SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

SELECTIVIDAD MATEMÁTICAS APLICADAS U.I.B. SEP.2017.

OPCIÓN A.

1. Considerar las matrices siguientes:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-5} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{5} \end{pmatrix}$$

a. Calcular A^2 – B·C^t.

b. Resolver la ecuación matricial A·X + B = C.

VER VÍDEO https://youtu.be/C8P13qLf9iI

a.

$$A^2 - BC^t = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^2 - \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 13 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$$

b.

$$AX + B = C \to AX = C - B \to X = A^{-1}(C - B) = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -11 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Un estudio acerca de la presencia de CO_2 en la atmosfera de una ciudad indica el nivel de contaminación viene dado por la función: C(t) = - $0.2t^2$ + 4t + 25, 0 ≤ t ≤ 25. Siendo t los años transcurridos desde el año 2000. Se pregunta:

a. ¿En qué año se alcanzará un máximo en el nivel de contaminación?

b. ¿En qué año se alcanzará el nivel de contaminación cero?

c. ¿Cuándo t = 17 el nivel de contaminación será creciente o decreciente?

VER VÍDEO https://youtu.be/0n5LB7Wv-4I

a.

$$C' = -0{,}4t + 4 = 0 \rightarrow t = 10 \rightarrow \begin{cases} C(0) = 25 \\ C(10) = 55 \rightarrow t = 10, \text{año } 2010 \\ C(25) = 0 \end{cases}$$

b.

$$-0.2\, t^2 + 4\, t + 25 = 0 \begin{cases} t = -5 \text{ NO} \\ t = 25\, , \text{año } 2025 \end{cases}$$

c. C'(17) = – 2,8 < 0, decreciente.

3. Sean A y B dos sucesos que tienen probabilidades 0.4 y 0.6 respectivamente. Se sabe que, dado B, la probabilidad de que ocurra A es 0.3. Se pide:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran ambos sucesos a la vez?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra cualquiera de los sucesos?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos?

VER VÍDEO https://youtu.be/70XTCREqZKY

$P(A) = 0{,}4;\ p(B) = 0{,}6 \text{ y } P(A/B) = 0{,}3$

	B	$\bar{B}$	
A	0,18	0,22	0,4
$\bar{A}$	0,42	0,18	0,6
	0,6	0,4	

a.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow P(A \cap B) = 0{,}18$$

b. P(AUB) = P(A) + P(B) – P(A∩B) = 0,82

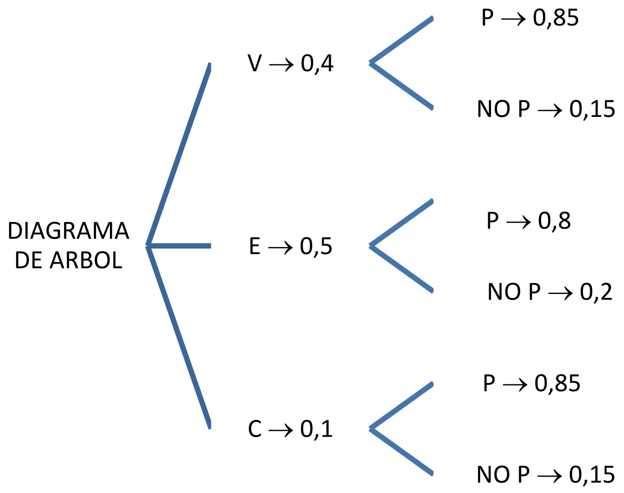
c. $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}18$

4. En una cierta entidad bancaria, el 40% de los créditos concedidos son para vivienda, el 50% se destinan a empresas, y el 10% son para consumo. Se sabe además que, de los créditos concedidos a vivienda, el 15% resultan impagados; de los créditos concedidos a empresas son impagados el 20%; y de los créditos concedidos al consumo resultan impagados el 15%.

a. Calcular la probabilidad de que un cierto crédito elegido al azar sea pagado.

b. ¿Cuál es la probabilidad de que un crédito elegido al azar se haya destinado a consumo, sabiendo que se ha pagado?

VER VÍDEO https://youtu.be/fTkBDE_MbGs



a.

$$P(P) = P(V) \cdot P(P/V) + P(E) \cdot P(P/E) + P(C) \cdot P(P/C) =$$
$$= 0{,}4 \cdot 0{,}85 + 0{,}5 \cdot 0{,}8 + 0{,}1 \cdot 0{,}85 = 0{,}825$$

b.

$$P(C/P) = \frac{P(C \cap P)}{P(P)} = \frac{P(C) \cdot P(P/C)}{P(P)} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}85}{0'825} = 0{,}103$$

OPCIÓN B.

1. Un grupo de estudiantes financia su viaje de fin de curso con la venta de participaciones de lotería por importe de 1, 2 y 5 €. Han recaudado un total de 620 € y han vendido el doble de participaciones de un euro que de cinco euros. Si han vendido un total de 280 participaciones calcular el número de participaciones que han vendido de cada importe.

VER VÍDEO https://youtu.be/6_LhljJviGc

$$\begin{cases} x+2y+5z=620 \\ x+y+z=280 \\ x=5z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2y+5z=620 \\ x+y+z=280 \\ x-5z=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=120 \\ y=100 \\ z=60 \end{cases}$$

2. Una fábrica de papel quiere consumir hasta 88 kilos de papel reciclado y 148 kilos de papel normal. Para ello fabrica dos tipos de lotes A y B. Los lotes del tipo A están formados por un kilo de papel reciclado y tres kilos de papel normal y los del tipo B por dos kilos de papel de cada clase. El precio de venta de cada lote de tipo A es de 1,1 € y el de tipo 1,5 €. ¿Cuántos lotes de cada tipo se deben vender para maximizar los ingresos y a cuánto ascienden esos ingresos?

VER VÍDEO https://youtu.be/r1bIcc40VGg

	RECICLADO	NORMAL	
TIPO A (x)	1	3	1,1 €
TIPO B (y)	2	2	1,5 €
	88	148	

Función a optimizar: C (x, y) = 1,1 x + 1,5 y

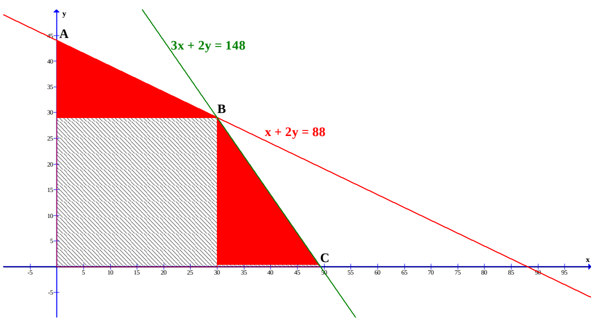
Restricciones:

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x + 2y \leq 88$

$3x + 2y \leq 148$



Punto A (0, 44) → C(A) = 66

$$\text{Punto B} = \begin{cases} 3x+2y=148 \\ x+2y=88 \end{cases} \rightarrow B(30,29) \rightarrow C(B) = 76{,}5$$

Punto $C(148/3, 0) \to C(C) = 67{,}77$
Los ingresos son máximos (76,5) con 30 lotes del tipo A y 29 lotes del tipo B.

3. En una cierta población el consumo de agua (en m^3) en función de las horas del día, viene dado por

$$C(t) = \begin{cases} \frac{17}{9}\cdot t & \text{si } 0 \le t < 9 \\ at^2 + bt - 172 & \text{si } 9 \le t < 20 \\ 168 - 7t & \text{si } 20 \le t < 24 \end{cases}$$

Sabiendo que la función es continua en el intervalo (0,20), y que a las 15 horas se consigue el máximo consumo de agua, determina a y b.

VER VÍDEO https://youtu.be/-ucx-mhOS0g

Continua en $t = 9$

$$\begin{cases} C(9) = 81a + 9b - 172 \\ \lim_{t\to 9} C(t) = \begin{cases} \lim_{t\to 9^-} \frac{17}{9}t = 17 \\ \lim_{t\to 9^+} at^2 + bt - 172 = 81a + 9b - 172 \end{cases} \end{cases} \to 81a + 9b - 172 = 17$$

A las 15h. se consigue el máximo consumo. $C'(15) = 0 \to 2a15 + b = 0 \to b = -30a$

$$\begin{cases} 81a + 9b - 172 = 17 \\ b = -30a \end{cases} \to \begin{cases} a = -1 \\ b = 30 \end{cases}$$

4. Se sabe que el peso de los jugadores de la liga de fútbol profesional se distribuye según una normal de desviación típica de 6 Kg. Para estudiar el peso medio de los jugadores, se extrae una muestra de tamaño 8, obteniendo los siguientes resultados: 63,7; 48; 43,5; 65; 82; 70,3; 56,5; 50.

a. Calcular un intervalo de confianza a un nivel de significación del 10% para el peso medio de los jugadores.

b. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra para que con el mismo nivel de significación el error cometido en la estimación no exceda de 1,2 Kg?

VER VÍDEO https://youtu.be/_EtrGBjIgv4

a.

$\bar{x} = 59{,}875$

$$\alpha = 0{,}1 \to \frac{\alpha}{2} = 0{,}05 \to 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}95 \to Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}65$$

$$\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(59{,}875 - 1{,}645\frac{6}{\sqrt{8}}; 59{,}875 + 1{,}645\frac{6}{\sqrt{8}}\right) =$$
$$= (56{,}37; 63{,}37)$$

b.

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{1{,}645\cdot 6}{1{,}2}\right)^2 = 67{,}65 \to n > 67$$