-2, 1] \\ < 0 \rightarrow (-2, 1) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (1, +\infty) \\ \geq 0 \rightarrow (-\infty, -2] \cup [1, +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 (x + 2) \cdot (x - 1) < 4 &\rightarrow (x + 2) \cdot (x - 1) - 4 < 0 \rightarrow (x + 2) \cdot (x - 1) - 4 = 0 \rightarrow \\
 x^2 - x + 2x - 2 - 4 = 0 &\rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Estudio del signo.

$$| -\infty \quad | + \quad | -3 \quad | - \quad | 2 \quad | + \quad | + \infty |$$

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad. } \begin{cases} \leq 0 \rightarrow [-3, 2] \\ < 0 \rightarrow (-3, 2) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, -3) \cup (2, +\infty) \\ \geq 0 \rightarrow (-\infty, -3] \cup [2, +\infty) \end{cases}$$

De grado superior a 2.

Siempre procederemos de la misma forma: se resuelve la ecuación de grado superior a 2 y se hace el estudio del signo.

6. $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 > 0$ VER VÍDEO <https://youtu.be/C67U3fR9eG4>

4

$$x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0; \text{ factorizamos: } (x + 1) \cdot (x^2 + x + 1) = 0 \rightarrow x = -1$$

Estudio del signo.

$-\infty$	$-$	-1	$+$	$+\infty$
-----------	-----	------	-----	-----------

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad. } \begin{cases} \geq 0 \rightarrow [-1, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-1, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (-\infty, -1) \\ \leq 0 \rightarrow (-\infty, -1] \end{cases}$$

7. Resolver la siguiente inecuación: $x^4 - 10x^2 + 9 < 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/49ExxsFmRkQ>

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0; \text{ bicuadrada: } t^2 - 10t + 9 = 0 \begin{cases} t = 1 \rightarrow x^2 = 1 \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \\ t = 9 \rightarrow x^2 = 9 \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases}$$

Estudio del signo.

$-\infty$	$+$	-3	$-$	-1	$+$	1	$-$	3	$+$	$+\infty$
-----------	-----	------	-----	------	-----	-----	-----	-----	-----	-----------

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad. } \begin{cases} \geq 0 \rightarrow (-\infty, -3] \cup [-1, 1] \cup [3, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, -3) \cup (-1, 1) \cup (3, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (-3, -1) \cup (1, 3) \\ \leq 0 \rightarrow [-3, -1] \cup [1, 3] \end{cases}$$

Racionales.

8. Resolver las siguientes inecuaciones

a. $\frac{x + 1}{x - 1} < 0$

b. $\frac{x^2 - 4}{x - 1} < 0$

VER VÍDEO <https://youtu.be/wFUHmt8zB2U>

$$\frac{x + 1}{x - 1} < 0 \rightarrow \begin{cases} \text{Numerador: } x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \\ \text{Denominador: } x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

Estudio del signo.

$-\infty$	$\frac{-}{-} = +$	-1	$\frac{+}{-} = -$	1	$\frac{+}{+} = +$	$+\infty$
-----------	-------------------	------	-------------------	-----	-------------------	-----------

$$\text{Soluciones según el signo de la desigualdad. } \begin{cases} \geq 0 \rightarrow (-\infty, -1] \cup (1, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (-1, 1) \\ \leq 0 \rightarrow [-1, 1] \end{cases}$$

$$\frac{x^2 - 4}{x - 1} < 0 \rightarrow \begin{cases} \text{Numerador: } x^2 - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases} \\ \text{Denominador: } x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

5

Estudio del signo.

$-\infty$	$\frac{+}{-} = -$	-2	$\frac{-}{-} = +$	1	$\frac{-}{+} = -$	2	$\frac{+}{+} = +$	$+\infty$
-----------	-------------------	------	-------------------	-----	-------------------	-----	-------------------	-----------

Soluciones según el signo de la desigualdad. $\begin{cases} \geq 0 \rightarrow [-2,1) \cup [2, +\infty) \\ > 0 \rightarrow (-2,1) \cup (2, +\infty) \\ < 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (1,2) \\ \leq 0 \rightarrow (-\infty, -2] \cup (1,2] \end{cases}$

9. Resolver la siguiente inecuación:

$$\frac{2}{x+2} < 1$$

VER VÍDEO https://youtu.be/a_kbVKsH1rM

$$\frac{2}{x+2} < 1 \rightarrow \frac{2}{x+2} - 1 < 0 \rightarrow \frac{-x}{x+2} < 0 \begin{cases} \text{Numerador: } -x = 0; x = 0 \\ \text{Denominador: } x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

Estudio del signo.

$-\infty$	$\frac{+}{-} = -$	-2	$\frac{+}{+} = +$	0	$\frac{-}{+} = -$	$+\infty$
-----------	-------------------	------	-------------------	-----	-------------------	-----------

Soluciones según el signo de la desigualdad. $\begin{cases} \geq 0 \rightarrow (-2,0] \\ > 0 \rightarrow (-2,0) \\ < 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (0, +\infty) \\ \leq 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup [0, +\infty) \end{cases}$