

**SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.**



## SELECTIVIDAD MATEMÁTICAS II. U.I.B. SEPTIEMBRE 2017.

### OPCIÓN A.

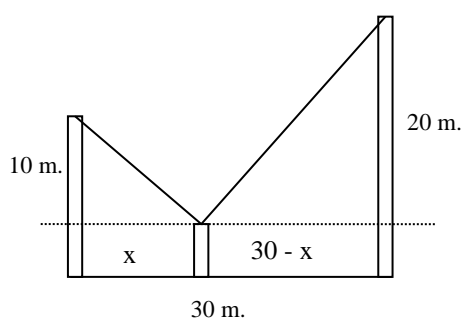
1. Las edades de Juan, Miguel y Gabriel suman 70 años. La edad de Juan, el doble de la edad de Miguel y el triple de la edad de Gabriel suman 160 años. La edad de Gabriel es igual a la suma de las edades de Juan y Miguel. Hallar las edades de Juan, Miguel y Rafael.

VER VÍDEO [https://youtu.be/Tg\\_WjgzPG4g](https://youtu.be/Tg_WjgzPG4g)

$$\left. \begin{array}{l} J + M + G = 70 \\ J + 2M + 3G = 160 \\ G = J + M \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} J + M + G = 70 \\ J + 2M + 3G = 160 \\ J + M - G = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} J = 15 \\ M = 20 \\ G = 35 \end{cases}$$

2. Entre dos torres de 15 y 25 metros de altura, respectivamente, hay una distancia de 30 metros. En medio de las dos torres tenemos que poner otra torreta de 5 metros de altura y tenemos que extender un cable que una los extremos de la parte de arriba de la primera torre con la torreta y los extremos de la parte de arriba de ésta con la segunda torre. ¿Dónde tenemos que situar la torreta de 5 metros para que la longitud total del cable sea mínima? ¿cuánto vale la longitud del cable en este caso?

VER VÍDEO <https://youtu.be/bsy05okmFGE>



1. Función a optimizar.

2

$$L = \sqrt{100 + x^2} + \sqrt{400 + (30 - x)^2}$$

2. Derivo, igualo a cero y resuelvo.

$$L' = \frac{2x}{2\sqrt{100 + x^2}} + \frac{-2(30 - x)}{2\sqrt{400 + (30 - x)^2}} = \frac{x}{\sqrt{100 + x^2}} + \frac{-(30 - x)}{\sqrt{400 + (30 - x)^2}} = 0$$

Resolviendo obtenemos  $x = 10$  m.

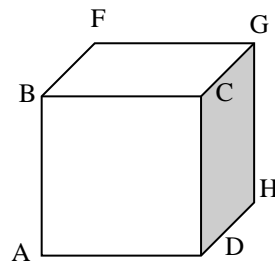
3. Comprobar.

$f'(9) < 0 \rightarrow$ decrece	10	$f'(11) > 0 \rightarrow$ crece
---------------------------------	----	--------------------------------

Confirma un mínimo.

La longitud del cable será  $L(10) = 42,43$  m.

**3.** Considera el cubo que aparecen en la figura adjunta. Suponemos que el punto C tiene coordenadas (1, 1, 1), las aristas del cubo son paralelas a los ejes de coordenadas, siendo la arista AE paralela al eje x la arista AD paralela al eje Y y la arista AB paralela al eje Z. Los lados del cubo tienen longitud dos. Calcula el plano que pasa por los puntos AECG y la recta perpendicular al plano anterior que pasa por el punto D.



VER VÍDEO <https://youtu.be/Lmn39ld9fVs>

$A(1, -1, -1)$ ;  $C(1, 1, 1)$  y  $E(-1, -1, -1)$

$$\pi: \begin{cases} \text{Pasa por } A(1, -1, -1) \\ \vec{AC} = (0, 2, 2) \\ \vec{AE} = (-2, 0, 0) \end{cases} \rightarrow \begin{vmatrix} x-1 & y+1 & y+1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow y - z = 0$$

$$r: \begin{cases} D(1, 1, -1) \\ n_\pi = v_r = (0, 1, -1) \end{cases} \rightarrow \frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$$

**4.** El tiempo que un alumno puede estar concentrado y escuchar al profesor en una clase de Matemáticas se modela como una distribución normal de media 15 minutos y desviación típica 5 minutos.

- Hallar la probabilidad de que un alumno esté concentrado más de 20 minutos.
- Hallar la probabilidad de que un alumno esté concentrado entre 10 y 30 minutos.
- Nos dicen que la probabilidad de que un alumno esté concentrado más de  $k$  minutos vale

0.75. Hallar este valor de  $x$  minutos.

VER VÍDEO <https://youtu.be/E07uA9MFxWM>

$N(15, 5)$

a.

$$P(x \geq 20) = P\left(z \geq \frac{20 - 15}{5}\right) = P(z \geq 1) = 1 - P(z \leq 1) = 1 - 0,8413 = 0,1587$$

CARLOS ALCOVER GARAU. LICENCIADO EN CIENCIAS QUÍMICAS (U.I.B.) Y DIPLOMADO EN TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS (I.A.T.A.).

3

b.

$$P(10 \leq x \leq 30) = P\left(\frac{10 - 15}{5} \geq z \geq \frac{30 - 15}{5}\right) = P(-1 \leq z \leq 3) =$$

$$P(z \leq 3) - P(z \leq -1) = 0,9987 - 0,1587 = 0,84$$

c.

$$P(x \geq k) = 0,75 \rightarrow P\left(z \geq \frac{k - 15}{5}\right) = 0,75 \rightarrow P\left(z \leq -\frac{k - 15}{5}\right) = 0,75$$

$$-\frac{k - 15}{5} = 0,6745 \rightarrow k = 11,6276$$

## OPCIÓN B.

1. Discutir y resolver el siguiente sistema. 
$$\begin{cases} ax + y - 2z = -1 \\ -x + ay + z = 2 \\ 3x + y - z = 0 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

VER VÍDEO <https://youtu.be/vzn3aYJvLpI>

$$A^* = \begin{pmatrix} a & 1 & -2 & -1 \\ -1 & a & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow |A^*| = \begin{vmatrix} a & 3 & -2 & -4 \\ -1 & a-1 & 1 & 2-3a \\ 3 & -2 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= 1(-1)^{3+3} \begin{vmatrix} a & 3 & -4 \\ -1 & a-1 & 2-3a \\ 3 & -2 & -3 \end{vmatrix} = -3a^2 + 16a - 5 \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ a = 5 \end{cases}$$

• Si  $a \neq \frac{1}{3}$  y  $a \neq 5 \rightarrow |A^*| \neq 0 \rightarrow RA^* = 4 \rightarrow$  Sistema incompatible.

• Si  $a = \frac{1}{3}$   $\left\{ \begin{array}{l} A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 1 & -2 \\ -1 & \frac{1}{3} & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \rightarrow RA \geq 2 \\ \begin{vmatrix} -1 & \frac{1}{3} & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \rightarrow RA = 3 = RA^* \end{array} \right. \end{array} \right.$

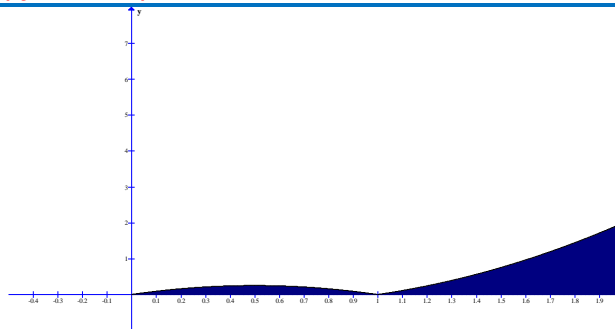
Sistema compatible determinado.

$$x = -3/25, y = 42/25, z = 33/25$$

Si  $a = 5 \rightarrow$  Sistema compatible determinado.  $x = 1, y = 0, z = 3$

2. Consideremos la función  $f(x) = x|x-1|$ . Haz un dibujo aproximado de la función anterior en el intervalo  $[0,2]$ . Calcula el área limitada por la gráfica de la función anterior y el eje de las X.

VER VÍDEO <https://youtu.be/GEGrNUUuVXQ>



$$\text{Área} = \begin{cases} \int_0^1 -(x^2 - x) dx = -\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{6} u^2 \\ \int_1^2 (x^2 - x) dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right]_1^2 = \frac{5}{6} u^2 \end{cases} \rightarrow \text{Área total} = 1 u^2$$

**3.** Dados los puntos  $A(1, 0, 3)$  y  $B(1, 3, 4)$ . Determina los puntos situados en el plano  $z = 1$  que forman con los puntos  $A$  y  $B$  un triángulo equilátero. Calcula el volumen del tetraedro formado por los tres puntos anteriores y el origen de coordenadas.

VER VÍDEO [https://youtu.be/\\_3anaZ\\_iMm8](https://youtu.be/_3anaZ_iMm8)

$$\text{Punto } C(x, y, 1) \begin{cases} |\overline{AB}| = |\overline{AC}| \rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2 + 4} = \sqrt{10} \\ |\overline{AB}| = |\overline{BC}| \rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2 + 9} = \sqrt{10} \end{cases} \rightarrow C\left(\frac{3 \pm \sqrt{5}}{3}, \frac{7}{3}\right)$$

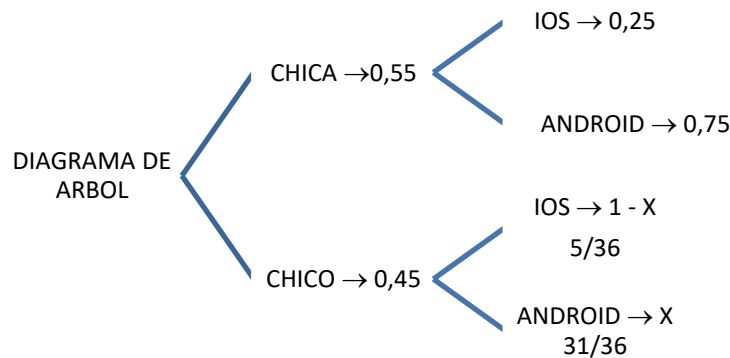
$$V_{\text{tetraedro } ABCO} = \frac{1}{6} \left| \begin{vmatrix} \overline{OA} \\ \overline{OB} \\ \overline{OC} \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{6} \left( \frac{25}{3} \pm 3\sqrt{5} \right) u^3.$$

**4.** Suponemos que los estudiantes de la UIB solo tienen dos sistemas operativos en sus teléfonos móviles: android y IOS (el de los iphone). El 80% de los estudiantes de la UIB tienen el sistema operativo android. El 25% de las chicas estudiantes de la UIB tienen IOS en su teléfono móvil y el 45% de los estudiantes de la UIB son chicos.

a. Hallar la probabilidad de que un muchacho de la UIB tenga IOS en su teléfono móvil.

b. Hallar la probabilidad de que un estudiante que tenga android en el teléfono móvil sea chica.

VER VÍDEO <https://youtu.be/drPeEqZ7fxg>



$$P(\text{ANDROID}) = 0,55 \cdot 0,75 + 0,45 \cdot x = 0,8 \rightarrow x = \frac{31}{36}$$

a.

$$P(\text{IOS}/\text{CHICO}) = \frac{p(\text{IOS} \cap \text{ANDROID})}{p(\text{CHICOS})} = \frac{0,45 \cdot \frac{5}{36}}{0,45} = \frac{5}{36}$$

b.

$$p(\text{CHICA}/\text{ANDROID}) = \frac{P(\text{CHICA} \cap \text{ANDROID})}{P(\text{ANDROID})} = \frac{0,55 \cdot 0,75}{0,8} = \frac{33}{64}$$