SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

SELECTIVIDAD MATEMÁTICAS II. JULIO 2019. U.I.B.

OPCIÓN A.

1. **a. Discutir para que valores de m el sistema siguiente es compatible:**

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{4x+3y+2z=0} \\ \mathbf{2x+y-z=m} \\ \mathbf{6x+6y+m^2z=-9} \end{aligned}\right\}$$

b. Resolver en el caso compatible indeterminado.

VER VÍDEO https://youtu.be/CfnPwY9odzE

$A=\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 6 & 6 & m^2 \end{pmatrix}$; $|A|=4m^2-18+24-(12+6m^2-24)=-2m^2+18$

$-2m^2+18=0;\ m=\pm 3$

Si $m\neq 3$ y $m\neq -3$, $|A|\neq 0$; Rango A = 3 = rango A* = nº incógnitas → Sistema compatible determinado.

Si $m=3$

$$\left\{\begin{array}{l} A=\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 6 & 6 & 9 \end{pmatrix}\left\{\begin{array}{l} \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}\neq 0\rightarrow \text{Rango } A\ \geq 2 \\ |A|=0 \end{array}\right. \rightarrow \text{Rango de } A=2 \\ A^*=\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ 6 & 6 & 9 & -9 \end{pmatrix}\left\{\begin{array}{l} \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}\neq 0\rightarrow \text{Rango } A^*\ \geq 2 \\ |A|=0;\ \begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 6 & 6 & -9 \end{vmatrix}=0 \end{array}\right. \rightarrow \text{rango } A^*=2 \end{array}\right. \rightarrow \text{S.C.I.}$$

Si $m=-3$

$$\begin{cases} A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 6 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{cases} \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \rightarrow \text{Rango } A \geq 2 \\ |A| = 0 \end{cases} \rightarrow \text{Rango de } A = 2 \\ A^* = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & -3 \\ 6 & 6 & 9 & -9 \end{pmatrix} \begin{cases} \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \rightarrow \text{Rango } A^* \geq 2 \\ |A| = 0;\ \begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \\ 6 & 6 & -9 \end{vmatrix} = 90 \end{cases} \rightarrow \text{rango } A^* = 3 \end{cases} \rightarrow S.I.$$

b. Debemos resolver para m = 3.

Tomamos las 2 primeras ecuaciones.

$$\left.\begin{matrix} 4x + 3y + 2z = 0 \\ 2x + y - z = 3 \end{matrix}\right\} \text{Hacemos } z = \alpha \rightarrow \left.\begin{matrix} 4x + 3y = -2\alpha \\ 2x + y = 3 + \alpha \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} 4x + 3y = -2\alpha \\ -4x - 2y = -6 - 2\alpha \end{matrix}\right\} \rightarrow$$

$$y = -6 - 4\alpha \rightarrow x = \frac{3 + \alpha - y}{2} = \frac{3 + \alpha - (-6 - 4\alpha)}{2} = \frac{9 + 5\alpha}{2}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{9 + 5\alpha}{2} \\ y = -6 - 4\alpha \\ z = \alpha \end{cases}$$

2. Calcular los máximos y mínimos relativos de la función f(x) = x^3 – 3x – 2, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y hacer un boceto de su gráfica para x entre – 3 y 3.

VER VÍDEO https://youtu.be/suMiy94Mi9M

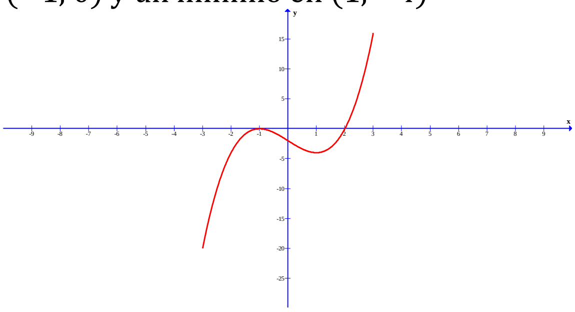
El dominio de la función es R.

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm 1$

x	$-\infty$		– 1		1		$+\infty$
f ‘ (x)		+	0	–	0	+	
f(x)		↗	0	↘	– 4	↗	

La función crece de $(-\infty, -1)$ U $(0, +\infty)$ y decrece de (– 1,1)

Tiene un máximo en (– 1, 0) y un mínimo en (1, – 4)



3. Determinar un plano que pasando por el origen de coordenadas sea paralela a la recta de ecuaciones $\left.\begin{matrix} x + y = 1 \\ y + z = 2 \end{matrix}\right\}$ y también paralelo a la recta que pasa pon los puntos A = (1, 1, 0) y B = (0, 1, 1).

VER VÍDEO https://youtu.be/J3rTxYyTrno

$$r:\left.\begin{matrix} x+y=1 \\ y+z=2 \end{matrix}\right\} \ \vec{v_r}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}=(1,-1,1)$$

$$\overrightarrow{AB}=(-1,0,1)$$

$$\text{Plano } \pi\left\{\begin{matrix} \text{Pasa por } (0,0,0) \\ \text{Paralelo a r} \rightarrow \vec{v_r}=\vec{v_\pi}=(1,-1,1); \\ \text{Paralelo a } \overrightarrow{AB}=(-1,0,1)=\vec{u_\pi} \end{matrix}\right. \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=0 \rightarrow x+2y+z=0$$

4. El peso de los adultos de una comunidad determinada sigue una distribución normal de media 85 Kg. y desviación típica 15 Kg. Calcular:

a. ¿Qué porcentaje de la población tiene sobrepeso? Entendemos que una persona adulta tiene sobrepeso si pesa más de 100 kilos.

b. Consideramos el colectivo de los individuos más delgados de la comunidad. Si nos dicen que este colectivo representa el 40 % de todos los individuos de la comunidad. ¿Cuál es el peso máximo de un individuo de este colectivo?

VER VÍDEO https://youtu.be/ETGRpvGvLuQ

a.

$$N(85,15) \rightarrow P(x>100)=P\left(z>\frac{100-85}{15}\right) P(z>1)=1-\overbrace{P(z<1)}^{0,8413}=0,1587$$

b.

$$N(85,15) \rightarrow P(x<k)=P\left(z<\frac{k-85}{15}\right)=0,4 \rightarrow 1-P\left(z<\frac{85-k}{15}\right)=0,4$$

$$P\left(z<\frac{85-k}{15}\right)=0,6 \rightarrow \frac{85-k}{15}=\frac{0,25+0,26}{2}=0,255 \rightarrow k=81,175 \text{ Kg.}$$

OPCIÓN B.

1. Consideramos la matriz y los vectores siguientes:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}; \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{D} = \begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix}$$

Calcular x e y para que se verifique: AB – 2C = D

VER VÍDEO https://youtu.be/zQ48oRkA48k

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix}$$

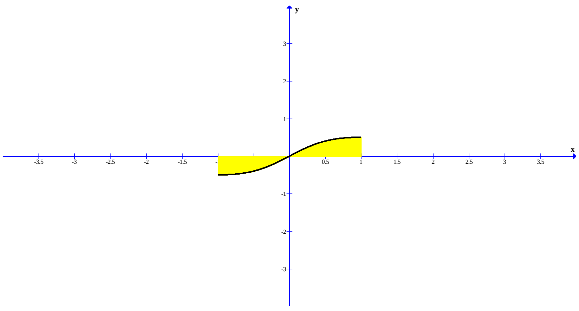
$$\begin{pmatrix} 2x + y \\ x + 2y \\ x \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2x + y - 2 \\ x + 2y - 2 \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix} \begin{cases} 2x + y - 2 = z \\ x + 2y - 2 = z \\ x = z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ x + 2y - z = 2 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

$x = 1; y = 1 \text{ y } z = 1$

2. Considera la región delimitada por la función f(x), el eje de abscisas y las rectas verticales x = - 1 y x = 1 haz un boceto de la región pedida y calcula el área de dicha región.

$$\mathbf{f(x) = \frac{x}{1 + x^2}}$$

VER VÍDEO https://youtu.be/6PMCx5YgHR4



$$\frac{1}{2}\int_{-1}^{0} \frac{2x}{1 + x^2} = \left[\frac{1}{2}\ln|1 + x^2|\right]_{-1}^{0} = -0{,}347$$

$$\frac{1}{2}\int_{0}^{1} \frac{2x}{1 + x^2} = \left[\frac{1}{2}\ln|1 + x^2|\right]_{0}^{1} = 0{,}347$$

El área $= 0{,}347 + 0{,}347 = 0{,}694 \text{ u}^2$

3. consideramos los puntos A(0; 0; 0), B(1; 1; 0) i C(0; 1; 1): calcula el área del triángulo que forman los puntos ABC y determina el ángulo que forman los vectores AB y AC

VER VÍDEO https://youtu.be/ZOT307b9VnE

$$\left.\begin{array}{l} AB=(1,1,0) \\ AC=(0,1,1) \end{array}\right\} \begin{cases} \text{Área } ABC = \dfrac{1}{2}\cdot \left\| \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \right\| = \dfrac{1}{2}\cdot |(1,-1,1)| = \dfrac{\sqrt{3}}{2} u^2 \\ \cos\alpha = \dfrac{AB\cdot AC}{|AB|\cdot|AC|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2} \rightarrow \alpha = 60° \end{cases}$$

4. Se ha hecho un estudio sobre el miedo a volar y el nivel de estrés en una cierta comunidad. Nos dicen que el 60 % de los individuos no tiene miedo a volar y el 50 % tiene un nivel bajo de estrés, el 25 % un nivel medio y el 5 por ciento un nivel alto de estrés y miedo a volar. Sabiendo además que el 5 % de los individuos tiene un nivel medio de estrés y no tiene miedo a volar, calcular:

a. Probabilidad de que un individuo de la comunidad tenga un nivel medio de estrés y miedo a volar.

b. Sabiendo que un individuo tiene miedo a volar cuál es la probabilidad de que tenga un nivel de estrés bajo.

c. Son independientes los sucesos nivel de estrés bajo y miedo a volar razona la respuesta.

VER VÍDEO https://youtu.be/wxw83WQbUdo

	ALTO (A)	MEDIO (M)	BAJO (B)	
MV (V)	5	20	15	40
NMV (V^c)	20	5	35	60
	25	25	50	

a. $P(M\cap V) = 20\ \% = 0{,}2$

b. $P\left({}^{B}/_{V}\right) = \dfrac{P(B\cap V)}{P(V)} = \dfrac{0{,}15}{0{,}4} = 0{,}375$

c. $\left\{\begin{array}{c} P(B\cap V) = 0{,}15 \\ P(B)\cdot P(V) = 0{,}5\cdot 0{,}4 = 0{,}2 \end{array}\right\} P(B\cap V) \neq P(B)\cdot P(V) \rightarrow \text{Dependientes.}$