

1

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



DOMINIOS

El **dominio** de una función es el conjunto de valores que puede tomar la variable independiente (x).

Seguiremos el siguiente esquema:

1. Si la función tiene x en el denominador, hacemos denominador = 0 y resolvemos la ecuación resultante.

El dominio será $\mathbb{R} - \{\text{soluciones denominador} = 0\}$

2. Si la función tiene raíz de índice par, hacemos radicando ≥ 0 y resolvemos la inecuación resultante. El dominio será un intervalo.

3. Si la función tiene un logaritmo de $f(x)$, hacemos $f(x) > 0$ y resolvemos la inecuación resultante. El dominio será un intervalo.

4. Función exponencial, sen y cos.

$$\text{Dom } e^{f(x)} = \text{Dom } f(x)$$

$$\text{Dom } \text{sen } f(x) = \text{Dom } f(x)$$

$$\text{Dom } \text{cos } f(x) = \text{Dom } f(x)$$

I. Estudiar el dominio de las siguientes funciones.

a. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

b. $f(x) = \frac{x - 1}{x + 3}$

c. $f(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 9}$

d. $f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - 3x + 2}$

e. $f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + x + 2}$

f. $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x + 2}$

VER VÍDEO <https://youtu.be/VZSkul5l2iE>

$$a. f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1; \begin{cases} 1 \rightarrow \text{no} \\ 2 \rightarrow \text{no}; \text{Dom} = \mathbb{R} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

$$b. f(x) = \frac{x-1}{x+3}; \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{no} \rightarrow x+3=0; x=-3; \text{Dom} = \mathbb{R} - \{-3\} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

$$c. f(x) = \frac{x-2}{x^2-9}; \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{no}; x^2-9=0; x=\pm 3; \text{Dom} = \mathbb{R} - \{\pm 3\} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

$$d. f(x) = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}; \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{no}; x^2-3x+2=0; \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

$$\text{Dom} = \mathbb{R} - \{1,2\}$$

$$e. f(x) = \frac{2x-1}{x^2+x+2}; \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{no}; x^2+x+2=0 (\text{¿solución real}); \text{Dom} = \mathbb{R} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

$$f. f(x) = \sqrt[3]{x^2+x+2}; \begin{cases} 1 \rightarrow \text{no} \\ 2 \rightarrow \text{no} \rightarrow \text{Dom } f(x) = \mathbb{R} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

2. Estudiar el dominio de las siguientes funciones.

$$a. f(x) = \sqrt[5]{\frac{x+3}{1-2x}}$$

$$b. f(x) = \sqrt{2-x}$$

$$c. f(x) = \sqrt[4]{\frac{x+1}{x^2-4x+3}}$$

VER VÍDEO https://youtu.be/jlkUGq_y18I

$$a. f(x) = \sqrt[5]{\frac{x+3}{1-2x}}; \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{no}; 1-2x=0; x=\frac{1}{2}; \text{Dom} = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

$$b. f(x) = \sqrt{2-x}; \begin{cases} 1 \rightarrow \text{no} \\ 2 \rightarrow \text{sí}; 2-x \geq 0; 2 \geq x; \text{Dom } f(x):]-\infty, 2] \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

$$c. f(x) = \sqrt[4]{\frac{x+1}{x^2-4x+3}}; \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{sí}; \frac{x+1}{x^2-4x+3} \geq 0; \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

$$\text{Dom} = [-1, 1) \cup (3, +\infty)$$

3. Estudiar el dominio de las siguientes funciones.

$$a. f(x) = \sqrt{x^2-5x+6}$$

$$b. f(x) = \frac{x-1}{\sqrt[3]{x+1}}$$

$$c. f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-1}}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/OwKDcYyFe1M>

$$a. f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6} \rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow \text{no} \\ 2 \rightarrow \text{sí} \rightarrow x^2 - 5x + 6 \geq 0; (-\infty, 2] \cup [3, +\infty) \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

$$\text{Dom } f(x) = (-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$$

$$b. f(x) = \frac{x-1}{\sqrt[3]{x+1}}; \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{no}; \sqrt[3]{x+1} = 0; x+1 = 0; x = -1; \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

$$\text{Dom} = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$c. f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-1}}; \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{sí} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

Tenemos dos condiciones.

Presencia del denominador. $x^2 - 1 = 0; x = \pm 1$

Presencia de la raíz. $x^2 - 1 \geq 0; (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

$$\text{Dom } f(x) = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

4. Estudiar el dominio de las siguientes funciones.

$$a. f(x) = \frac{\sqrt[3]{x+3}}{x+4}$$

$$b. f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x+1}$$

$$c. f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{x+3}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/vr5FB1f13-M>

$$a. f(x) = \frac{\sqrt[3]{x+3}}{x+4}; \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{no} = \mathbb{R} - \{-4\} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

$$b. f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x+1} \rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{sí} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

Tenemos dos condiciones.

La presencia de la raíz: $x^2 - 4 \geq 0 \rightarrow x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 2$
 $]-\infty, -2] \cup [-2, +\infty[$

La presencia del denominador: $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$

$$\text{Dom } f(x) =]-\infty, -2] \cup [-2, +\infty[- \{-1\}$$

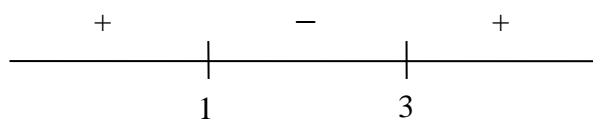
$$c. f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{x+3} \rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{sí} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

Tenemos dos condiciones:

La presencia del denominador: $x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$

La presencia de la raíz: $x^2 - 4x + 3 \geq 0 \rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow x = 1 \text{ y } x = 3$

Estudio del signo



$$]-\infty, 1] \cup [3, +\infty[$$

$$\text{Dom } f(x) =]-\infty, 1] \cup [3, +\infty[- \{-3\}$$

5. Estudiar el dominio de las siguientes funciones.

$$\text{a. } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}$$

$$\text{b. } f(x) = \sqrt{x^2 - 4} - \frac{x}{x+2}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/0uSsy7hkLME>

$$\text{a. } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}} \rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{sí} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

Tenemos tres condicionantes:

La presencia del denominador.

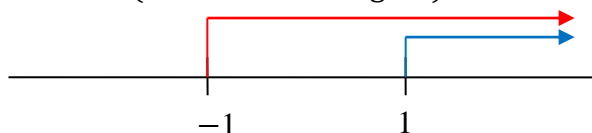
$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} \neq 0 \rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = 0 \rightarrow \sqrt{x+1} = \sqrt{x-1} \rightarrow x+1 = x-1$$

¡Solución.

La presencia de las raíces.

$$\sqrt{x+1} \rightarrow x+1 > 0 \rightarrow x > -1 \text{ (zona roja de la figura)}$$

$$\sqrt{x-1} \rightarrow x-1 > 0 \rightarrow x > 1 \text{ (zona azul de la figura)}$$



$$\text{Dom } f(x) = [1, +\infty[\text{ (zona azul y roja de la figura)}$$

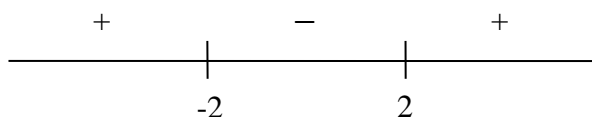
$$\text{b. } f(x) = \sqrt{x^2 - 4} - \frac{x}{x+2} \rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{sí} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

Tenemos dos condicionantes:

La presencia del denominador. $x+2 = 0 \rightarrow x = -2$

La presencia de la raíz. $\sqrt{x^2 - 4} \rightarrow x^2 - 4 \geq 0 \rightarrow x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 2$

Estudio del signo



$$]-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

$$\text{Dom } f(x) = (-\infty, -2) \cup [2, +\infty)$$

6. Estudiar el dominio de las siguientes funciones.

$$\text{a. } f(x) = \ln(x^2 - 9)$$

$$\text{b. } f(x) = \frac{1}{1 - \ln x}$$

$$\text{c. } f(x) = \frac{\log(1-x)}{2 + \ln x}$$

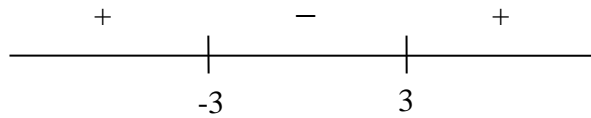
VER VÍDEO <https://youtu.be/Yi80qWnwFA>

5

$$\text{a. } f(x) = \ln(x^2 - 9) \rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow \text{no} \\ 2 \rightarrow \text{no} \\ 3 \rightarrow \text{sí} \end{cases}$$

Lo que hay detrás del logaritmo > 0 .
 $x^2 - 9 > 0 \rightarrow x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3$

Estudio del signo



$$\text{Dom} = (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$$

$$\text{b. } f(x) = \frac{1}{1 - \ln x} \rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow \text{sí} \\ 2 \rightarrow \text{no} \\ 3 \rightarrow \text{sí} \end{cases}$$

Tenemos dos condiciones

La presencia del denominador: $1 - \ln x = 0 \rightarrow \ln x = 1 \rightarrow x = e^1 = e$ La presencia del logaritmo: $x > 0$

$$\text{Dom} = (0, \infty) - \{e\}$$

$$\text{c. } f(x) = \frac{\log(1 - x)}{2 + \ln x} \rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow \text{no} \\ 2 \rightarrow \text{no} \\ 3 \rightarrow \text{sí} \end{cases}$$

Tenemos tres condiciones:

La presencia del denominador: $2 + \ln x = 0 \rightarrow \ln x = -2 \rightarrow x = e^{-2}$ La presencia de los logaritmos: $\left. \begin{array}{l} 1 - x > 0 \rightarrow 1 > x \\ x > 0 \end{array} \right\} \rightarrow (0, 1)$

$$\text{Dom} = (0, 1) - \{e^{-2}\}$$

7. Calcular los siguientes dominios:

$$\text{a. } y = 5^{\sqrt{x-1}}$$

$$\text{b. } y = \text{sen}[\ln(x + 2)]$$

$$\text{c. } y = \frac{\sqrt{x+1}}{e^x - 1}$$

VER VÍDEO https://youtu.be/HGiWB_Pq4nM

$$\text{a. } y = 5^{\sqrt{x-1}}; \text{ solo nos fijamos en } \sqrt{x-1} \rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow \text{no} \\ 2 \rightarrow \text{sí} \rightarrow x - 1 \geq 0; x \geq 1; \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

$$\text{Dom: } [1, +\infty[$$

$$\text{b. } y = \text{sen}[\ln(x + 2)]; \text{ solo nos fijamos en } \ln(x + 2) \rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow \text{no} \\ 2 \rightarrow \text{no} \rightarrow \\ 3 \rightarrow \text{sí} \end{cases}$$

$$x + 2 > 0; x > -2; \text{ Dom: } (-2, +\infty)$$



$$c. y = \frac{\sqrt{x+1}}{e^x - 1} \rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow \text{si} \\ 2 \rightarrow \text{sí} \\ 3 \rightarrow \text{no} \end{cases}$$

La presencia del denominador. $e^x - 1 = 0; e^x = 1; x = 0$

La presencia de la raíz. $x + 1 \geq 0; x \geq -1$

Dom: $[-1, +\infty) - \{0\} = [-1, 0) \cup (0, +\infty)$

8. Estudiar el dominio de las siguientes funciones. $y = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{x+1}{x^2+3x} & \text{si } -2 < x < 1 \\ e^{x+1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

VER VÍDEO https://youtu.be/FT3MIw_dM1c

$x^2 + 1$	- 2	$\frac{x + 1}{x^2 + 3x}$	1	e^{x+1}
Dom R	Pertenece al dominio	Dom: $\mathbb{R} - \{-3, 0\}$ pero el - 3 no está entre $[-2, 1)$	No pertenece al dominio. No está el = a 1	Dom R

Dom: $\mathbb{R} - \{0, 1\}$